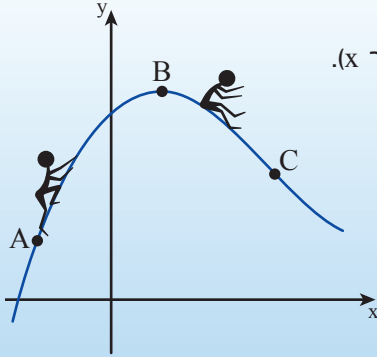




יחידה 13: עלייה וירידה של פונקציה

שיעור 1. בגן המשחקים

פונקציה עולה ופונקציה יורדת

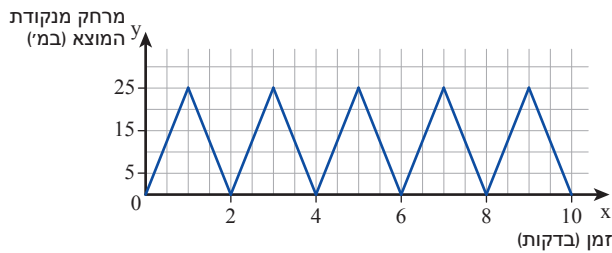


נדמיין את גרף הפונקציה כמתקן בגן משחקים. התנועה על המתקן היא משמאל לימין (בכיוון החיובי של ציר x).

באיזה חלק של הגרף הדמות שבשרטוט מטפסת ועולה?
באיזה חלק של הגרף הדמות שבשרטוט גולשת ויורדת?

נזהה עלייה וירידה של פונקציות לפי הגרפים.

1. אמנון שוחה בבריכה. הוא שוחה 10 בריכות ללא הפסקה, במשך 10 דקות.



הגרף מתאר את המרחק y של אמנון מנקודת המוצא (במטרים), כפונקציה של הזמן x שחלף מתחילת השחייה (בדקות) $(0 \leq x \leq 10)$.

א. מה אורך הבריכה שבה שוחה אמנון? הסבירו.

ב. כתבו דוגמה מתוך הגרף, לפרק זמן שבו שיעורי y הולכים וגדלים.

ג. כתבו דוגמה מתוך הגרף, לפרק זמן שבו שיעורי y הולכים וקטנים.

ד. כיצד משתנים שיעורי y כשאמנון יוצא מנקודת המוצא?

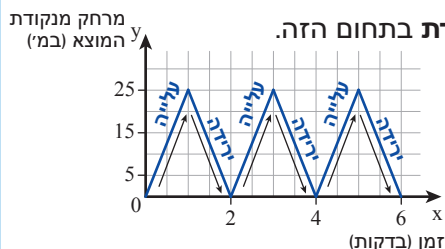
כיצד משתנים שיעורי y כשאמנון שוחה מקצה הבריכה חזרה? כיצד רואים זאת מהגרף?



קובעים אם פונקציה עולה או יורדת לפי השינוי של שיעורי y מסתכלים על ציר x משמאל לימין (כלומר שיעורי x גדלים):

אם לכל שיעורי x בתחום שיעורי y גדלים, אומרים שהפונקציה עולה בתחום הזה.

אם לכל שיעורי x בתחום שיעורי y קטנים, אומרים שהפונקציה יורדת בתחום הזה.



משימה 1: במשימה 1, המרחק של אמנון מנקודת המוצא

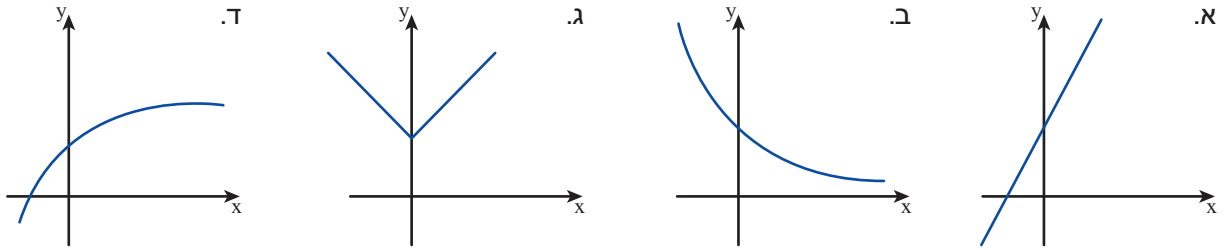
כפונקציה של הזמן שחלף, מתואר על-ידי פונקציה

העולה בחלקים מסוימים של התחום

ויורדת בחלקים אחרים.

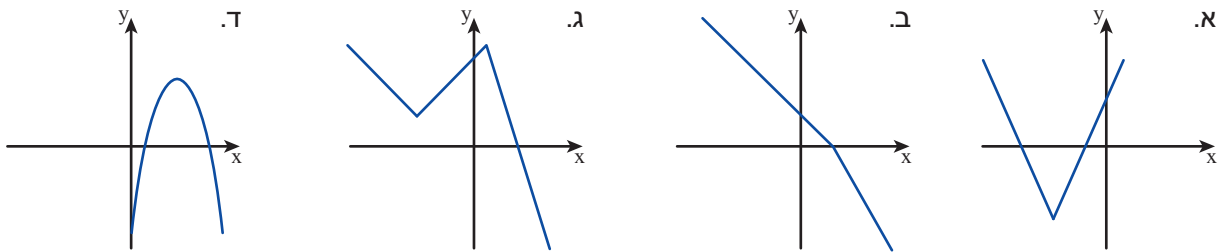
2. בכל גרף, דמיינו ילד צועד על הגרף משמאל לימין (בכיוון ציר x).

איזו פונקציה תמיד עולה? איזו פונקציה תמיד יורדת? מה תוכלו לומר על הפונקציה הנוספת?



3. הניחו נייר שקוף על השרטוטים.

צבעו בכחול את חלק הגרף שבו הפונקציה עולה, צבעו באדום את חלק הגרף שבו הפונקציה יורדת.



4. הפונקציה $y = x - 1$ מתאימה לכל מספר את המספר הקטן ממנו ב-1

א. העתיקו את הטבלה והשלימו.

x	-5	-3	-2	-1	0	1	2.5	3	4
y									

ב. האם הפונקציה עולה או יורדת? הסבירו לפי הטבלה.

ג. שרטטו את גרף הפונקציה ובדקו את תשובתכם.



5. א. איך אפשר לראות מהגרף מתי הפונקציה עולה או יורדת?

ב. איך אפשר לראות מהטבלה מתי הפונקציה עולה או יורדת?



6. בכל סעיף, קבעו אם הפונקציה עולה, יורדת, בחלקה עולה ובחלקה יורדת, או אי אפשר לדעת. הסבירו.

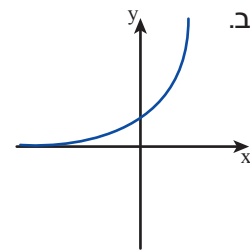
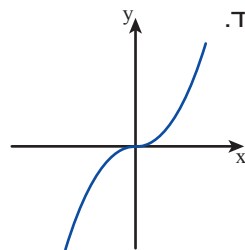
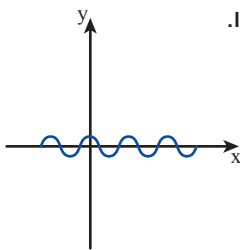
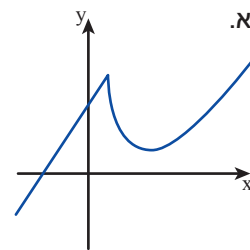
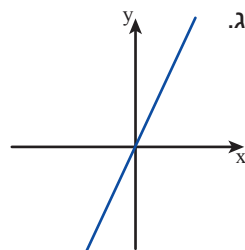
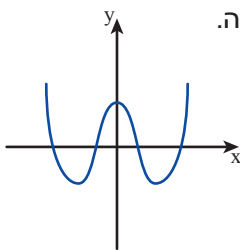
א. הפונקציה מתארת את נפח המים בבריכה בזמן מילוי הבריכה.

ב. הפונקציה מתארת את הטמפרטורה לאורך יממה.

7. א. כתבו תיאור מילולי של פונקציה שהיא תמיד עולה.
 ב. כתבו תיאור מילולי של פונקציה שהיא תמיד יורדת.
 ג. כתבו תיאור מילולי של פונקציה שבחלקה עולה ובחלקה יורדת.



1. הניחו נייר שקוף על השרטוטים, צבעו בצבע **כחול** את חלק הגרף שבו הפונקציה עולה, צבעו בצבע **אדום** את חלק הגרף שבו הפונקציה יורדת.



x	-4	-2.5	-1	0	2	3	5	6.25
y								

2. נתונה הפונקציה $y = -3x$
 א. העתיקו את הטבלה והשלימו.

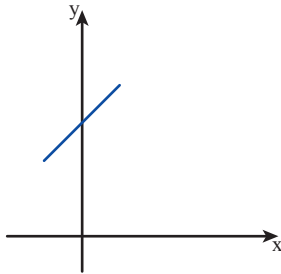
- ב. קבעו לפי הטבלה אם הפונקציה עולה או יורדת.
 ג. סמנו את הנקודות במערכת צירים, ושרטטו גרף מתאים לפונקציה.
 האם הפונקציה ששרטטתם עולה או יורדת?



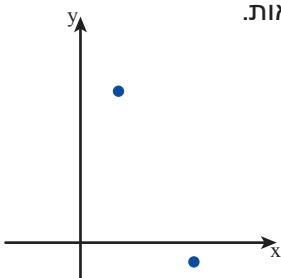
3. לפניכם ייצוג אלגברי של שתי פונקציות: $y = x - 3$ $y = 3 - x$
 א. השלימו טבלה מתאימה לכל פונקציה, וקבעו אם היא עולה או יורדת.
 ב. בדקו את תשובתכם באמצעות הגרפים של הפונקציות.



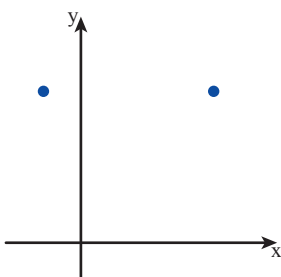
4. לפניכם שלוש פונקציות: $y = 2 + x^2$ $y = 2 - x$ $y = 2x$
 השלימו טבלה מתאימה לכל פונקציה, וקבעו:
 האם הפונקציה תמיד עולה, תמיד יורדת או בחלקה עולה ובחלקה יורדת?
 בדקו את תשובתכם באמצעות הגרפים של הפונקציות (הציבו ערכי x חיוביים ושילייים).



5. בכל סעיף, העתיקו את הגרף והמשיכו לפי ההוראות.
 אם אי אפשר, הסבירו מדוע.
 א. הפונקציה תמיד עולה.
 ב. הפונקציה תמיד יורדת.
 ג. הפונקציה בחלקה עולה ובחלקה יורדת.



6. בכל סעיף, העתיקו את הנקודות הנתונות, והשלימו לגרף של פונקציה לפי ההוראות.
 אם אי אפשר, הסבירו מדוע.
 א. הפונקציה תמיד עולה.
 ב. הפונקציה תמיד יורדת.
 ג. הפונקציה בחלקה עולה ובחלקה יורדת.



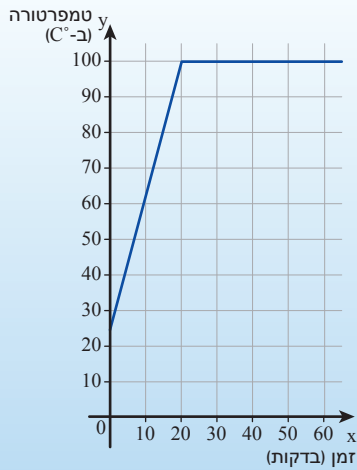
7. בכל סעיף, העתיקו את הנקודות, והשלימו לגרף של פונקציה לפי ההוראות.
 אם אי אפשר, הסבירו מדוע.
 א. הפונקציה תמיד עולה.
 ב. הפונקציה תמיד יורדת.
 ג. הפונקציה בחלקה עולה ובחלקה יורדת.



8. בכל סעיף קבעו אם הפונקציה תמיד עולה, תמיד יורדת, בחלקה עולה ובחלקה יורדת, או אי-אפשר לדעת. הסבירו.
 א. הפונקציה המתארת את מפלס הכינרת לפי ימות השנה.
 ב. הפונקציה המתארת את גובהו של ילד מלידתו ועד לכיתה א.
 ג. הפונקציה המתארת את משקלו של אדם במשך 3 שנים.
 ד. הפונקציה המתארת את כמות הדלק במכל המכונית לפי המרחק שעברה המכונית.

שיעור 2. חם-חם מתחמם

פונקציה קבועה, תחומי עלייה וירידה של פונקציה



בכל ערב שבת מניחה בתיה מיחם מלא מים לחימום על הכיריים. כשהמים רותחים, היא מעבירה את המיחם לפלטה של שבת. במשך כל השבת מונח המיחם על הפלטה לשמירה על חום המים. הגרף מתאר את טמפרטורת המים במיחם (ב- $^{\circ}\text{C}$) כפונקציה של הזמן (x בדקות).

באיזה תחום הפונקציה עולה?

האם יש תחום שבו הפונקציה יורדת?

האם יש תחום שבו הפונקציה אינה עולה ואינה יורדת?

מזהה תחומי עלייה וירידה של פונקציה.

פונקציה קבועה



1. ענו לפי הגרף במשימת הפתיחה.

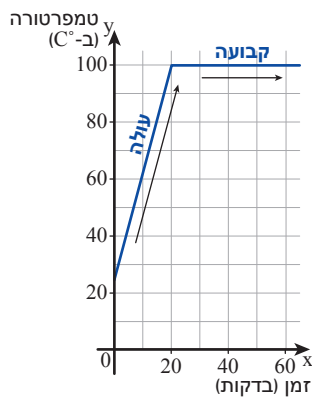
א. מהי טמפרטורת הרתיחה של המים?

ב. כמה זמן נמשכת הרתיחה של המים?

ג. מהי טמפרטורת המים במשך השבת?

ד. בין אילו דקות (מתחילת החימום) הפונקציה עולה?

בין אילו דקות הפונקציה אינה משתנה?



מסתכלים על ציר x משמאל לימין (כלומר שיעורי x גדלים):

אם לכל שיעורי x בתחום שיעורי y אינם משתנים,

אומרים שהפונקציה **קבועה** בתחום הזה.

משימה: במשימת הפתיחה הפונקציה קבועה עבור $x \geq 20$.

משמעותה: לאחר 20 דקות מהתחלת החימום,

הטמפרטורה של המים נשמרת קבועה במשך כל השבת.

2. בכל סעיף קבעו אם הפונקציה עולה, יורדת או קבועה.

א. הפונקציה המתארת את נפח הדלק במכל המכונית בזמן נסיעה.

ב. הפונקציה המתארת את נפח הדלק במכל האוטובוס בזמן החנייה בחניון.

ג. הפונקציה המתארת את נפח הדלק במכל המכונית בזמן התדלוק.

3. בכל סעיף קבעו אם הפונקציה עולה, יורדת או קבועה.
 כתבו ייצוגים שונים לכל פונקציה (ייצוג אלגברי, טבלה, גרף), ובדקו את תשובתכם.
- לכל מספר שלם מתאימים את המספר העוקב.
 - לכל מספר שלם מתאימים את המספר הקודם.
 - לכל מספר מתאימים את המספר הנגדי.
 - לכל מספר מתאימים את עצמו.
 - לכל מספר מתאימים את מכפלתו ב-4
 - לכל מספר מתאימים את המספר 4

תחומי עלייה ותחומי ירידה של פונקציה

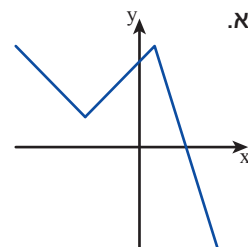
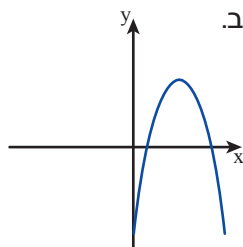
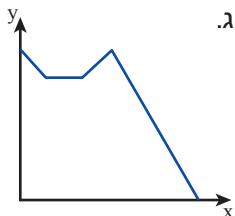
4. העתיקו את הגרף ממשימת הפתיחה. סמנו בכחול על ציר x את התחום (חלק מהציר) שבו הפונקציה עולה, סמנו בירוק את התחום (על ציר x) שבו הפונקציה קבועה.



צילום:

- מראים על גרף הפונקציה את החלק שבו הפונקציה עולה, יורדת או קבועה.
- מראים על ציר x את התחום שבו הפונקציה עולה, יורדת או קבועה.

5. בכל סעיף, העתיקו את השרטוט, סמנו על ציר x תחום עלייה של הפונקציה, תחום ירידה ותחום שבו הפונקציה קבועה.

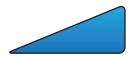
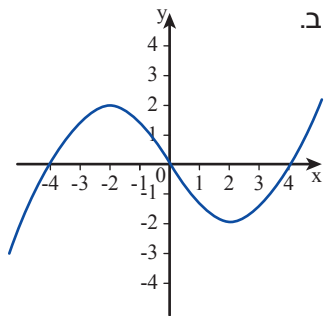
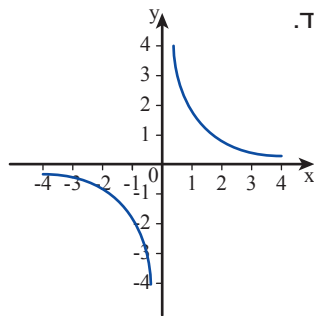
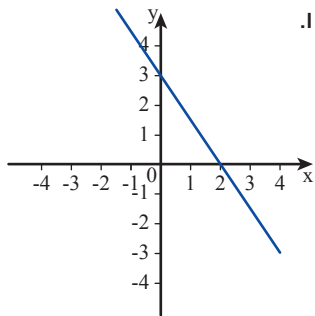
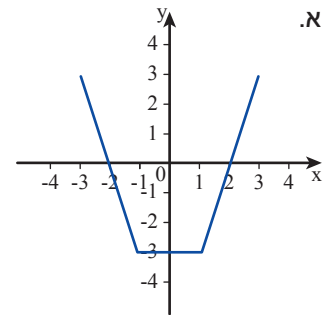
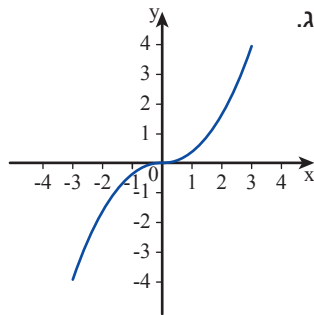
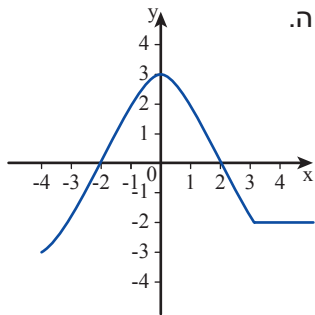




אוסף משימות

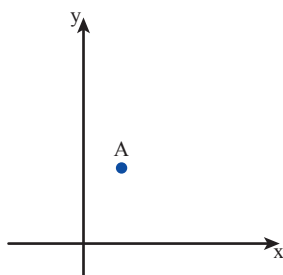


1. הניחו נייר שקוף על השרטוטים. סמנו על ציר x:
- בכחול** - תחום עלייה של הפונקציה,
 - באדום** - תחום ירידה של הפונקציה,
 - בירוק** - תחום שבו הפונקציה קבועה.



2. בכל סעיף במשימה הקודמת, כתבו: מהו התחום שבו הפונקציה עולה? מהו התחום שבו הפונקציה יורדת? מהו התחום שבו הפונקציה קבועה?

צילום: בסעיף א: הפונקציה עולה בתחום $x > 1$, הפונקציה יורדת בתחום $x < -1$, הפונקציה קבועה בתחום $-1 < x < 1$

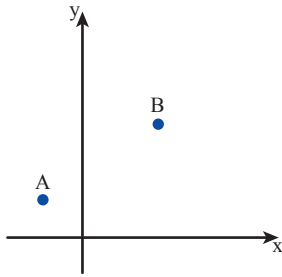


3. העתיקו את השרטוט.

- א. שרטטו גרף העובר דרך A, כך שמתקיים:
משמאל ל-A הפונקציה עולה, ומימין ל-A הפונקציה יורדת.
- ב. האם תוכלו לשרטט פונקציה נוספת המקיימת אותם תנאים?



4. בכל סעיף, העתיקו את השרטוט, ושרטטו גרף של פונקציה העובר דרך הנקודות A ו-B, כך שמתקיים:



א. משמאל ל-A הפונקציה יורדת, בין A ל-B הפונקציה עולה, מימין ל-B הפונקציה יורדת.

ב. משמאל ל-A הפונקציה קבועה, בין A ל-B הפונקציה עולה, מימין ל-B הפונקציה קבועה.

ג. פונקציה אחרת כרצונכם.



5. שרטטו גרף של פונקציה, כך שמתקיים:

הפונקציה עולה לכל x קטן מ-0, הפונקציה יורדת בתחום שבין 0 ל-4, הפונקציה עולה לכל x גדול מ-4



6. בכל סעיף, קבעו אם הפונקציה עולה, יורדת או קבועה.

לכל פונקציה כתבו ייצוגים שונים (ייצוג אלגברי, טבלה, גרף) ובדקו את תשובתכם.

א. לכל מספר מתאימים את המספר -1

ב. לכל מספר מתאימים את מכפלתו ב-(-1)

ג. לכל מספר מתאימים את תוצאת החיבור שלו עם (-1)



7. בכל סעיף, קבעו אם הפונקציה עולה תמיד, יורדת תמיד או קבועה תמיד; או יש לפונקציה תחומים שבהם היא עולה, יורדת או קבועה.

א. לכל מספר מתאימים את מכפלתו ב-0

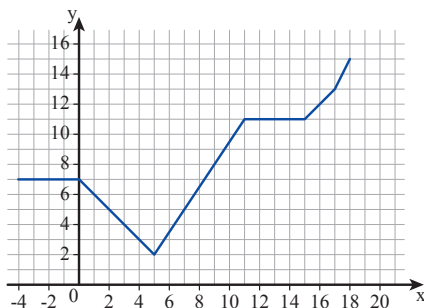
ב. לכל מספר שלם, מתאימים את סכום הספרות שלו.

ג. לכל מספר מתאימים את הערך המוחלט שלו.

כתבו ייצוג נוסף לכל פונקציה (ייצוג אלגברי, טבלה או גרף) ובדקו את תשובתכם.



8. העתיקו את גרף הפונקציה.



א. צבעו **בכחול** את חלקי הגרף שבהם הפונקציה עולה,

צבעו **באדום** את חלק הגרף שבו הפונקציה יורדת,

צבעו **בירוק** את חלקי הגרף שבהם הפונקציה קבועה.

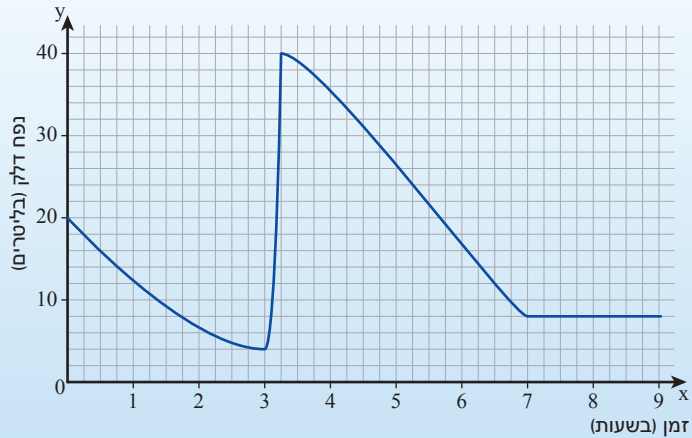
ב. סמנו על ציר x: תחום עלייה, תחום ירידה,

ותחום שבו הפונקציה קבועה.

שיעור 3. פונקציות בחיי היומיום



לפניכם גרף המתאר את נפח הדלק במכל מכונית במשך 9 שעות.



מה נוכל ללמוד מתוך הגרף על תנועת המכונית במשך 9 השעות המתוארות?

נחקור תכונות של הגרף.

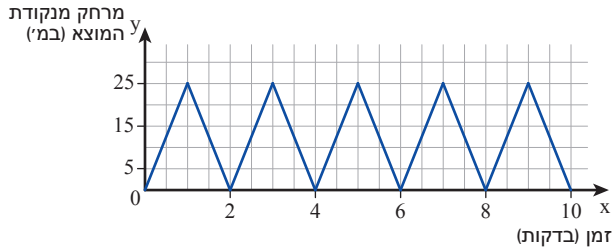
1. ענו לפי הגרף במשימת הפתיחה.
 - א. מה היה נפח הדלק אחרי שעה אחת? אחרי 3 שעות? אחרי 5 שעות? אחרי 8 שעות?
 - ב. מתי היה נפח הדלק 35 ליטר בערך?
 - ג. מהו נפח הדלק הקטן ביותר שהיה במכל? מתי? מהו נפח הדלק הגדול ביותר שהיה במכל? מתי? האם בין שתי שעות אלו היתה המכונית בנסיעה, בחנייה או בתדלוק?
 - ד. בין אילו שעות ירד נפח הדלק במכל? בין אילו שעות היה הנפח קבוע?
 - ה. מה מספרת הנקודה שבה הגרף חותך את ציר y ?
2. **אורי** שוחה בבריכה שאורכה 50 מטרים. הוא שוחה 10 בריכות ללא הפסקה, במשך 10 דקות. הטבלה מתארת את מרחקו של אורי מנקודת המוצא במטרים (y), כפונקציה של הזמן שחלף מתחילת האימון בדקות (x).

הזמן מתחילת האימון (x)	0	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	5
המרחק מנקודת המוצא (y)	0	25	50	25	0	25	50	25	0	25	50

שרטטו מערכת צירים: סמנו על ציר x את הזמן שחלף (בדקות) מתחילת השחייה (המשיכו עד 10 דקות). סמנו על ציר y את המרחק (במטרים) מנקודת המוצא (כל משבצת 5 מטרים). סמנו במערכת הצירים את הנקודות המתאימות לנתונים בטבלה, חברו את הנקודות בקווים.

3. ענו לפי הגרף ששרטטתם במשימה 2.

- מה אורך הבריכה? כמה מטרים שחה אורי בסך-הכול?
- מה מייצגות הנקודות שבהן הגרף חותך את ציר x ?
- האם הגרף ששרטטתם מתאר פונקציה? מהו תחום הפונקציה?
- סמנו **בכחול** את התחומים (על ציר x) שבהם הפונקציה עולה.
- סמנו **באדום** את התחומים (על ציר x) שבהם הפונקציה יורדת.
- תארו במילים את תנועתו של אורי בתחומים שסימנתם.



4. בשיעור הראשון ביחידה זו, חקרנו גרף המתאר

את השחייה של **אמנון**.

כתבו דוגמה מהגרף לתחום שבו הפונקציה עולה, ולתחום שבו הפונקציה יורדת.

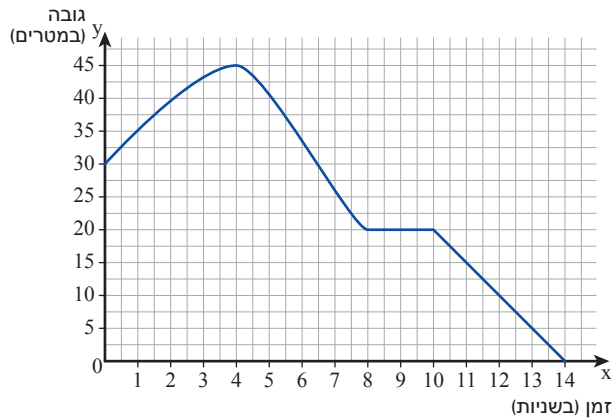


5. א. במה דומים ובמה שונים הגרפים של **אורי** ושל **אמנון**?

ב. מי שוחה לדעתכם מהר יותר, אורי או אמנון? הסבירו.



אוסף משימות



1. ציפור שישבה על עץ התחילה לעוף.

הגרף מתאר פונקציה של גובה הציפור מעל הקרקע במשך 14 שניות מתחילת מעופה.

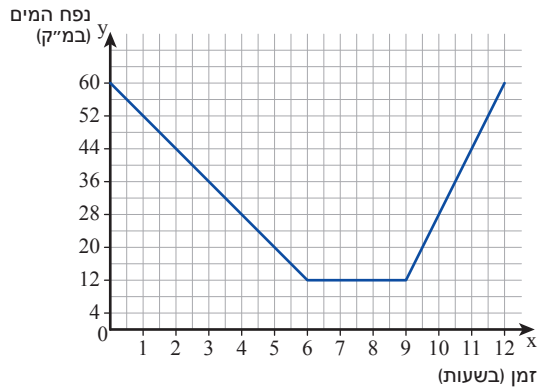
- מה גובה העץ שעליו יושבה הציפור בהתחלה?
- מתי הגיעה הציפור למקום הכי גבוה?
- מתי הגיעה הציפור לגובה 15 מטר?
- לאיזה גובה הגיעה הציפור בתום 14 שניות?
- באיזה תחום הגביהה עוף?
- באיזה תחום הנמיכה עוף?
- מה עשתה הציפור, לדעתכם, בתחום שבו הפונקציה קבועה?





2. לפניכם גרף של פונקציה המתאר את נפח המים בבריכה במשך 12 שעות.

א. מה היה נפח המים בבריכה כשהתחילו למדוד? אחרי 3 שעות? אחרי 6 שעות? אחרי 11 שעות?



ב. מתי היו בבריכה 44 מ"ק מים?

ג. האם נפח המים קטן, גדל או לא השתנה?

• במשך 6 השעות הראשונות.

• אחרי 6 שעות מההתחלה ובמשך 3 שעות.

• אחרי 9 שעות מההתחלה, ובמשך 3 שעות.

ד. האם הוציאו מים מהבריכה? אם כן, מתי?

ה. האם הוסיפו מים לבריכה? אם כן, מתי?

ו. מה היה נפח המים המקסימלי בבריכה? מתי?

ז. מה היה נפח המים המינימלי בבריכה? מתי?

ח. המורה שאלה: מתי היו בבריכה 12 מ"ק מים?

תלמידות רבות כתבו תשובות שונות, וכולן כתבו תשובות נכונות.

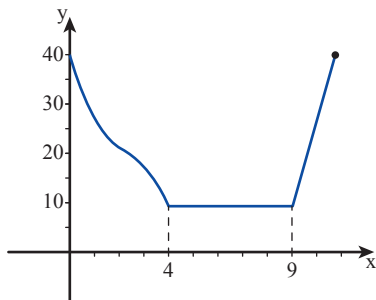
האם ייתכן? הסבירו.



3. לפניכם גרף המתאר את נפח הדלק במכל המכונית כפונקציה של הזמן.

א. תארו במילים מה מתאר הגרף.

ב. רשמו תחומים שבהם הפונקציה עולה, יורדת, קבועה.



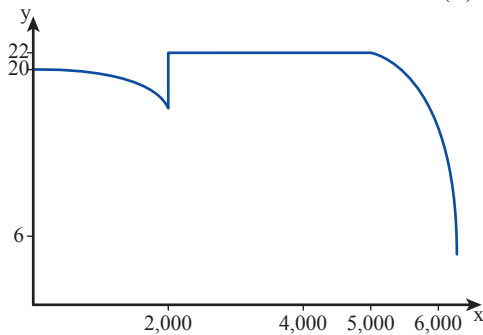
4. לפניכם גרף המתאר את לחץ האוויר בגלגל מכונית (y)

כפונקציה של מספר הסיבובים שעשה הגלגל מתחילת הנסיעה (x).

א. תארו במילים מה מתאר הגרף.

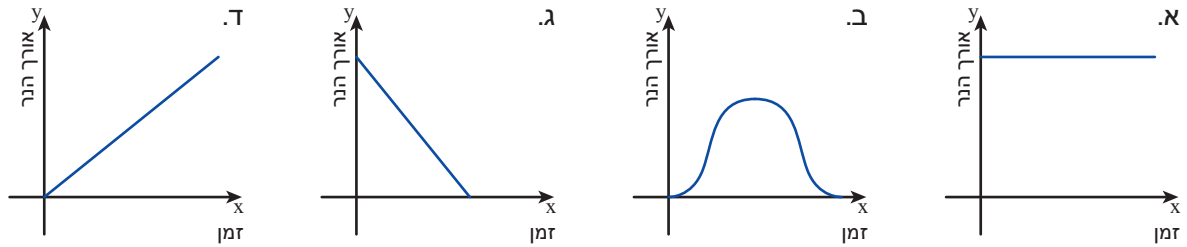
ב. רשמו תחומים שבהם הגרף מתאר פונקציה.

ג. רשמו תחומים שבהם הפונקציה עולה, יורדת, קבועה.

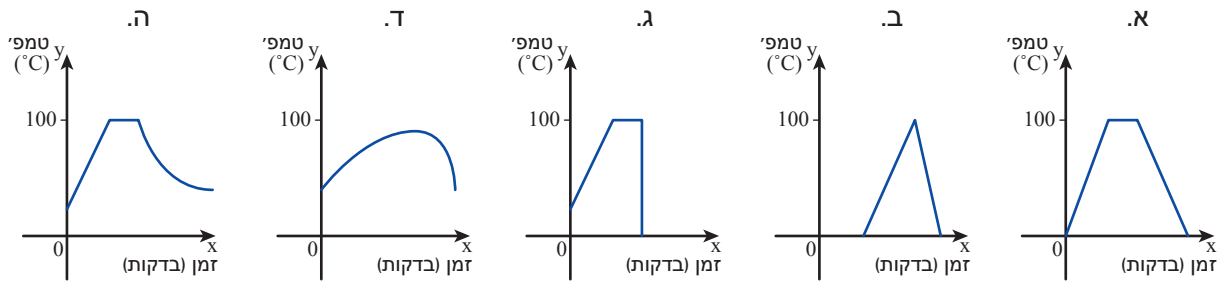




5. בחרו את הגרף המתאר את האורך של נר בוער (y) לפי זמן הבעירה (x).

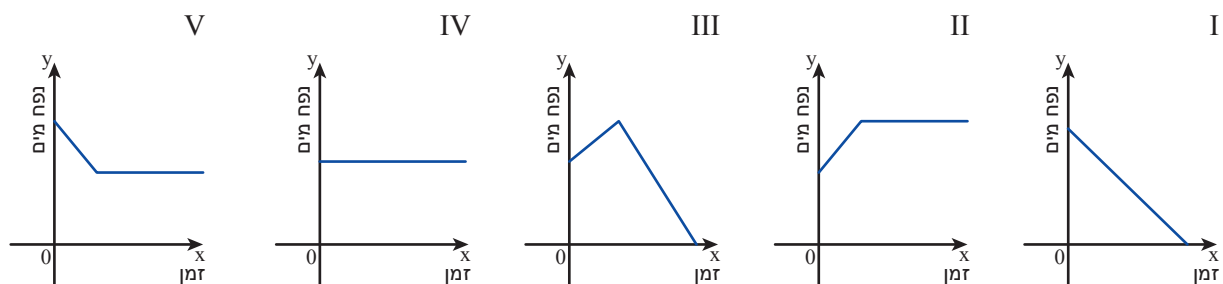


6. העמידו על האש קומקום מלא מים בטמפרטורה של 20°C . המים התחממו עד לרתיחה. המים רתחו במשך מספר דקות, ואז הורידו את הקומקום מהאש. איזה גרף מתאר את הסיפור?



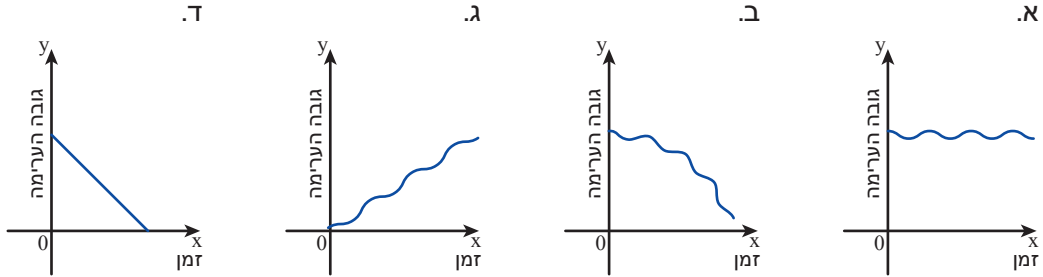
7. התאימו תיאור מילולי לגרף.

- א. נפח המים באמבטיה נשאר קבוע כל הזמן.
- ב. מילאו אמבטיה שהיו בה כבר מים, ואחר כך רוקנו אותה.
- ג. מילאו אמבטיה שהיו בה כבר מים, והשאירו את המים באמבטיה.
- ד. הוציאו חלק מהמים מהאמבטיה.
- ה. רוקנו לגמרי את המים שבאמבטיה.

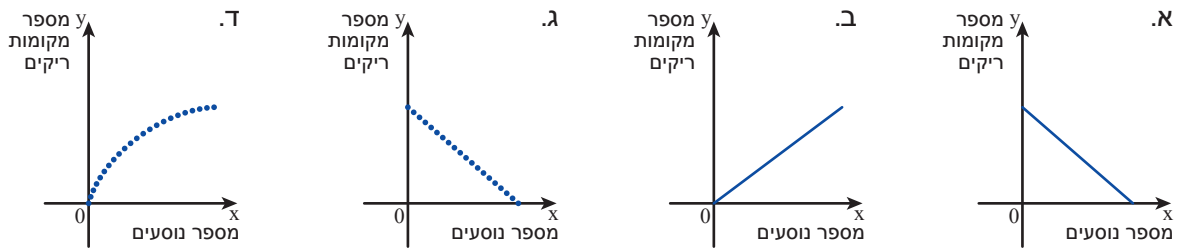




8. בחרו את הגרף המתאר את גובה ערימת חול בחוף הים הנשטפת עם הגלים (y), בהתאם לזמן שחלף מאז החלו למדוד (x).



9. בחרו את הגרף המתאר את מספר המקומות הריקים באוטובוס (y) בהתאם למספר הנוסעים (x).



10. לאחר קליעה למטרה, הכדור נופל ונחבט בקרקע. אחד מן הגרפים הבאים מתאר את מהירות הכדור (y) בהתאם לזמן (x). מהו הגרף? הסבירו מדוע.

