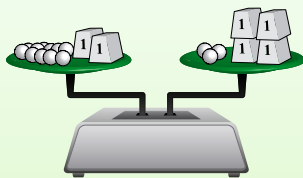


יחידה 15: פתרון משוואות ובעיות

שיעור 1. מאזניים ומשוואות

פתרון משוואות על-ידי פעולות על אגפים



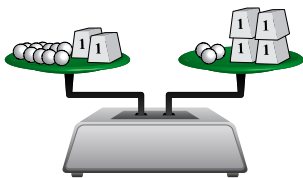
ליצחק משקולות של 1 ק"ג, וכדורים בעלי משקל זהה, אך לא ידוע.

יצחק מניח, על כל כף של המאזניים, משקולות וכדורים,

עד שהכפות מאוזנות (ראו ציור).

מה המשקל של כדור אחד?

נפתור משוואות על-ידי פעולות על האגפים.



1. אילו מספרים יכולים להתאים למשקל של כדור אחד? הסבירו.

2. **יצחק** ראה כי:

$$\boxed{4 \text{ משקולות} + 3 \text{ כדורים}} = \boxed{2 \text{ משקולות} + 11 \text{ כדורים}}$$

יצחק מתאר את הפעולות שהוא מבצע כדי למצוא משקל של כדור אחד.

מצב המאזניים

הפעולות

$$\boxed{2 \text{ ק"ג} + 11 \text{ כדורים}} = \boxed{4 \text{ ק"ג} + 3 \text{ כדורים}}$$

מורידים 3 כדורים מכל כף
מקבלים:

$$\boxed{2 \text{ ק"ג} + 8 \text{ כדורים}} = \boxed{4 \text{ ק"ג}}$$

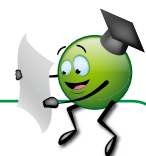
מורידים 2 ק"ג מכל כף
מקבלים:

$$\boxed{8 \text{ כדורים}} = \boxed{2 \text{ ק"ג}}$$

לוקחים **חצי** מכל כמות
מקבלים:

$$\boxed{4 \text{ כדורים}} = \boxed{1 \text{ ק"ג}}$$

מה המשקל של כדור אחד?



תזכורת

שוויון בין ביטוי אלגברי למספר או שוויון בין שני ביטויים אלגבריים נקרא **משוואה**.

כל אחד משני צידי המשוואה נקרא **אגף**.

במשוואה חשוב לשמור על השוויון בין האגפים, כפי שבמאזניים שומרים על איזון בין הכפות.



3. נתרגם למשוואה את הבעיה של הכדורים והמשקולות המונחים על כפות המאזניים (משימה 2).

נסמן ב- x את המשקל של כדור אחד בק"ג ($x > 0$).

כל משקולת היא של 1 ק"ג.

$$11x + 2 = 3x + 4$$

א. נפתור את המשוואה (ניעזר בפעולות על האגפים, בדומה לאלו שביצע יצחק על כפות המאזניים).

השלימו את פתרון המשוואה לפי הפעולות הרשומות.

המשוואה

$$11x + 2 = 3x + 4$$

מחסרים $3x$ מכל אגף

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

מחסרים 2 מכל אגף

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

מחלקים ב- 2 כל אגף

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

מצב המאזניים

$$4 \text{ ק"ג} + 3 \text{ כדורים} = 2 \text{ ק"ג} + 11 \text{ כדורים}$$

מורידים 3 כדורים מכל כף

$$4 \text{ ק"ג} = 2 \text{ ק"ג} + 8 \text{ כדורים}$$

מורידים 2 ק"ג מכל כף

$$2 \text{ ק"ג} = 8 \text{ כדורים}$$

לוקחים חצי מהכמות מכל כף

$$1 \text{ ק"ג} = 4 \text{ כדורים}$$

ב. מהו המשקל של כדור אחד בק"ג?

מהו המשקל של כדור אחד בגרמים?

בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.

4. המשוואות הבאות מתארות מצב של איזון בין כדורים למשקולות של 1 ק"ג.

x מייצג את המשקל בק"ג של כדור אחד ($x > 0$).

בכל משוואה, תארו במילים את הרכב הכדורים והמשקולות שעל כל כף של המאזניים.

$$3x + 5 = x + 8 \quad \text{זנחה:}$$

8 משקולות + 1 כדור מאזנים 5 משקולות + 3 כדורים

$$5x + 1 = x + 5 \quad \text{ב.}$$

$$8x = 5x + 1 \quad \text{א.}$$



5. נתונה המשוואה $5x - 4 = 3x + 1$

האם אפשר להציג אותה, באמצעות משקולות וכדורים, על כפות המאזניים? הסבירו.



חלק מן המשוואות אי אפשר לתאר כאיזון של כפות המאזניים. גם במקרים אלה אפשר לפתור משוואות על-ידי ביצוע פעולות חשבוניות על אגפי המשוואה, כך שיישמר השוויון.

דוגמה: את המשוואה $5x - 4 = 3x + 1$ פותרים כך:

$$5x - 4 = 3x + 2 \quad / + 4 \quad \text{מוסיפים 4 לשני האגפים:}$$

$$5x = 3x + 6 \quad / - 3x \quad \text{מחסרים 3x משני האגפים:}$$

$$2x = 6 \quad / : 2 \quad \text{מחלקים ב-2 את שני האגפים:}$$

$$x = 3 \quad \text{פתרון המשוואה:}$$

$$5 \cdot 3 - 4 = 3 \cdot 3 + 2 \quad \text{לבדיקה מציבים במשוואה המקורית:}$$

$$11 = 11 \quad \checkmark$$

שימו לב, אין לכפול או לחלק את אגפי המשוואה ב-0

6. פתרו את המשוואות.

א. $7x + 2 = 5x + 10$ ג. $3x + 5 = 2x + 9$ ה. $4x + 1 = 7x + 10$

ב. $7x - 2 = 5x + 10$ ד. $3x - 9 = 2x + 1$ ו. $4x - 1 = 7x - 10$

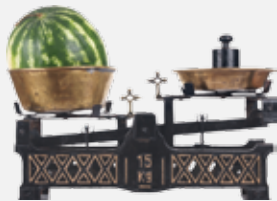
מאזניים הם מתקן שקילה.



המאזניים העתיקים מדדו את משקלו של חפץ על-ידי השוואה למשקלם של חפצים שמשקלם ידוע (משקולות). למשתמשים במאזניים היו מספר משקולות ובעזרתן שקלו סחורות שונות. מאזניים כאלה היו נפוצים במצרים ובפרס כבר לפני כ-4,000 שנה.



במשך הזמן התפתחו מאזניים בעלי אורכי זרועות שונים, שאיזון משקלי חפצים באמצעות משקולות קטנות יחסית.



במשך השנים, פותחו מאזניים המודדים משקל בשיטות אחרות. למשל, מאזני הקפיץ, המודדים משקל לפי מידת ההתארכות של קפיץ, ולאחרונה, המאזניים האלקטרוניים המודדים משקל בעזרת אלקטרו-מגנט או בעזרת פרמטרים חשמליים המשתנים בהשפעת הלחץ המופעל על-ידי המשקל הנמדד.



האם ידעתם עד כמה חשוב ומשמעותי כל מעשה טוב שאנו עושים? לפי הרמב"ם, על האדם לדמות כאילו העולם כולו נתון על כפות המאזניים, טרם הכרעה; ופעולה טובה בודדת עשויה להכריע את הכף ולהביא תשועה לעולם כולו (הלכות תשובה, פרק ג הלכה ד).



1. מימין לכל משוואה רשומות ארבע פעולות על האגפים. בחרו את הפעולה שתיצור משוואה פשוטה יותר.

משוואה	פעולות			
$15 + 2x = 5x$	/ -5x	/ -2x	/ +2x	/ -15
$20 - 4x = 6x$	/ +4x	/ -20	/ -6x	/ -4x
$3 = 6x - 12$	/ -12	/ -6x	/ -3	/ +12
$10x = 4 + 6x$	/ -10x	/ -4	/ +6x	/ -6x



2. בכל סעיף, בחרו את האות המתאימה.

לא נכון	נכון	
ט	פ	א. פתרון המשוואה $4x + 7 = 5x$ הוא 7
ת	ע	ב. פתרון המשוואה $x + 2 = 3x - 6$ הוא 3
ו	ר	ג. פתרון המשוואה $2(x + 1) = x$ הוא -2
ת	ו	ד. פתרון המשוואה $20 - 4x = 6x$ הוא 2
נ	ה	ה. פתרון המשוואה $7x - 2 = 6x - 5$ הוא 1
פ	נ	ו. פתרון המשוואה $6x = 3x + 18$ הוא 6
צ	כ	ז. פתרון המשוואה $3x + 1 = x - 5$ הוא -3
ו	ב	ח. פתרון המשוואה $8x + 4 = 7x + 3$ הוא 1
ה	נ	ט. פתרון המשוואה $5x + 2 = 4x + 3$ הוא 1



3. בכל סעיף, בצעו את הפעולה הרשומה על אגפי המשוואה ופתרו.

א. $4x = x + 3$ / - x	ג. $6x = 2x + 28$ / - 2x	ה. $3 + x = 4x + 9$ / - x
ב. $4x + 1 = 9$ / - 1	ד. $5 + 2x = 3x$ / - 2x	ו. $3x + 4 = x + 8$ / - x



4. בכל סעיף, בצעו פעולות על אגפי המשוואות ופתרו אותן.

א. $5x + 4 = 20 + 3x$ ג. $5x - 4 = 20 + 3x$ ה. $4 - 5x = 20 + 3x$

ב. $5x - 4 = 20 - 3x$ ד. $5x + 4 = 20 - 3x$ ו. $4 - 5x = 20 - 3x$



5. התאימו כל משוואה לפתרון שלה.

- | | | |
|----|---|-------------------|
| | • | $5x = 20$ |
| 10 | • | $5x = x + 20$ |
| 2 | • | $5x = 3x + 20$ |
| 5 | • | $5x + 2 = 3x + 6$ |
| 4 | • | $5x - 2 = 3x + 6$ |
| | • | $5x + 1 = 4x + 3$ |



6. התאימו כל משוואה לפתרון שלה.

- | | | |
|----|---|--------------------|
| | • | $2x + 7 = x + 3$ |
| 8 | • | $2 + 6x = 50$ |
| | • | $12x = 30 - 3x$ |
| 2 | • | $3x + 5 = -7$ |
| | • | $2x + 6 = 5x$ |
| -4 | • | $3 + 5x = 4x + 11$ |
| | • | $3x + 5 = 2x + 13$ |



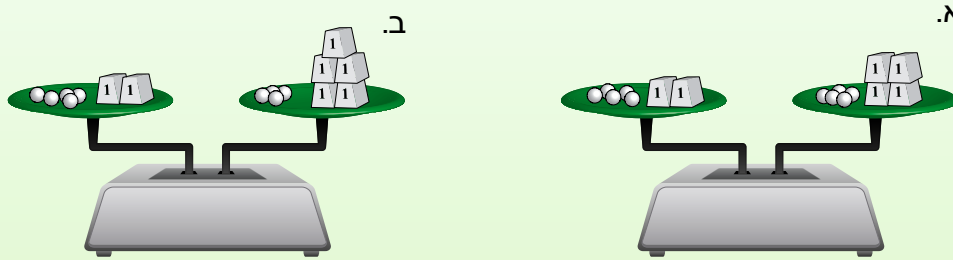
7. א. רשמו משוואה שהפתרון שלה הוא $x = 3$

ב. רשמו משוואה בה מופיעים ביטויים בשני האגפים והפתרון שלה הוא $x = 3$

שיעור 2. ממשיכים לאזן

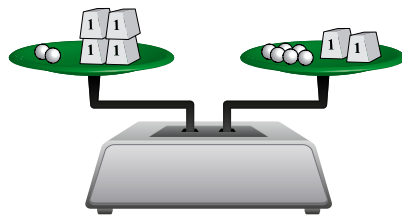
פתרון משוואות על-ידי פעולות על האגפים

על כפות המאזניים שבשרטוטים משקולות של 1 ק"ג וכדורים בעלי משקל זהה.
 x מייצג את המשקל של כדור אחד בק"ג ($x > 0$).
 איזה שרטוט מתאים למשוואה: $5x + 2 = 4x + 5$? הסבירו.



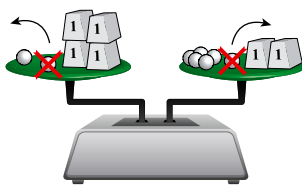
נמשיך לחקור את הדמיון בין מאזניים למשוואה.

1. פתרו את המשוואה $5x + 2 = 4x + 5$ ומצאו את המשקל של כדור אחד בק"ג.
 בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



2. לפניכם כפות מאזניים מאוזנות.

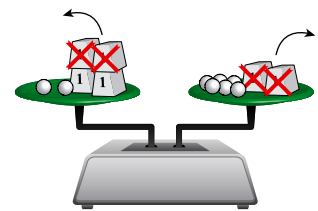
א. אילו מבין השינויים הבאים שומרים על איזון של כפות המאזניים?



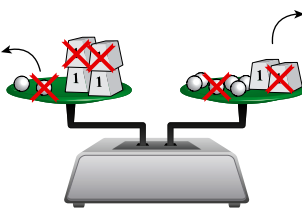
הורדת כדור מכל כף



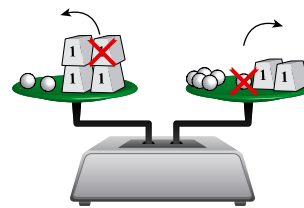
הורדת 2 כדורים מכל כף



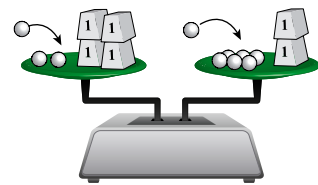
הורדת 2 משקולות מכל כף



הורדת חצי כמות מכל כף



הורדת כדור מכף אחת ומשקולת מהכף השנייה



הוספת כדור לכל כף

ב. מה משותף לשינויים השומרים על האיזון של כפות המאזניים? הסבירו.



במשימה 1 ביצענו פעולות על אגפי משוואה, המאפשרות למצוא את המשקל של כדור אחד.
במשימה 2 מצאנו כי הפעולות הבאות שומרות על האיזון של כפות המאזניים:

- הוספה או הפחתה של אותה כמות (משקולות או כדורים) משתי כפות המאזניים.
- הגדלה או הקטנה של הכמויות שעל כפות המאזניים פי אותו מספר (שונה מאפס).

בדומה למאזניים (איזון בין שתי כפות מאזניים), במשוואה שומרים על השוויון בין שני האגפים על-ידי ביצוע הפעולות הבאות על אגפי המשוואה.

- חיבור או חיסור אותו מספר או אותו ביטוי לשני האגפים.

$$8x + 2 = 3x + 12 \quad \text{זלזל:} \quad -3x$$

- כפל או חילוק באותו מספר (שאינו אפס), של הביטויים משני האגפים.

$$4x = 20 \quad \text{זלזל:} \quad :4$$

מבצעים פעולות על שני האגפים של המשוואה עד למצב של שוויון בין המשתנה ובין מספר. המספר המתקבל הוא פתרון המשוואה.

3. פתרו את המשוואות בעזרת פעולות על האגפים.

$$3x - 8 = 2x + 2 \quad \text{זלזל:} \quad \text{נתונה המשוואה:}$$

$$3x - 8 = 2x + 2 \quad \text{מחברים 8 לשני האגפים:} \quad +8$$

$$3x = 2x + 10 \quad \text{מקבלים:}$$

$$3x = 2x + 10 \quad \text{מחסרים } 2x \text{ משני האגפים:} \quad -2x$$

$$x = 10 \quad \text{מקבלים כי פתרון המשוואה:}$$

$$3 \cdot 10 - 8 = 2 \cdot 10 + 2 \quad \text{בדיקה:}$$

$$22 = 22 \quad \checkmark$$

$$\text{א. } 6x + 3 = 5x + 13 \quad \text{ג. } 5x - 4 = 3x + 6 \quad \text{ה. } 2x + 3 = 5 + x$$

$$\text{ב. } 6x - 3 = 17 + 2x \quad \text{ד. } 7x = 5x + 8 \quad \text{ו. } 5x - 4 = 7x - 10$$



4. נתונה המשוואה: $5x + 2 = 7 + x$

אילו מבין המשוואות הבאות, מתקבלות מהמשוואה הנתונה על-ידי ביצוע פעולה אחת על האגפים?

$$4x + 2 = 7 \quad 5x = 7 + x \quad 5x + 2 = 7 \quad 5x = 5 + x$$



1. מימין לכל משוואה רשומות ארבע פעולות על האגפים.

בחרו את הפעולה שתיתן משוואה פשוטה יותר, ופתרו את המשוואה.

$6x = 3x + 12$	/ -3x	/ -6x	/ +3x	/ -12	א.
$10x = 12 + 4x$	/ +4x	/ -12	/ -10x	/ -4x	ב.
$10x - 3 = 17$	/ -3	/ -10x	/ +3	/ -17	ג.
$8x = 2x + 12$	/ -8x	/ -2x	/ +2x	/ -12	ד.



2. בכל סעיף, בצעו את הפעולה הרשומה על אגפי המשוואה ופתרו.

$5x - 8 = 6x$ / - 5x	ה.	$7x = 5x + 8$ / - 5x	ג.	$8x - 5 = 19$ / + 5	א.
$18 = 3x + 6$ / - 6	ו.	$3 + 4x = 5x$ / - 4x	ד.	$2x + 9 = 1$ / - 9	ב.



3. פתרו את המשוואות.

$6x + 2 = 3x - 7$	ה.	$4 - 5x = 24$	ג.	$15 = 3x + 6$	א.
$12x + 5 = 7x$	ו.	$4x + 3 = 10x$	ד.	$5x = 8 - 3x$	ב.



4. בכל סעיף, נתונה משוואה במסגרת.

הקיפו שתי משוואות המתקבלות מהמשוואה הנתונה על-ידי ביצוע פעולה אחת על האגפים.

$5x + 8 = 2x$	$5x + 3 = 2x$	$3x + 8 = 5$	$5x + 8 = 2x + 5$	א.
$6x = 4x - 8$	$2x + 9 = 1$	$6x = 4x + 8$	$6x + 9 = 4x + 1$	ב.
$5 = x + 7$	$2x = 3x + 2$	$2x + 2 = 3x$	$2x + 5 = 3x + 7$	ג.
$2x - 5 = 12$	$2x = 3x + 12$	$2x - 12 = 3x$	$2x - 5 = 3x + 7$	ד.



5. בכל סעיף, נתונה משוואה במסגרת.

הקיפו משוואות המתקבלות מהמשוואה הנתונה על-ידי ביצוע פעולה אחת על האגפים.

א. $4x + 10 = x$ $4x - 10 = x$ $4x = x - 10$ $3x + 3 = -7$ $4x + 3 = x - 7$

ב. $4x + 4 = x$ $4x = x - 4$ $4x = x - 10$ $3x - 3 = -7$ $4x - 3 = x - 7$

ג. $4x = x - 4$ $3x + 3 = 7$ $4x = x + 4$ $3x + 10 = x$ $4x + 3 = x + 7$

ד. $3x = x + 10$ $4x - 10 = x$ $3x - 3 = 7$ $4x + 10 = x$ $4x - 3 = x + 7$



6. תלמידים התבקשו לפתור את המשוואה $3x - 12 = 15$

יוסי פתר כך:

$$3x - 12 = 15 / -12$$

$$3x = 3 / :3$$

$$x = 1$$

דני פתר כך:

$$3x - 12 = 15 / +12$$

$$3x = 27 / :3$$

$$x = 9$$

איזה משני הפתרונות הוא הפתרון של המשוואה הנתונה.

מה הטעות בדרך הפתרון האחרת?



7. פתרו את המשוואות ורשמו את הפתרון במשבצת המתאימה.

2	+	ב	=	א
+		+		+
7	+	7	=	ג
=		=		=
1	+	ה	=	14

א. $10 - 3x = 4 - 2x$ ד. $3(x + 1) = 6$

ב. $5x + 1 = 3x + 9$ ה. $2x + 3 = 25$

ג. $10 + 5x = 2 + 6x$ ו. $12 + x = 5x$



8. פתרו את המשוואות ורשמו את הפתרון במשבצת המתאימה.

3	+	ב	=	א
+		+		+
7	+	7	=	ג
=		=		=
1	+	ה	=	8

א. $x + 3 = 2x + 4$ ד. $3 + 6x = 11 + 2x$

ב. $3x + 1 = 2x - 3$ ה. $6x - 8 = 5x - 5$

ג. $3(x - 1) = 24$ ו. $5 - x = 10 - 2x$

כמה משוואות מספיק לפתור כדי למלא את התשבץ? הסבירו.

שיעור 3. אוספים בולים

מה מייצג המשתנה?



בחוג לבולאות משווים הילדים את מספר הבולים שאספו. מספר הבולים של מאיר הוא פי שלושה ממספר הבולים של שמואל. שמואל קיבל עוד 120 בולים, ואז היה להם אותו מספר בולים. כמה בולים היו לכל אחד מהילדים בהתחלה? הסבירו כיצד מצאתם. **נפתור בעיות בעזרת משוואות שונות.**

במשימות 1-2 נתייחס לנתונים ממשימת הפתיחה.

1. יעקב פתר את הבעיה בעזרת משוואה, כך:

הוא סימן ב- x את מספר הבולים שהיו לשמואל בהתחלה (x מספר טבעי),

$$\text{ורשם את המשוואה } 3x = x + 120$$

פתרו את המשוואה של יעקב, ומצאו כמה בולים היו לכל אחד בהתחלה.

בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.

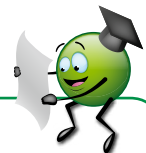
2. אברהם סימן ב- x את מספר הבולים שהיו למאיר בהתחלה.

א. האם כל מספר שלם חיובי יכול להתאים ל- x ? אם כן, הסבירו. אם לא, איזה תנאי תוסיפו?

ב. בחרו משוואה מתאימה לסיפור ופתרו אותה. $x = \frac{x}{3} + 120$ $x + 120 = \frac{x}{3}$

ג. הסבירו מדוע פתרון המשוואה של אברהם שונה מפתרון המשוואה של יעקב.

ד. האם בדרך הפתרון של אברהם התקבלה תשובה שונה לבעיה ממשימת הפתיחה? הסבירו.



כשפותרים בעיה בעזרת משוואה, מחליטים מה מייצג המשתנה, ורושמים ביטויים לגדלים האחרים. בהתאם לביטויים קובעים את התנאים של הבעיה, כלומר אילו מספרים מתאימים למשתנה. מהגדרה שונה של משתנים מתקבלות משוואות שונות להן פתרונות שונים, אך פתרון הבעיה זהה.

מל/3: במשימה 1, **יעקב** ייצג ב- x את מספר הבולים שהיו לשמואל בהתחלה.

במקרה זה x מספר טבעי.

$$\text{המשוואה המתאימה היא } 3x = x + 120, \text{ ופתרונה } x = 60$$

במשימה 2, **אברהם** ייצג ב- x את מספר הבולים שהיו למאיר בהתחלה.

במקרה זה x צריך להיות מספר טבעי שמתחלק ב- 3 בלי שארית.

$$\text{המשוואה המתאימה היא } x = \frac{x}{3} + 120 \text{ ופתרונה } x = 180$$

התקבלו משוואות שונות, לכן הפתרון שלהן שונה.

בשני המקרים התשובה לבעיה זהה: בהתחלה היו לשמואל 60 בולים, ולמאיר 180 בולים.



3. לאליהו 240 בולים פחות מאשר ליאיר.

לאפרים פי 3 יותר בולים מאשר לאליהו.

מספר הבולים של אפרים שווה למספר הבולים של יאיר ושל אליהו ביחד.
כמה בולים יש לכל אחד?



ביום שישי, ה' באייר תש"ח, הוכרז על עצמאותה של מדינת ישראל.
פחות מ- 48 שעות אחרי הכרזת העצמאות, ביום ראשון בבוקר, הוציאה המדינה
החדשה את בולי הדואר הראשונים שלה.

שבועות מספר לפני יום ההכרזה על הקמת המדינה, בניסן תש"ח, הפסיקו הבריטים, אשר עמדו
לוותר על המנדט שהיה להם על "פלסטינה", את כל שירותי הדואר. המוסדות היהודיים החלו
בהכנות להדפסת בולים עבור המדינה שתקום.

הבעיות היו רבות: נייר להדפסת בולים כמעט לא היה בנמצא. מכבשי דפוס מתאימים ומכונות
ניקוב לא היו; ההכרעה בדבר שמה של המדינה החדשה עוד לא נפלה; האם תיקרא יהודה, ארץ
ישראל או ישראל? לבסוף הוחלט: על הבולים יירשם "דואר עברי". מכונת דפוס נמצאה, אבל היה
צורך להתאימה לתפקידה החדש והנייר שנאסף היה בגוונים רבים ובעוביים שונים.

למרות כל הקשיים, מיד אחרי הכרזת העצמאות הופיעו בולי "דואר עברי", ונמכרו בכל סניפי
הדואר בארץ. מאז הוציאה ישראל בולים רבים: ביניהם סדרות מן המניין, בולי דואר אוויר ובולי
זיכרון. רבים מהבולים הראשונים מבוקשים מאוד על-ידי אספנים בעולם כולו.

4. פתרו את המשוואות.

$2(3x + 1) + 6 = 2(x + 4) - x$	$3(x - 3) + 4x = 5x + 3$	<i>צולגאלי:</i>
$6x + 2 + 6 = 2x + 8 - x$	$3x - 9 + 4x = 5x + 3$	
$6x + 8 = x + 8 / -x$	$7x - 9 = 5x + 3 / +9$	
$5x + 8 = 8 / -8$	$7x = 5x + 12 / -5x$	
$5x = 0$	$2x = 12 / :2$	
$x = 0$	$x = 6$	

א. $2(8 - x) = 6x$ ג. $5(x - 2) = x + 10$ ה. $2(x - 3) + 13 = 3(x - 2) - 7$

ב. $6(x - 3) = 10 - x$ ד. $3(5x + 1) = x + 3$ ו. $3(x - 2) + 5 = 4 - 2x$

5. פתרו את המשוואות.

$3(x - 3) = 6$	או	$3(x - 3) = 6$	זוגות:
$3(x - 3) = 6 / :3$		$3x - 9 = 6 / + 9$	
$x - 3 = 2 / + 3$		$3x = 15 / : 3$	
$x = 5$		$x = 5$	

א. $3(x - 2) = 12$ ב. $2(x + 3) = 10$ ג. $2(x - 7) = 8$



6. כתבו בעיה מתאימה העוסקת בבולים, עבור המשוואה $4x + 20 = x + 200$ (x מספר טבעי).



אוסף משימות



1. מספר המכוניות באוסף של **אלעזר** הוא פי שניים ממספר המכוניות באוסף של **מנחם**.



לאחר שמנחם קיבל עוד 7 מכוניות, ואלעזר קיבל עוד מכונית אחת, הייתה כמות המכוניות של מנחם שווה לכמות המכוניות של אלעזר.

- א. סמנו ב- x את מספר המכוניות באוסף של מנחם בהתחלה.
 רשמו ביטוי למספר המכוניות באוסף של אלעזר בהתחלה.
 ציינו, אילו מספרים יכולים להתאים ל- x לפי נתוני הבעיה.

- ב. רשמו ביטויים מתאימים למספר המכוניות באוסף של כל אחד לאחר התוספת.
 ג. כתבו משוואה מתאימה לסיפור ופתרו.

הדרכה: $\boxed{\hspace{2cm}}$ = $\boxed{\hspace{2cm}}$

מספר המכונית של **מנחם** לאחר התוספת מספר המכונית של **אלעזר** לאחר התוספת

ד. כמה מכוניות היו לכל אחד בהתחלה?



2. **גרשון, יאיר ונחום** אספו תרומות לארגון צדקה.

- גרשון אסף סכום הגדול פי 2 מהסכום שאסף יאיר.
 נחום אסף סכום הגדול ב- 300 ש"ח מהסכום שאסף יאיר.
 הסכום שאספו גרשון ויאיר ביחד היה שווה לסכום שאסף נחום.
 כמה כסף אסף כל אחד?



3. למנחם 240 בולים יותר מאשר לאלעזר.

לאברהם פי 8 בולים מאשר לאלעזר.

מספר הבולים של מנחם ואלעזר ביחד שווה

למספר הבולים של אברהם.

כמה בולים יש לכל אחד?



4. לדן 30 בולים פחות מאשר ליהודה.

לנתן פי 3 בולים מאשר לדן.

מספר הבולים של דן ויהודה ביחד שווה

למספר הבולים של נתן.

כמה בולים יש לכל אחד?



5. פתרו את המשוואות.

א. $2(x - 5) = 12$

ג. $4(3 + 2x) = 20$

ה. $3(2x + 1) = 12$

ב. $2(x + 5) = 12$

ד. $4(2x - 3) = 20$

ו. $3(2x - 1) = 12$



6. פתרו את המשוואות.

א. $3x + 5 = 2x + 7$

ג. $4x + 21 = 3(x + 7)$

ה. $11 - 2x = 3(2 + x)$

ב. $7x - 2 = 6x + 6$

ד. $3(x - 2) = 2(x - 3)$

ו. $4x + 3 = 5(x + 2)$



7. פתרו את המשוואות.

א. $4(x - 3) + 10 = 5x$

ג. $3(x + 2) = 5(x - 1)$

ה. $2(x - 4) - x = 3x + 8$

ב. $4(x - 3) - 3x = 8 - x$

ד. $2(4 - x) = 3x - 22$

ו. $3(x + 4) - 2 = 4x + 10$



8. פתרון המשוואה $3x = 8 - 5x$ הוא $x = 1$. בִּדְקוּ.

לכל משוואה, קבעו בלי לפתור, אם הפתרון שלה גדול מ-1 או קטן מ-1. הסבירו.

א. $3(x - 2) = 8 - 5(x - 2)$

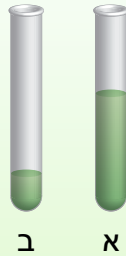
ג. $3(x + 2) = 8 - 5(x + 2)$

ב. $3(x + 4) = 8 - 5(x + 4)$

ד. $3(2x - 7) = 8 - 5(2x - 7)$

שיעור 4. במעבדה

פתרון בעיות בעזרת משוואות



במעבדה מדדו נפח של נוזל במבחנות.
כל קבוצה קיבלה שתי מבחנות.
בתחילת כל ניסוי:
נפח הנוזל (בסמ"ק) במבחנה א הוא פי 3
מנפח הנוזל (בסמ"ק) במבחנה ב.

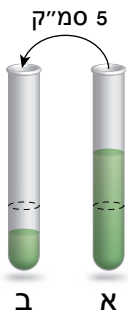
נמצא את נפח הנוזל במבחנות בתחילת הניסוי ולאחריו בקבוצות השונות.

במשימות 1 – 5 נפח הנוזל במבחנות בתחילת הניסוי הוא כמו במשימת הפתיחה.

1. מסמנים ב- x את נפח הנוזל במבחנה ב בתחילת הניסוי ($x > 0$).
כתבו ביטוי לנפח הנוזל במבחנה א בתחילת הניסוי.

2. בקבוצה של אפרת: העבירו 5 סמ"ק נוזל ממבחנה א למבחנה ב.

א. השלימו ביטויים המתארים את נפח הנוזל בכל מבחנה, לאחר ההעברה.
מבחנה א: _____ סמ"ק מבחנה ב: _____ סמ"ק
ציינו אילו מספרים יכולים להתאים לנפח הנוזל בכל מבחנה.
ב. לאחר ההעברה, נפח הנוזל בשתי המבחנות היה שווה.
כתבו משוואה מתאימה ופתרו אותה.

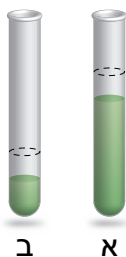


הדרכה: _____ = _____
מבחנה א לאחר ההעברה מבחנה ב לאחר ההעברה

ג. מה היה נפח הנוזל בכל מבחנה בתחילת הניסוי? בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.

3. בקבוצה של רונית: הוסיפו לכל מבחנה 5 סמ"ק נוזל.

א. השלימו ביטויים המתארים את נפח הנוזל בכל מבחנה, לאחר ההוספה.
מבחנה א: _____ סמ"ק מבחנה ב: _____ סמ"ק
ב. לאחר ההוספה, היה נפח הנוזל במבחנה א פי 2 מנפח הנוזל במבחנה ב.
כתבו משוואה מתאימה ופתרו אותה.



הדרכה: _____ = _____
מבחנה א לאחר ההוספה מבחנה ב לאחר ההוספה

ג. מה היה נפח הנוזל בכל מבחנה בהתחלת הניסוי? ולאחריו?
בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה



5. בקבוצה של יהודית:

שפכו ממבחנה א 1 סמ"ק נוזל, ולמבחנה ב הוסיפו 8 סמ"ק נוזל. לאחר הניסוי נפח הנוזל במבחנה ב היה פי 2 מנפח הנוזל במבחנה א.

x מייצג את נפח הנוזל במבחנה ב בהתחלה $(x > \frac{1}{3})$.

רחל כתבה את המשוואה: $3x - 1 = 2(x + 8)$

נעמי כתבה את המשוואה: $2(3x - 1) = x + 8$

א. מי רשמה משוואה נכונה? הסבירו.

ב. פתרו ומצאו מה היה נפח הנוזל בכל מבחנה בתחילת הניסוי.

בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.

6. פתרו את המשוואות.

א. $4x - 2 = 3(x + 2)$ ג. $4(x - 2) = 3(x + 2)$ ה. $4(x + 2) = 3x + 2$

ב. $4(x - 2) = 3x + 2$ ד. $4x + 2 = 3x + 2$ ו. $4(x + 2) = 3(x + 2)$



ניסוי במבחנות: קחו שתי מבחנות. מלאו באופן חלקי את אחת המבחנות במים, מלאו את המבחנה השנייה באותו נפח של שמן. אטמו את שתי המבחנות בפקק, והניחו אותן בניצב



במקפיא.

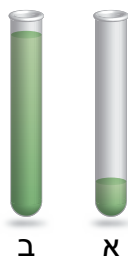
כפי שאפשר לראות בתמונה, כתוצאה מירידת הטמפרטורה מתחת ל- 0°C , נפח המים במבחנה גדול עתה מנפח השמן.

לפני קריאת ההמשך, שערו מהי הסיבה לתופעה זאת.



בתהליך קירור, מרבית החומרים בטבע מתכווצים. כלומר, ככל שהטמפרטורה נמוכה יותר, נפחם קטן. אולם תופעה זו אינה מתרחשת במים. נפחם של מים המגיעים לטמפרטורה של 4°C וממשיכים להתקרר עד לטמפרטורה של 0°C (טמפרטורת הקיפאון של המים) הנפח שלהם גדל.

אזהרה: כדי למנוע התפוצצות המבחנה, אין למלא אותה במים מעל לגובה המומלץ בניסוי. אם מקפיאים מבחנה מלאה במים, הגדלת הנפח יוצרת לחץ על דפנות הזכוכית (שאינם גמישים) ועלולה לשבור את המבחנה. רסיסי זכוכית במקפיא הנועד לאחסון מזונות מהווים סכנה רצינית מאוד!



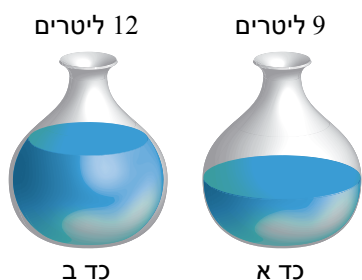
1. בשיעור מדעים, בצעו התלמידים ניסוי עם נוזלים בעזרת שתי מבחנות. בתחילת הניסוי היה נפח הנוזל במבחנה ב פי 5 מנפח הנוזל במבחנה א. במהלך הניסוי העבירו 6 סמ"ק ממבחנה ב אל מבחנה א.
- א. סמנו ב- x את נפח הנוזל (בסמ"ק) במבחנה א בתחילת הניסוי. קשמו ביטוי לנפח הנוזל (בסמ"ק) במבחנה ב.
- ב. השלימו ביטויים המתארים את נפח הנוזל בכל מבחנה, לאחר ההעברה. מבחנה א: _____ סמ"ק מבחנה ב: _____ סמ"ק
- צינו אילו מספרים יכולים להתאים לנפח הנוזל בכל מבחנה.
- ג. לאחר ההעברה, נפח הנוזל בשתי המבחנות היה שווה. כתבו משוואה מתאימה ופתרו אותה.

הדרכה: $\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{מבחנה א לאחר ההעברה}} = \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{מבחנה ב לאחר ההעברה}}$

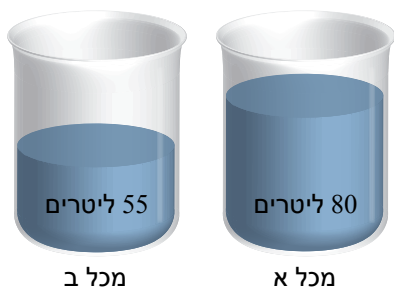
- ד. מה היה נפח הנוזל בכל מבחנה בתחילת הניסוי? בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



2. בשיעור מדעים, בצעו התלמידים ניסוי עם נוזלים בשתי מבחנות. בתחילת הניסוי היה נפח הנוזל במבחנה ב פי 3 מנפח הנוזל במבחנה א. במהלך הניסוי הוסיפו למבחנה א 10 סמ"ק נוזל. לאחר ההוספה היה נפח הנוזל במבחנה ב פי 2 מנפח הנוזל במבחנה א.
- x מייצג את נפח הנוזל (בסמ"ק) במבחנה א בתחילת הניסוי ($x > 0$). איזו מהמשוואות הבאות מתאימה לתיאור הסיפור?
- א. $3x = 2(x + 10)$ ב. $2 \cdot 3x = x + 10$ ג. $3x = 2x + 10$



3. נתונים שני כדים ובהם מים. כד א יש 9 ליטרים, וכד ב יש 12 ליטרים. כמה ליטרים של מים יש להעביר מכד ב לכד א כדי שנפח הנוזל בשני הכדים יהיה שווה?



4. נתונים שני מיכלים של מים.
 במכל א יש 80 ליטרים, ובמכל ב יש 55 ליטרים.
 כמה ליטרים של מים יש להעביר ממכל א למכל ב
 כדי שנפח המים במכל ב יהיה פי 2 מנפח המים במכל א?



5. בבוקר, מספר האנשים בחדר א היה שווה למספר האנשים בחדר ב.
 בצהריים, מחדר א יצאו 10 אנשים, ולחדר ב נכנסו 4 אנשים.
 א. השלימו ביטויים המתארים את מספר האנשים בכל חדר בצהריים.
 חדר א: _____ אנשים וחדר ב: _____ אנשים
 ציינו אילו מספרים יכולים להתאים למספר האנשים שהיו בכל חדר בבוקר.
 ב. בצהריים, מספר האנשים שהיו בחדר ב היה פי 2 ממספר האנשים שהיו בחדר א.
 קשמו משוואה מתאימה, ופתרו אותה.

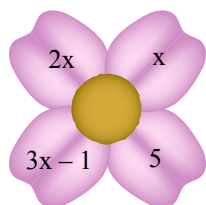
$$\boxed{\hspace{2cm}} = 2 \cdot \boxed{\hspace{2cm}} \text{ הדרכה:}$$

מספר אנשים בחדר ב מספר אנשים בחדר א

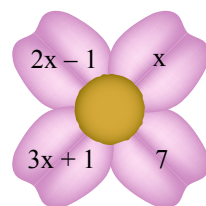
ג. כמה אנשים היו בכל חדר בבוקר? בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



6. תלמידי כיתות ז בבית הספר התחלקו לשתי קבוצות.
 בקבוצה א 45 תלמידים, ובקבוצה ב 15 תלמידים.
 א. פי כמה גדול מספר התלמידים בקבוצה א ממספר התלמידים בקבוצה ב?
 ב. כמה תלמידים צריכים לעבור מקבוצה א אל קבוצה ב, כדי שמספר התלמידים בקבוצה א יהיה פי 2 ממספר התלמידים בקבוצה ב?



7. על כל עלה מופיע אגף אחד של משוואה.
 צרו שש משוואות מעלי הפרח ופתרו אותן.
 אם פתרתם נכון התקבלו הפתרונות:
 0, 0.5, 1, 2, 2.5, 5



8. על כל עלה מופיע אגף אחד של משוואה.
 צרו שש משוואות מעלי הפרח ופתרו אותן.

שיעור 5. פותרים בעיות בדרכים שונות



מנחם אמר: $\frac{3}{5}$ מתלמידי הכיתה שלי מרכיבים משקפיים.

מספר התלמידים שאינם מרכיבים משקפיים

קטן ב- 6 ממספר מרכיבי המשקפיים.

שערו: כמה תלמידים בכיתה של מנחם?

נפתור משוואות בעזרת שיקולים, בעזרת פישוט ובעזרת פעולות על אגפים.

במשימות 1-4 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. יואל אמר: מספר התלמידים בכיתה של מנחם הוא מספר שלם וחיובי שהוא כפולה של 5

א. האם יואל צודק? הסבירו.

ב. הוסיפו תנאי מתאים כך שמספר התלמידים יתאים לגודל כיתה.

ג. ההפרש בין מספר מרכיבי המשקפיים למספר התלמידים בכיתה שאינם מרכיבים משקפיים

הוא 6. כמה תלמידים מרכיבים משקפיים וכמה אינם מרכיבים משקפיים בכיתה של מנחם?

2. יוסף ואלחנן סימנו ב- x את מספר התלמידים בכיתה, ורשמו משוואה (x מספר טבעי מתחלק ב- 5).

יוסף רשם: $\frac{3}{5}x + \frac{3}{5}x - 6 = x$ **אלחנן** רשם: $\frac{3}{5}x - \frac{2}{5}x = 6$

א. התאימו בין תיאור מילולי לבין ביטוי אלגברי.

- | | |
|---------------------------------------|----------------------|
| • מספר התלמידים בכיתה | • $\frac{3}{5}x$ |
| • מספר מרכיבי המשקפיים | • $\frac{3}{5}x - 6$ |
| • מספר התלמידים שאינם מרכיבים משקפיים | • $\frac{2}{5}x$ |
| | • x |

ב. האם המשוואות של **יוסף** ושל **אלחנן** מתאימות לסיפור? הסבירו.

ג. בחרו במשוואה של יוסף או בזו של אלחנן, ופתרו אותה.

ד. כמה תלמידים מרכיבים משקפיים וכמה אינם מרכיבים משקפיים בכיתה של מנחם?

בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.

3. בנימין אמר: אני פותר את המשוואה של אלחנן כך: $\frac{3}{5}x - \frac{2}{5}x = 6$

$$\frac{1}{5}x = 6$$

עכשיו אכפול את שני האגפים ב- 5 ואמצא את הפתרון.

האם בנימין צודק? הסבירו.

4. **שמעון** אמר: $\frac{3}{5}$ מתלמידי הכיתה מרכיבים משקפיים, לכן $\frac{2}{5}$ אינם מרכיבים משקפיים. ההפרש ביניהם הוא $\frac{1}{5}$ שהם 6 תלמידים. לכן בכיתה 30 תלמידים. האם שמעון צודק? הסבירו.



- אפשר לפתור בעיה במספר דרכים: חישוב מספרי, משוואה, שיקולים. פתרון בעזרת **חישוב מספרי**.
מציאה: במשימה 1, יואל חיפש כפולות של 5, חישב את מספר מרכיבי המשקפיים ואת מספר התלמידים שאינם מרכיבים משקפיים עד שהגיע להפרש של 6.
- פתרון בעזרת **משוואה**.
מציאה: במשימות 2 ו-3, יוסף, אלחנן ובנימין רשמו משוואה, פתרו ומצאו את מספר התלמידים.
- פתרון בעזרת **שיקולים**.
מציאה: במשימה 4, שמעון הפעיל שיקולים.

5. **יצחק, נחום וגרשון** פתרו בדרכים שונות את המשוואה $\frac{3}{4}x = 9$
- | | | |
|------------------------------------|--|--|
| יצחק כפל ב- 4 | נחום חילק ב- $\frac{3}{4}$ | גרשון כפל ב- $\frac{4}{3}$ |
| $\frac{3}{4}x = 9 \quad / \cdot 4$ | $\frac{3}{4}x = 9 \quad / : \frac{3}{4}$ | $\frac{3}{4}x = 9 \quad / \cdot \frac{4}{3}$ |
- א. השלימו את הפתרונות.
 ב. האם כל הדרכים מובילות לפתרון נכון? איזו דרך יעילה יותר, לדעתכם?



- כדי לפתור משוואה שיש בה מכנה מספרי אפשר לפעול במספר דרכים:
- מציאה:** בפתרון המשוואה במשימה 5
- לכפול תחילה במספר שבמכנה
 - לחלק במספר הכופל את x
 - לכפול בהופכי של המספר הכופל את x
 - **יצחק** כפל את אגפי המשוואה ב- 4
 - **נחום** חילק את אגפי המשוואה במספר $\frac{3}{4}$
 - **גרשון** כפל את אגפי המשוואה במספר $\frac{4}{3}$

6. פתרו את המשוואות.

ד. $\frac{1}{4}x = 3$

ג. $\frac{x}{3} = 8$

ב. $\frac{2}{5}x = 15$

א. $\frac{x}{2} = 3$



7. כתבו בעיה המתאימה למשוואה $\frac{3}{4}x = 8$ (x מספר שלם חיובי, מתחלק ב-4 ללא שארית).

אוסף משימות



1. התאימו כל משוואה לפתרון שלה.

$x = \frac{1}{2}x - 6$

$x = \frac{1}{2}x + 6$

$2x = x - 6$

$2x = x + 6$

•

•

•

•

•

•

•

•

-6

6

-12

12



2. התאימו כל משוואה לפתרון שלה.

$\frac{x}{3} = x - 12$

$\frac{x}{3} = x + 12$

$3x = x - 12$

$3x = x + 12$

•

•

•

•

•

•

•

•

-6

6

-18

18



3. פתרו את המשוואות.

ד. $\frac{1}{4}x + 3 = x + 3$

ג. $\frac{1}{4}x + 3 = x$

ב. $\frac{1}{4}x = 3 + x$

א. $\frac{1}{4}x = 3$



4. פתרו את המשוואות.

א. $\frac{1}{3}x = 4 - x$ ב. $\frac{1}{3}x = 4 + x$ ג. $\frac{1}{3}x + 2 = 4 + x$ ד. $\frac{1}{3}x + 2 = 4 - x$



5. קבוצה יצאה למסע שנמשך יומיים.

ביום השני הלכו מחצית מהדרך שהלכו ביום הראשון.

א. השלימו ביטויים. ביום הראשון הלכו x ק"מ

ביום השני הלכו _____ ק"מ

בשני הימים ביחד הלכו _____ ק"מ

ב. אילו מספרים יכולים להתאים לאורך הדרך שהלכו ביום הראשון?

ג. בשני הימים הלכו בסך-הכול 15 ק"מ.

רשמו משוואה מתאימה ופתרו.

ד. כמה ק"מ הלכו בכל יום? בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



6. קבוצה של מבוגרים וילדים יצאו לטיול.

$\frac{3}{4}$ מהמשתתפים היו ילדים.

א. סמנו ב- x את מספר המשתתפים בטיול (מבוגרים וילדים ביחד).

אילו מספרים יכולים להתאים למספר המשתתפים בטיול? הסבירו.

ב. השלימו ביטויים אלגבריים.

מספר המשתתפים x

מספר הילדים _____

מספר המבוגרים _____

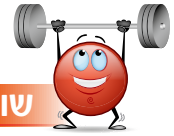
ג. מספר הילדים היה גדול ב- 24 ממספר המבוגרים. רשמו משוואה מתאימה ופתרו.

ד. כמה מבוגרים וכמה ילדים השתתפו בטיול? בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



7. מבלי לפתור את המשוואות, קבעו לאילו מהמשוואות פתרון שהוא מספר חיובי. הסבירו.

א. $\frac{2x}{3} + 1 = x + 3$ ב. $\frac{2x}{3} + 3 = x + 1$ ג. $\frac{2x}{3} + 1 = \frac{x}{3} + 3$ ד. $\frac{2x}{3} + 3 = \frac{x}{3} + 1$



פישוט ביטויים והיקפים של צורות

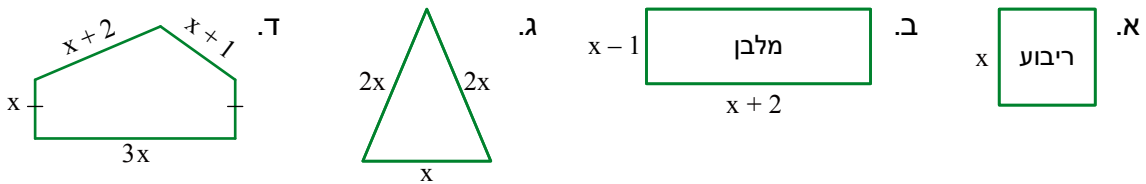
1. פשוטו.

$2x + 5(x + 6) =$ ז.	$2 + 5x - 6 =$ ד.	$2x + 5x - 6 =$ א.
$2x + 5(x - 6) =$	$-2 - 5x + 6 =$	$-2x - 5x + 6 =$
$2x - 5(x + 6) =$ ח.	$2(x + 5) - 6x =$ ה.	$2x + 5 - 6x =$ ב.
$2x - 5(x - 6) =$	$-2(x + 5) + 6x =$	$-2x - 5 + 6x =$
$2 - 5(x + 6) =$ ט.	$2 + 5(x + 6) =$ ו.	$2x + 5x - 6x =$ ג.
$2 - 5(x - 6) =$	$2 + 5(x - 6) =$	$-2x - 5x + 6x =$

2. חמישה ביטויים הם ביטויים זהים ואחד יוצא דופן. מצאו אותו.

$3(x - 4) - 4(x - 3)$ ד.	$2(x + 3) - 3(x + 2)$ א.
$4(x - 3) - 3(x - 4)$ ה.	$2(x - 3) - 3(x - 2)$ ב.
$3(x + 4) - 4(x + 3)$ ו.	$3(2 - x) - 2(3 - x)$ ג.

3. בכל סעיף, רשמו ביטוי מתאים להיקף הצורה (פשוטו עד כמה שאפשר, מידות האורך בס"מ, $x > 1$).



4. בכל סעיף, רשמו ביטוי לאורך הצלע הצבועה בירוק (מידות האורך בס"מ).

