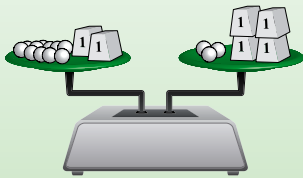


יחידה 16: פתרון משוואות ובעיות

שיעור 1. מאזניים ומשוואות

פתרון משוואות על-ידי פעולות על אגפים



ליצחק משקולות של 1 ק"ג וכדורים בעלי משקל זהה אך לא ידוע.

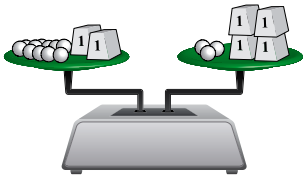
יצחק מניח על כל כף של המאזניים משקולות וכדורים,

עד שהכפות מאוזנות (ראו ציור).

מה המשקל של כדור אחד?

נפתור משוואות על-ידי פעולות על האגפים.

1. אילו ערכים יכולים להתאים למשקל של כדור אחד? הסבירו.



2. **יצחק** ראה כי:

$$4 \text{ משקולות} + 3 \text{ כדורים} = 2 \text{ משקולות} + 11 \text{ כדורים}$$

יצחק מתאר את הפעולות שהוא מבצע כדי למצוא משקל של כדור אחד.

מצב המאזניים

הפעולות

$$2 \text{ ק"ג} + 11 \text{ כדורים} = 4 \text{ ק"ג} + 3 \text{ כדורים}$$

מורידים 3 כדורים מכל כף מקבלים:

$$2 \text{ ק"ג} + 8 \text{ כדורים} = 4 \text{ ק"ג}$$

מורידים משקולות במשקל 2 ק"ג מכל כף מקבלים:

$$8 \text{ כדורים} = 2 \text{ ק"ג}$$

מקבלים:

$$4 \text{ כדורים} = 1 \text{ ק"ג}$$

לוקחים **חצי** מכל כמות מקבלים:

מקבלים:

מה המשקל של כדור אחד?



תזכורת

שוויון בין ביטוי אלגברי למספר או שוויון בין שני ביטויים אלגבריים נקרא **משוואה**.

כל אחד משני צדי המשוואה נקרא **אגף**.

במשוואה חשוב לשמור על השוויון בין האגפים, כפי שבמאזניים שומרים על איזון בין הכפות.



3. נתרגם למשוואה את הבעיה של הכדורים והמשקולות המונחים על כפות המאזניים (משימה 2).

נסמן ב- x את המשקל של כדור אחד בק"ג ($x > 0$).

כל משקולת היא של 1 ק"ג.

המשוואה המתארת את השוויון במשקל (בק"ג) היא: $11x + 2 = 3x + 4$

א. נפתור את המשוואה (ניעזר בפעולות על האגפים, בדומה לאלו שביצע צחי על כפות המאזניים). השלימו את פתרון המשוואה לפי הפעולות הרשומות.

המשוואה

$$11x + 2 = 3x + 4$$

מחסרים $3x$ מכל אגף

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

מחסרים 2 מכל אגף

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

מחלקים ב- 2 כל אגף

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

מצב המאזניים

$$4 \text{ ק"ג} + 3 \text{ כדורים} = 2 \text{ ק"ג} + 11 \text{ כדורים}$$

מורידים 3 כדורים מכל כף

$$4 \text{ ק"ג} = 2 \text{ ק"ג} + 8 \text{ כדורים}$$

מורידים 2 ק"ג מכל כף

$$2 \text{ ק"ג} = 8 \text{ כדורים}$$

לוקחים צחי מהכמות מכל כף

$$1 \text{ ק"ג} = 4 \text{ כדורים}$$

ב. מהו המשקל של כדור אחד בק"ג?

מהו המשקל של כדור אחד בגרמים?

בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.

4. המשוואות הבאות מתארות מצב של איזון בין כדורים למשקולות של 1 ק"ג.

x מייצג את המשקל בק"ג של כדור אחד ($x > 0$).

בכל משוואה, תארו במילים את הרכב הכדורים והמשקולות שעל כל כף של המאזניים.

צילום: $3x + 5 = x + 8$

8 משקולות של 1 ק"ג + 1 כדור מאזנים 5 משקולות של 1 ק"ג + 3 כדורים

ב. $5x + 1 = x + 5$

א. $8x = 5x + 1$



5. נתונה המשוואה $5x + 1 = 3x + 5$

הציגו את המשוואה באמצעות משקולות וכדורים על כפות המאזניים, ופתרו אותה בעזרת פעולות על האגפים.



אפשר לפתור משוואות על-ידי ביצוע פעולות חשבוניות על אגפי המשוואה, כך שיישמר השוויון.

דוגמה: את המשוואה $5x + 1 = 3x + 5$ פותרים כך:

$$5x + 1 = 3x + 5 \quad / - 1 \quad \text{מחסירים 1 משני האגפים:}$$

$$5x = 3x + 4 \quad / - 3x \quad \text{מחסרים } 3x \text{ משני האגפים:}$$

$$2x = 4 \quad / : 2 \quad \text{מחלקים ב- 2 את שני האגפים:}$$

$$x = 2 \quad \text{פתרון המשוואה:}$$

$$5 \cdot 2 + 1 = 3 \cdot 2 + 4 \quad \text{לבדיקה מציבים במשוואה המקורית:}$$

$$\checkmark 11 = 11$$

שימו לב, אין לכפול או לחלק את אגפי המשוואה ב-0.

6. פתרו את המשוואות.

א. $7x + 2 = 5x + 10$ ב. $3x + 5 = 2x + 9$ ג. $4x + 1 = 7x + 10$



מאזניים הם מתקן שקילה.



המאזניים העתיקים מדדו את משקלו של חפץ על-ידי השוואה למשקלם של חפצים שמשקלם ידוע (משקולות). למשתמשים

במאזניים היו מספר משקולות ובעזרתן שקלו סחורות שונות. מאזניים כאלה היו נפוצים במצרים ובפרס כבר לפני כ- 4,000 שנה.

במשך הזמן התפתחו מאזניים בעלי אורכי זרועות שונים, שאיזנו משקלי חפצים באמצעות משקולות קטנות יחסית.

במשך השנים פותחו מאזניים המודדים משקל בשיטות אחרות. למשל, מאזני הקפיץ המודדים משקל לפי מידת ההתארכות של קפיץ, והמאזניים האלקטרוניים המודדים משקל בעזרת אלקטרו־מגנט או בעזרת פרמטרים חשמליים המשתנים בהשפעת הלחץ המופעל על-ידי המשקל הנמדד.

האם ידעתם עד כמה חשוב ומשמעותי כל מעשה טוב שאנו עושים? לפי הרמב"ם, על האדם לדמות כאילו העולם כולו נתון על כפות המאזניים, טרם הכרעה; ופעולה טובה אחת עשויה להכריע את הכף ולהביא תשועה לעולם כולו (הלכות תשובה, פרק ג הלכה ד).



אוסף משימות



1. מימין לכל משוואה רשומות ארבע פעולות על האגפים. בחרו את הפעולה שתיצור משוואה פשוטה יותר.

משוואה	פעולות				
$15 + 2x = 5x$	/ -5x	/ -2x	/ +2x	/ -15	א.
$20 - 4x = 6x$	/ +4x	/ -20	/ -6x	/ -4x	ב.
$3 = 6x - 12$	/ -12	/ -6x	/ -3	/ +12	ג.
$10x = 4 + 6x$	/ -10x	/ -4	/ +6x	/ -6x	ד.



2. בכל סעיף, בחרו את האות המתאימה.

לא נכון	נכון		
ט	פ	הוא $x = 7$	א. פתרון המשוואה $4x + 7 = 5x$
ת	ע	הוא $x = 3$	ב. פתרון המשוואה $x + 2 = 3x - 6$
ו	ר	הוא $x = -2$	ג. פתרון המשוואה $2(x + 1) = x$
ת	ו	הוא $x = 2$	ד. פתרון המשוואה $20 - 4x = 6x$
נ	ה	הוא $x = 1$	ה. פתרון המשוואה $7x - 2 = 6x - 5$
פ	נ	הוא $x = 6$	ו. פתרון המשוואה $6x = 3x + 18$
צ	כ	הוא $x = -3$	ז. פתרון המשוואה $3x + 1 = x - 5$
ו	ב	הוא $x = 1$	ח. פתרון המשוואה $8x + 4 = 7x + 3$
ה	נ	הוא $x = 1$	ט. פתרון המשוואה $5x + 2 = 4x + 3$



3. בכל סעיף, בצעו את הפעולה הרשומה על אגפי המשוואה והמשיכו לפתור את המשוואה.

א. $4x = x + 3$ / -x	ג. $6x = 2x + 28$ / -2x	ה. $3 + x = 4x + 9$ / -x
ב. $4x + 1 = 9$ / -1	ד. $5 + 2x = 3x$ / -2x	ו. $3x + 4 = x + 8$ / -x



4. בכל סעיף, בצעו פעולות על אגפי המשוואות ופתרו אותן.

א. $5x + 4 = 20 + 3x$ ג. $5x + 4 = 10 + 2x$ ה. $4 + 5x = 2 + 7x$

ב. $4x + 5 = 20 - 3x$ ד. $4x + 5 = 2 + 10x$ ו. $5 + 4x = 7 + 2x$



5. התאימו כל משוואה לפתרון שלה.

- | | | | |
|--------------------------|-----------|--------------------------|-------------------|
| <input type="checkbox"/> | $5x = 20$ | <input type="checkbox"/> | $5x = x + 20$ |
| <input type="checkbox"/> | $x = 10$ | <input type="checkbox"/> | $5x = 3x + 20$ |
| <input type="checkbox"/> | $x = 2$ | <input type="checkbox"/> | $5x + 2 = 3x + 6$ |
| <input type="checkbox"/> | $x = 5$ | <input type="checkbox"/> | $5x - 2 = 3x + 6$ |
| <input type="checkbox"/> | $x = 4$ | <input type="checkbox"/> | $5x + 1 = 4x + 3$ |



6. התאימו כל משוואה לפתרון שלה.

- | | | | |
|--------------------------|------------------|--------------------------|--------------------|
| <input type="checkbox"/> | $2x + 7 = x + 3$ | <input type="checkbox"/> | $2 + 6x = 50$ |
| <input type="checkbox"/> | $x = 8$ | <input type="checkbox"/> | $12x = 30 - 3x$ |
| <input type="checkbox"/> | $x = 2$ | <input type="checkbox"/> | $3x + 5 = -7$ |
| <input type="checkbox"/> | $x = -4$ | <input type="checkbox"/> | $2x + 6 = 5x$ |
| <input type="checkbox"/> | | <input type="checkbox"/> | $3 + 5x = 4x + 11$ |
| <input type="checkbox"/> | | <input type="checkbox"/> | $3x + 5 = 2x + 13$ |



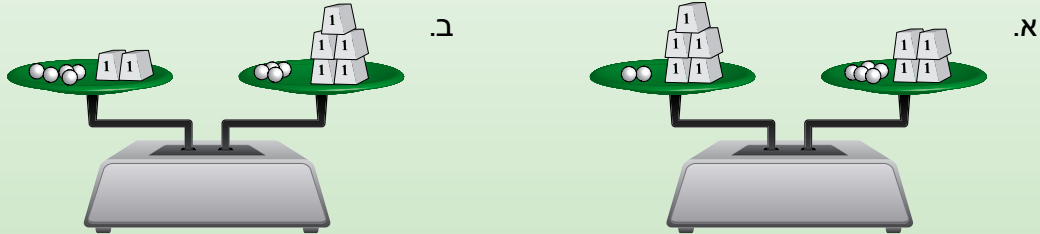
7. א. רשמו משוואה שהפתרון שלה הוא $x = 3$.

ב. רשמו משוואה שבה מופיעים ביטויים אלגבריים בשני האגפים והפתרון שלה הוא $x = 3$.

שיעור 2. ממשיכים לאזן

פתרון משוואות על-ידי פעולות על האגפים

על כפות המאזניים שבשרטוטים משקולות של 1 ק"ג וכדורים בעלי משקל זהה. x מייצג את המשקל של כדור אחד בק"ג ($x > 0$). איזה שרטוט מתאים למשוואה: $5x + 2 = 4x + 5$? הסבירו.



נמשיך לחקור את הדמיון בין מאזניים למשוואה.

1. פתרו את המשוואה $5x + 2 = 4x + 5$ ומצאו את המשקל של כדור אחד בק"ג. בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



א. אילו מבין השינויים הבאים שומרים על איזון של כפות המאזניים?



ב. מה משותף לשינויים השומרים על האיזון של כפות המאזניים? הסבירו.



במשימה 1 ביצענו פעולות על אגפי משוואה, המאפשרות למצוא את המשקל של כדור אחד.
 במשימה 2 מצאנו כי הפעולות הבאות שומרות על האיזון של כפות המאזניים:

- הוספה או הפחתה של אותה כמות (משקולות או כדורים) משתי כפות המאזניים.
- הגדלה או הקטנה של הכמויות שעל כפות המאזניים פי אותו מספר (שונה מאפס).

בדומה למאזניים (איזון בין שתי כפות מאזניים), במשוואה שומרים על השוויון בין שני האגפים על-ידי ביצוע הפעולות הבאות על אגפי המשוואה:

- חיבור או חיסור אותו מספר או אותו ביטוי אלגברי לשני האגפים.

זלזל: $8x + 2 = 3x + 12 / -3x$

- כפל או חילוק באותו מספר (שאינו אפס) של הביטויים משני האגפים.

זלזל: $4x = 20 / :4$

מבצעים פעולות על שני האגפים של המשוואה עד למצב של שוויון בין המשתנה ובין מספר. המספר המתקבל הוא פתרון המשוואה.

3. פתרו את המשוואות בעזרת פעולות על האגפים.

$3x - 8 = 2x + 2$	זלזל: נתונה המשוואה:
$3x - 8 = 2x + 2 / + 8$	מחברים 8 לשני האגפים:
$3x = 2x + 10$	מקבלים:
$3x = 2x + 10 / -2x$	מחסרים $2x$ משני האגפים:
$x = 10$	מקבלים כי פתרון המשוואה:
	בדיקה:
	$3 \cdot 10 - 8 = 2 \cdot 10 + 2$
	$\checkmark 22 = 22$

- | | | |
|-----------------------|----------------------|-----------------------|
| א. $6x + 3 = 5x + 13$ | ג. $5x - 4 = 3x + 6$ | ה. $2x + 3 = 5 + x$ |
| ב. $6x - 3 = 17 + 2x$ | ד. $7x = 5x + 8$ | ו. $5x - 4 = 7x - 10$ |



4. נתונה המשוואה: $5x + 2 = 7 + x$

אילו מבין המשוואות הבאות מתקבלות מהמשוואה הנתונה על-ידי ביצוע פעולה אחת על האגפים?

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $4x + 2 = 7$ | $5x = 7 + x$ | $5x + 2 = 7$ | $5x = 5 + x$ |
|--------------|--------------|--------------|--------------|



1. מימין לכל משוואה רשומות ארבע פעולות על האגפים.

בחרו את הפעולה שתיתן משוואה פשוטה יותר, ופתרו את המשוואה.

- | | | | | | |
|-----------------|---------|----------|----------|---------|----|
| $6x = 3x + 12$ | $/ -3x$ | $/ -6x$ | $/ +3x$ | $/ -12$ | א. |
| $10x = 12 + 4x$ | $/ +4x$ | $/ -12$ | $/ -10x$ | $/ -4x$ | ב. |
| $10x - 3 = 17$ | $/ -3$ | $/ -10x$ | $/ +3$ | $/ -17$ | ג. |
| $8x = 2x + 12$ | $/ -8x$ | $/ -2x$ | $/ +2x$ | $/ -12$ | ד. |



2. בכל סעיף, בצעו את הפעולה הרשומה על אגפי המשוואה ופתרו.

- | | | | | | |
|---------------------|----|---------------------|----|--------------------|----|
| $5x - 8 = 6x / -5x$ | ה. | $7x = 5x + 8 / -5x$ | ג. | $8x - 5 = 19 / +5$ | א. |
| $18 = 3x + 6 / -6$ | ו. | $3 + 4x = 5x / -4x$ | ד. | $2x + 9 = 1 / -9$ | ב. |



3. פתרו את המשוואות.

- | | | | | | |
|-------------------|----|----------------|----|---------------|----|
| $6x + 2 = 3x - 7$ | ה. | $4 - 5x = 24$ | ג. | $15 = 3x + 6$ | א. |
| $12x + 5 = 7x$ | ו. | $4x + 3 = 10x$ | ד. | $5x = 8 - 3x$ | ב. |



4. בכל סעיף נתונה משוואה במסגרת.

הקיפו שתי משוואות המתקבלות מהמשוואה הנתונה על-ידי ביצוע פעולה אחת על האגפים.

- | | | | | |
|---------------|----------------|----------------|-------------------|----|
| $5x + 8 = 2x$ | $5x + 3 = 2x$ | $3x + 8 = 5$ | $5x + 8 = 2x + 5$ | א. |
| $6x = 4x - 8$ | $2x + 9 = 1$ | $6x = 4x + 8$ | $6x + 9 = 4x + 1$ | ב. |
| $5 = x + 7$ | $2x = 3x + 2$ | $2x + 2 = 3x$ | $2x + 5 = 3x + 7$ | ג. |
| $2x - 5 = 12$ | $2x = 3x + 12$ | $2x - 12 = 3x$ | $2x - 5 = 3x + 7$ | ד. |



5. בכל סעיף נתונה משוואה במסגרת.

הקיפו משוואות המתקבלות מהמשוואה הנתונה על-ידי ביצוע פעולה אחת על האגפים.

א. $4x + 10 = x$ $4x - 10 = x$ $4x = x - 10$ $3x + 3 = -7$ $4x + 3 = x - 7$

ב. $4x + 4 = x$ $4x = x - 4$ $4x = x - 10$ $3x - 3 = -7$ $4x - 3 = x - 7$

ג. $4x = x - 4$ $3x + 3 = 7$ $4x = x + 4$ $3x + 10 = x$ $4x + 3 = x + 7$

ד. $3x = x + 10$ $4x - 10 = x$ $3x - 3 = 7$ $4x + 10 = x$ $4x - 3 = x + 7$



6. תלמידות התבקשו לפתור את המשוואה $3x - 12 = 15$

אסתי פתרה כך:

$$\begin{aligned} 3x - 12 &= 15 / -12 \\ 3x &= 3 / :3 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

רחלי פתרה כך:

$$\begin{aligned} 3x - 12 &= 15 / +12 \\ 3x &= 27 / :3 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

איזה משני הפתרונות הוא הפתרון של המשוואה הנתונה?
מה הטעות בדרך הפתרון האחרת?



2	+	ב	=	א
+		+		+
7	+	7	=	ג
=		=		=
	+	ה	=	14
				ד

7. בכל סעיף, פתרו את המשוואה וְרשמו את הפתרון במשבצת המתאימה. בְדקו אם מתקיימים השוויונות בתשבץ.

א. $10 - 3x = 4 - 2x$ ד. $3(x + 1) = 6$

ב. $5x + 1 = 3x + 9$ ה. $2x + 3 = 25$

ג. $10 + 5x = 2 + 6x$ ו. $12 + x = 5x$



3	+	ב	=	א
+		+		+
7	+	7	=	ג
=		=		=
	+	ה	=	8
				ד

8. בכל סעיף, פתרו את המשוואה וְרשמו את הפתרון במשבצת המתאימה.

א. $x + 3 = 2x + 4$ ד. $3 + 6x = 11 + 2x$

ב. $3x + 1 = 2x - 3$ ה. $6x - 8 = 5x - 5$

ג. $3(x - 1) = 24$ ו. $5 - x = 10 - 2x$

כמה משוואות מספיק לפתור כדי למלא את התשבץ? הסבירו.

שיעור 3. אוספים בולים

מה מייצג המשתנה?



מאיר ושמואל משווים את מספר הבולים שאספו.

מספר הבולים של **מאיר** הוא פי 3 ממספר הבולים של **שמואל**.

שמואל קיבל עוד 120 בולים, וכך היה להם אותו מספר בולים.

כמה בולים היו לכל אחד בהתחלה? הסבירו כיצד מצאתם.

נפתור בעיות בעזרת משוואות שונות.

במשימות 1 ו-2 נתייחס לנתונים ממשימת הפתיחה.

1. יהודית פתרה את הבעיה בעזרת משוואה, כך:

היא סימנה ב- x את מספר הבולים שהיו ל**שמואל** בהתחלה (x מספר טבעי),

$$3x = x + 120$$

פתרו את המשוואה של **יהודית** ומצאו כמה בולים היו לכל אחד בהתחלה.

בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.

2. לאה סימנה ב- x את מספר הבולים שהיו ל**מאיר** בהתחלה.

א. האם כל מספר שלם חיובי יכול להתאים ל- x ? אם כן, הסבירו. אם לא, איזה תנאי תוסיפו?

ב. בחרו משוואה מתאימה לסיפור ופתרו אותה. $x = \frac{x}{3} + 120$ $x + 120 = \frac{x}{3}$

ג. הסבירו מדוע פתרון המשוואה של **לאה** שונה מפתרון המשוואה של **יהודית** (משימה 1).

ד. האם בדרך הפתרון של **לאה** התקבלה תשובה שונה לבעיה ממשימת הפתיחה? הסבירו.



כשפותרים בעיה בעזרת משוואה, מחליטים מה מייצג המשתנה ורושמים ביטויים לגדלים האחרים.

בהתאם לביטויים קובעים את התנאים של הבעיה, כלומר, אילו ערכים מתאימים למשתנה.

מהגדרה שונה של משתנים מתקבלות משוואות שונות עם פתרונות שונים, אך פתרון הבעיה זהה.

משימה 1 יהודית ייצגה ב- x את מספר הבולים שהיו ל**שמואל** בהתחלה.

במקרה זה x מספר טבעי.

המשוואה המתאימה היא $3x = x + 120$, ופתרונה $x = 60$. כלומר, ל**שמואל** 60 בולים.

במשימה 2 **לאה** ייצגה ב- x את מספר הבולים שהיו ל**מאיר** בהתחלה.

במקרה זה x צריך להיות מספר טבעי שמתחלק ב-3 בלי שארית.

המשוואה המתאימה היא $x = \frac{x}{3} + 120$ ופתרונה $x = 180$. כלומר, ל**מאיר** 180 בולים.

התקבלו משוואות שונות, לכן הפתרון שלהן שונה. אך בשני המקרים התשובה לבעיה זהה:

בהתחלה היו ל**שמואל** 60 בולים, ול**מאיר** 180 בולים.



3. לאליהו 240 בולים פחות מאשר למאיר.

מספר הבולים של אפרים הוא פי 3 משל אליהו.

מספר הבולים של אפרים שווה למספר הבולים של מאיר ושל אליהו ביחד.

כמה בולים יש לכל אחד?



ביום שישי, ה' באייר תש"ח, הוכרז על עצמאותה של מדינת ישראל.

פחות מ- 48 שעות אחרי הכרזת העצמאות, ביום ראשון בבוקר, הוציאה המדינה החדשה את בולי הדואר הראשונים שלה.

שבועות מספר לפני יום ההכרזה על הקמת המדינה, בניסן תש"ח, הפסיקו הבריטים, אשר עמדו לותר על המנדט שהיה להם על "פלסטינה", את כל שירותי הדואר. המוסדות היהודיים החלו בהכנות להדפסת בולים עבור המדינה שתקום.

הבעיות היו רבות: נייר להדפסת בולים כמעט לא היה בנמצא. מכבשי דפוס מתאימים ומכונות ניקוב לא היו; ההכרעה בדבר שמה של המדינה החדשה עוד לא נפלה; האם תיקרא יהודה, ארץ ישראל או ישראל? לבסוף הוחלט: על הבולים יירשם "דואר עברי". מכונת דפוס נמצאה, אבל היה צורך להתאימה לתפקידה החדש, והנייר שנאסף היה בגוונים רבים ובעוביים שונים.

למרות כל הקשיים, מיד אחרי הכרזת העצמאות הופיעו בולי "דואר עברי" ונמכרו בכל סניפי הדואר בארץ. מאז שנת תש"ח הוציאה ישראל בולים רבים: ביניהם סדרות מן המניין, בולי דואר אוויר ובולי זיכרון. רבים מהבולים הראשונים מבוקשים מאוד על-ידי אספנים בעולם כולו.

4. פתרו את המשוואות.

$$2(3x + 1) + 6 = 2(x + 4) - x$$

$$3(x - 3) + 4x = 5x + 3$$

צולגאולת:

$$6x + 2 + 6 = 2x + 8 - x$$

$$3x - 9 + 4x = 5x + 3$$

$$6x + 8 = x + 8 / -x$$

$$7x - 9 = 5x + 3 / +9$$

$$5x + 8 = 8 / -8$$

$$7x = 5x + 12 / -5x$$

$$5x = 0$$

$$2x = 12 / :2$$

$$x = 0$$

$$x = 6$$

ה. $2(x - 3) + 13 = 3(x - 2) - 7$

ג. $5(x - 2) = x + 10$

א. $2(8 - x) = 6x$

ו. $3(x - 2) + 5 = 4 - 2x$

ד. $3(5x + 1) = x + 3$

ב. $6(x - 3) = 10 - x$

5. פתרו את המשוואות.

$3(x - 3) = 6$ $3(x - 3) = 6 / :3$ $x - 3 = 2 / + 3$ $x = 5$	או	$3(x - 3) = 6$ $3x - 9 = 6 / + 9$ $3x = 15 / : 3$ $x = 5$
--	----	---

- א. $3(x - 2) = 12$ ב. $2(x + 3) = 10$ ג. $2(x - 7) = 8$ ד. $4(x - 3) = 16$



6. כתבו בעיה מתאימה העוסקת בבולים, עבור המשוואה $4x + 20 = x + 200$ (x מספר טבעי).



אוסף משימות



1. מספר המכוניות באוסף של **אליעזר** הוא פי שניים ממספר המכוניות באוסף של **מנחם**.



לאחר **שמנחם** קיבל עוד 7 מכוניות, ו**אליעזר** קיבל עוד מכונית אחת, היה מספר המכוניות של **מנחם** שווה למספר המכוניות של **אליעזר**.

א. סמנו ב-x את מספר המכוניות באוסף של **מנחם** בהתחלה. קשמו ביטוי למספר המכוניות באוסף של **אליעזר** בהתחלה. ציינו אילו ערכים יכולים להתאים ל-x לפי נתוני הבעיה.

ב. קשמו ביטויים מתאימים למספר המכוניות באוסף של כל אחד לאחר התוספת.

ג. כתבו משוואה מתאימה לסיפור ופתרו.

הדרכה: $\boxed{\hspace{2cm}}$ = $\boxed{\hspace{2cm}}$
 מספר המכונית של **מנחם** לאחר התוספת מספר המכונית של **אליעזר** לאחר התוספת

ד. כמה מכוניות היו לכל אחד בהתחלה?



2. **גרשון**, **מאיר** ו**נחום** אספו תרומות לארגון צדקה.

גרשון אסף סכום הגדול פי 2 מהסכום שאסף **יאיר**.

נחום אסף סכום הגדול ב-300 שקלים מהסכום שאסף **יאיר**.

הסכום שאספו **גרשון** ו**יאיר** ביחד היה שווה לסכום שאסף **נחום**.

כמה כסף אסף כל אחד?



3. ליואל 240 בולים יותר מאשר לבנימין.
לאברהם פי 8 בולים מאשר לבנימין.
מספר הבולים של יואל ושל בנימין ביחד
שווה למספר הבולים של אברהם.
כמה בולים יש לכל אחד?



4. לדן 30 בולים פחות מאשר ליהודה.
לנתן פי 3 בולים מאשר לדן.
מספר הבולים של דן ושל יהודה ביחד
שווה למספר הבולים של נתן.
כמה בולים יש לכל אחד?



5. פתרו את המשוואות.

א. $2(x - 5) = 12$ ג. $4(3 + 2x) = 20$ ה. $3(2x + 1) = 12$
ב. $2(x + 5) = 12$ ד. $4(2x - 3) = 20$ ו. $3(2x - 1) = 12$



6. פתרו את המשוואות.

א. $3x + 5 = 2x + 7$ ג. $4x + 21 = 3(x + 7)$ ה. $11 - 2x = 3(2 + x)$
ב. $7x - 2 = 6x + 6$ ד. $3(x - 2) = 2(x - 3)$ ו. $4x + 3 = 5(x + 2)$



7. פתרו את המשוואות.

א. $4(x - 3) + 10 = 5x$ ג. $3(x + 2) = 5(x - 1)$ ה. $2(x - 4) - x = 3x + 8$
ב. $4(x - 3) - 3x = 8 - x$ ד. $2(4 - x) = 3x - 22$ ו. $3(x + 4) - 2 = 4x + 10$



8. פתרון המשוואה $3x = 8 - 5x$ הוא $x = 1$. בדקו.

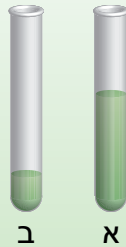
לכל משוואה, קבעו בלי לפתור אותה, אם הפתרון שלה גדול מ-1 או קטן מ-1. הסבירו.

א. $3(x - 2) = 8 - 5(x - 2)$ ג. $3(x + 2) = 8 - 5(x + 2)$

ב. $3(x + 4) = 8 - 5(x + 4)$ ד. $3(2x - 7) = 8 - 5(2x - 7)$

שיעור 4. במעבדה

פתרון בעיות בעזרת משוואות



בשיעור מדעים מודדים נפח של נוזל במבחנות.
כל קבוצה קיבלה שתי מבחנות.

בתחילת כל ניסוי:

נפח הנוזל (בסמ"ק) במבחנה **א** הוא פי 3
מנפח הנוזל (בסמ"ק) במבחנה **ב**.

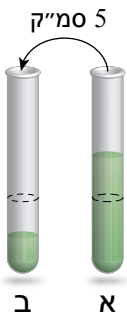
נמצא את נפח הנוזל במבחנות בתחילת הניסוי ולאחריו בקבוצות השונות.

במשימות 1 – 5 נפח הנוזל במבחנות בתחילת הניסוי הוא כמו במשימת הפתיחה.

1. מסמנים ב- x את נפח הנוזל במבחנה **ב** בתחילת הניסוי ($x > 0$).
כתבו ביטוי לנפח הנוזל במבחנה **א** בתחילת הניסוי.

2. בקבוצה של **אפרת**: העבירו 5 סמ"ק נוזל ממבחנה **א** למבחנה **ב**.

א. השלימו ביטויים המתארים את נפח הנוזל בכל מבחנה לאחר ההעברה.
מבחנה **א**: _____ סמ"ק מבחנה **ב**: _____ סמ"ק
ציינו אילו ערכים יכולים להתאים לנפח הנוזל בכל מבחנה.
ב. לאחר ההעברה, נפח הנוזל בשתי המבחנות היה שווה.
כתבו משוואה מתאימה ופתרו אותה.



$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\substack{\text{מבחנה ב לאחר} \\ \text{ההעברה}}} = \underbrace{\hspace{10em}}_{\substack{\text{מבחנה א לאחר} \\ \text{ההעברה}}}$$

ג. מה היה נפח הנוזל בכל מבחנה בתחילת הניסוי? בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.

3. בקבוצה של **רונית**: הוסיפו לכל מבחנה 5 סמ"ק נוזל.

א. השלימו ביטויים המתארים את נפח הנוזל בכל מבחנה לאחר ההוספה.
מבחנה **א**: _____ סמ"ק מבחנה **ב**: _____ סמ"ק
ב. לאחר ההוספה היה נפח הנוזל במבחנה **א** פי 2 מנפח הנוזל במבחנה **ב**.
כתבו משוואה מתאימה ופתרו אותה.



$$2 \cdot \underbrace{\hspace{10em}}_{\substack{\text{מבחנה ב לאחר} \\ \text{ההוספה}}} = \underbrace{\hspace{10em}}_{\substack{\text{מבחנה א לאחר} \\ \text{ההוספה}}}$$

ג. מה היה נפח הנוזל בכל מבחנה בהתחלת הניסוי? ולאחריו?
בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה

4. בקבוצה של **רות** נשפכו בטעות 10 סמ"ק נוזל ממבחנה **א**.

א. השלימו ביטויים המתארים את נפח הנוזל בכל מבחנה לאחר השינוי.
מבחנה **א**: _____ סמ"ק מבחנה **ב**: _____ סמ"ק
ציינו אילו ערכים יכולים להתאים לנפח הנוזל בכל מבחנה.

ב. לאחר השינוי נפח הנוזל במבחנה **ב** היה קטן ב- 12 סמ"ק מנפח הנוזל במבחנה **א**.
כתבו משוואה מתאימה ופתרו אותה.

$$\boxed{\text{מבחנה ב}} + 12 = \boxed{\text{מבחנה א}}$$

ג. מה היה נפח הנוזל בכל מבחנה בתחילת הניסוי?
בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



אם רוצים לרשום משוואה על כמויות שאינן שוות, יוצרים **איזון** בין האגפים, כך:
מקטינים את הכמות הגדולה יותר או מגדילים את הכמות הקטנה יותר.

• **ביסוי בקבוצה של רות** אפשר:

לכפול את נפח הנוזל הקטן יותר (במבחנה **ב**) ב- 2

$$2 \cdot \boxed{x + 5} = \boxed{3x + 5}$$

נפח הנוזל במבחנה **ב** נפח הנוזל במבחנה **א**

או לחלק את נפח הנוזל הגדול יותר (במבחנה **א**) ב- 2

$$\boxed{x + 5} = \frac{\boxed{3x + 5}}{2}$$

נפח הנוזל במבחנה **ב** נפח הנוזל במבחנה **א**

• **ביסוי בקבוצה של רות** אפשר:

להוסיף 12 סמ"ק נוזל לנפח הקטן יותר (במבחנה **ב**)

$$\boxed{x} + 12 = \boxed{3x - 10}$$

נפח הנוזל במבחנה **ב** נפח הנוזל במבחנה **א**

או להחסיר 12 סמ"ק נוזל מהנפח הגדול יותר (במבחנה **א**)

$$\boxed{x} = \boxed{3x - 10} - 12$$

נפח הנוזל במבחנה **ב** נפח הנוזל במבחנה **א**



5. בקבוצה של צביה:

שִׁפְנו מִמְבַחְנָה א 1 סמ"ק נוזל ולמבחנה ב הוסיפו 8 סמ"ק נוזל.
לאחר הניסוי נפח הנוזל במבחנה ב היה פי 2 מנפח הנוזל במבחנה א.

$$x \text{ מייצג את נפח הנוזל במבחנה ב בהתחלה } \left(x > \frac{1}{3}\right).$$

לאה כתבה את המשוואה: $3x - 1 = 2(x + 8)$

נעמי כתבה את המשוואה: $2(3x - 1) = x + 8$

א. מי רשמה משוואה מתאימה לסיפור? הסבירו.

ב. פתרו את המשוואה ומצאו מה היה נפח הנוזל בכל מבחנה בתחילת הניסוי.

בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.

6. פתרו את המשוואות.

א. $4x - 2 = 3(x + 2)$ ג. $4(x - 2) = 3(x + 2)$ ה. $4(x + 2) = 3x + 2$

ב. $4(x - 2) = 3x + 2$ ד. $4x + 2 = 3x + 2$ ו. $4(x + 2) = 3(x + 2)$



ניסוי במבחנות: קחו שתי מבחנות. מלאו באופן חלקי את אחת המבחנות במים, מלאו את המבחנה השנייה באותו נפח של שמן. אטמו את שתי המבחנות בפקק והניחו אותן בניצב



במקפיא.

כפי שאפשר לראות בתמונה, כתוצאה מירידת הטמפרטורה מתחת ל- 0°C , נפח המים במבחנה גדול עתה מנפח השמן.

לפני קריאת ההמשך, שערו מהי הסיבה לתופעה זאת.

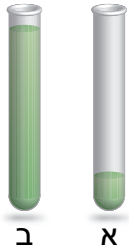


בתהליך קירור מרבית החומרים בטבע מתכווצים. כלומר, ככל שהטמפרטורה נמוכה יותר, נפחם קטן. אולם תופעה זו אינה מתרחשת במים. מים המגיעים לטמפרטורה של 4°C וממשיכים להתקרר עד לטמפרטורה של 0°C (טמפרטורת הקיפאון של המים) - נפחם גדל.

אזהרה: כדי למנוע התפוצצות המבחנה, אין למלא אותה במים מעל לגובה המומלץ בניסוי. אם מקפיאים מבחנה מלאה במים, הגדלת הנפח יוצרת לחץ על דפנות הזכוכית (שאינם גמישים) ועלולה לשבור את המבחנה. רסיסי זכוכית במקפיא הנועד לאחסון מזונות מהווים סכנה רצינית מאוד!



אוסף משימות



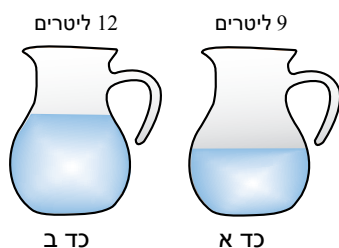
- 1.** בשיעור מדעים בצעו התלמידות ניסוי עם נוזלים בעזרת שתי מבחנות. בתחילת הניסוי היה נפח הנוזל במבחנה **ב** פי 5 מנפח הנוזל במבחנה **א**. במהלך הניסוי העבירו 6 סמ"ק ממבחנה **ב** אל מבחנה **א**.
- א. סמנו ב- x את נפח הנוזל (בסמ"ק) במבחנה **א** בתחילת הניסוי. קשמו ביטוי לנפח הנוזל (בסמ"ק) במבחנה **ב**.
- ב. השלימו ביטויים המתארים את נפח הנוזל בכל מבחנה, לאחר ההעברה. מבחנה **א**: _____ סמ"ק מבחנה **ב**: _____ סמ"ק
ציינו אילו ערכים יכולים להתאים לנפח הנוזל בכל מבחנה.
- ג. לאחר ההעברה נפח הנוזל בשתי המבחנות היה שווה. כתבו משוואה מתאימה ופתרו אותה.

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\substack{\text{מבחנה ב לאחר} \\ \text{ההעברה}}} = \underbrace{\hspace{10em}}_{\substack{\text{מבחנה א לאחר} \\ \text{ההעברה}}}$$

- ד. מה היה נפח הנוזל בכל מבחנה בתחילת הניסוי? בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



- 2.** בשיעור מדעים בצעו התלמידות ניסוי עם נוזלים בשתי מבחנות. בתחילת הניסוי היה נפח הנוזל במבחנה **ב** פי 3 מנפח הנוזל במבחנה **א**. במהלך הניסוי הוסיפו למבחנה **א** 10 סמ"ק נוזל. לאחר ההוספה היה נפח הנוזל במבחנה **ב** פי 2 מנפח הנוזל במבחנה **א**. x מייצג את נפח הנוזל (בסמ"ק) במבחנה **א** בתחילת הניסוי ($x > 0$). איזו מהמשוואות הבאות מתאימה לתיאור הסיפור?
- א. $3x = 2(x + 10)$ ב. $2 \cdot 3x = x + 10$ ג. $3x = 2x + 10$



- 3.** נתונים שני כדים ובהם מים. כד **א** יש 9 ליטרים, וכד **ב** יש 12 ליטרים. כמה ליטרים של מים יש להעביר מכד **ב** לכד **א** כדי שנפח הנוזל בשני הכדים יהיה שווה?



4. נתונים שני מכלים של מים.
 במכל א יש 80 ליטרים, ובמכל ב יש 55 ליטרים.
 כמה ליטרים של מים יש להעביר ממכל א למכל ב
 כדי שנפח המים במכל ב יהיה פי 2 מנפח המים במכל א?



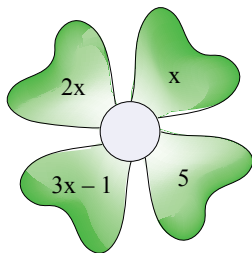
5. בבוקר מספר האנשים בחדר א היה שווה למספר האנשים בחדר ב.
 בצהריים יצאו מחדר א 10 אנשים, ולחדר ב נכנסו 4 אנשים.
 א. השלימו ביטויים המתארים את מספר האנשים בכל חדר בצהריים.
 חדר א: _____ אנשים חדר ב: _____ אנשים
 ציינו אילו ערכים יכולים להתאים למספר האנשים שהיו בכל חדר בבוקר.
 ב. בצהריים מספר האנשים שהיו בחדר ב היה פי 2 ממספר האנשים שהיו בחדר א.
 רשמו משוואה מתאימה ופתרו אותה.

הדרכה: $\text{מספר אנשים בחדר א} \cdot 2 = \text{מספר אנשים בחדר ב}$

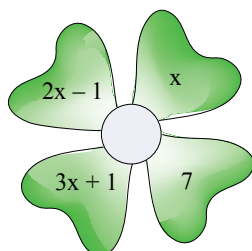
ג. כמה אנשים היו בכל חדר בבוקר? בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



6. תלמידות כיתות ז בבית הספר התחלקו לשתי קבוצות.
 בקבוצה א 45 תלמידות, ובקבוצה ב 15 תלמידות.
 א. פי כמה גדול מספר התלמידות בקבוצה א ממספר התלמידות בקבוצה ב?
 ב. כמה תלמידות צריכות לעבור מקבוצה א אל קבוצה ב, כדי שמספר התלמידות בקבוצה א
 יהיה פי 2 ממספר התלמידות בקבוצה ב?



7. על כל עלה מופיע אגף אחד של משוואה.
 צרו שש משוואות מעלי הפרח ופתרו אותן.
 אם פתרתם נכון, התקבלו הפתרונות:
 0, 0.5, 1, 2, 2.5, 5



8. על כל עלה מופיע אגף אחד של משוואה.
 צרו שש משוואות מעלי הפרח ופתרו אותן.

שיעור 5. פותרים בעיות בדרכים שונות



יהודית אמרה: $\frac{3}{5}$ מתלמידות הכיתה שלי מרכיבות משקפיים.

מספר הבנות שאינן מרכיבות משקפיים קטן

ב- 6 ממספר הבנות המרכיבות משקפיים.

שערו: כמה תלמידות בכיתה של **יהודית**?

נפתור משוואות בעזרת שיקולים, בעזרת פישוט ובעזרת פעולות על אגפים.

במשימות 1-4 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. אסתי אמרה: מספר התלמידות בכיתה של **יהודית** הוא מספר שלם וחיובי שהוא כפולה של 5.

א. האם **אסתי** צודקת? הסבירו.

ב. הוסיפו תנאי מתאים כך שמספר התלמידות יתאים לגודל כיתה.

ג. השלימו את הטבלה שהכינה **אסתי**.

מספר התלמידות שאינן מרכיבות משקפיים	מספר התלמידות המרכיבות משקפיים	מספר התלמידות בכיתה
		15
		20
		·
		·
		·

ד. ההפרש בין מספר התלמידות

המרכיבות משקפיים למספר

התלמידות שאינן מרכיבות

משקפיים הוא 6.

כמה תלמידות מרכיבות

משקפיים וכמה תלמידות שאינן

מרכיבות משקפיים בכיתה של

יהודית?

2. בתיה והדסה סימנו ב- x את מספר התלמידות בכיתה, וְרשמו משוואה (x מספר טבעי מתחלק ב- 5).

הדסה רשמה: $\frac{3}{5}x - \frac{2}{5}x = 6$

בתיה רשמה: $\frac{3}{5}x + \left(\frac{3}{5}x - 6\right) = x$

א. התאימו בין תיאור מילולי ובין ביטוי אלגברי.

- | | |
|---|----------------------|
| • מספר התלמידות בכיתה | • $\frac{3}{5}x$ |
| • מספר התלמידות המרכיבות משקפיים בכיתה | • $\frac{3}{5}x - 6$ |
| • מספר התלמידות שאינן מרכיבות משקפיים בכיתה | • $\frac{2}{5}x$ |
| | • x |

ב. האם המשוואות של **בתיה** ושל **הדסה** מתאימות לסיפור? הסבירו.

ג. בחרו במשוואה של **בתיה** או בזו של **הדסה** ופתרו אותה.

ד. כמה תלמידות מרכיבות משקפיים וכמה תלמידות שאינן מרכיבות משקפיים בכיתה של **יהודית**?

בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.

3. **גילה** אמרה: אני פותרת את המשוואה של **הדסה** כך: $\frac{3}{5}x - \frac{2}{5}x = 6$

$$\frac{1}{5}x = 6$$

עכשיו אכפול את שני האגפים ב-5 ואמצא את הפתרון.

האם **גילה** צודקת? הסבירו.

4. **שולי** אמרה: $\frac{3}{5}$ מתלמידות הכיתה מרכיבות משקפיים, לכן $\frac{2}{5}$ אינן מרכיבות משקפיים.

ההפרש ביניהם הוא $\frac{1}{5}$ שהם 6 תלמידות. לכן בכיתה 30 תלמידות.

האם **שולי** צודקת? הסבירו.



• אפשר לפתור בעיה במספר דרכים: טבלה, משוואה, חישוב מספרי.

פתרון בעזרת **טבלה**.

זלזלז: במשימה 1 חיפשה **אסתי** כפולות של 5, חישבה את מספר התלמידות המרכיבות משקפיים ואת מספר התלמידות שאינן מרכיבות משקפיים, עד שהגיעה להפרש של 6.

• פתרון בעזרת **משוואה**.

זלזלז: במשימות 2 ו-3, **בתיה**, **הדסה וגילה** קָשְמוּ משוואה, פָּתְרוּ וּמָצְאוּ את מספר התלמידות.

• פתרון בעזרת **שיקולים**.

זלזלז: במשימה 4 **שולי** הסתמכה על חמישית ממספר התלמידות בכיתה.

5. **ציפי, שושי וגילה** פָּתְרוּ בדרכים שונות את המשוואה $\frac{3}{4}x = 9$

$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$	4
גילה	שושי	ציפי
כפלה ב-	חילקה ב-	כפלה ב-
את שני אגפי המשוואה	את שני אגפי המשוואה	את שני אגפי המשוואה

$$\frac{3}{4}x = 9 \quad / \cdot \frac{4}{3}$$

$$\frac{3}{4}x = 9 \quad / : \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4}x = 9 \quad / \cdot 4$$

א. השלימו את הפתרונות.

ב. האם כל הדרכים מובילות לפתרון נכון? איזו דרך יעילה יותר, לדעתכם?



כדי לפתור משוואה שיש בה מכנה מספרי, אפשר לפעול במספר דרכים:

צ/א/ג: בפתרון המשוואה במשימה 5

ציפי כפלה את אגפי המשוואה ב-4

שושי חילקה את אגפי המשוואה במספר $\frac{3}{4}$

גילה כפלה את אגפי המשוואה במספר $\frac{4}{3}$

• לכפול תחילה במספר שבמכנה

• לחלק במספר הכופל את x

• לכפול בהופכי של המספר הכופל את x

שימו לב, חילוק במספר שאינו אפס שקול לכפל בהופכי של המספר.

6. פתרו את המשוואות.

ד. $\frac{1}{4}x = 3$

ג. $\frac{x}{3} = 8$

ב. $\frac{2}{5}x = 15$

א. $\frac{x}{2} = 3$



7. כתבו בעיה המתאימה למשוואה $\frac{3}{4}x = 8$ (x מספר שלם חיובי, מתחלק ב-4 ללא שארית).

אוסף משימות



1. התאימו משוואה לפתרון.

$x = \frac{1}{2}x - 6$

$x = \frac{1}{2}x + 6$

$2x = x - 6$

$2x = x + 6$

•

•

•

•

•

•

•

•

$x = -6$

$x = 6$

$x = -12$

$x = 12$

2. הפתרונות של המשוואות הבאות הם: $x = 18$, $x = -18$, $x = 6$, $x = -6$

התאימו פתרון לכל משוואה.

ד. $\frac{x}{3} = x - 12$

ג. $\frac{x}{3} = x + 12$

ב. $3x = x - 12$

א. $3x = x + 12$



3. פתרו את המשוואות.

א. $\frac{1}{4}x = 3$ ב. $\frac{1}{4}x = 3 + x$ ג. $\frac{1}{4}x + 3 = x$ ד. $\frac{1}{4}x + 3 = x + 3$



4. פתרו את המשוואות.

א. $\frac{1}{3}x = 4 - x$ ב. $\frac{1}{3}x = 4 + x$ ג. $\frac{1}{3}x + 2 = 4 + x$ ד. $\frac{1}{3}x + 2 = 4 - x$



5. קבוצה יצאה למסע שנמשך יומיים.

ביום השני הלכו מחצית מהדרך שהלכו ביום הראשון.

- א. השלימו ביטויים. ביום הראשון הלכו x ק"מ.
 ביום השני הלכו _____ ק"מ.
 בשני הימים ביחד הלכו _____ ק"מ.

ב. אילו ערכים יכולים להתאים לאורך הדרך שהלכו ביום הראשון?

ג. בשני הימים הלכו בסך-הכול 15 ק"מ.

רשמו משוואה מתאימה ופתרו.

ד. כמה ק"מ הלכו בכל יום? בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



6. קבוצה של מבוגרים וילדים יצאו לטיול.

$\frac{3}{4}$ מהמשתתפים היו ילדים.

א. סמנו ב- x את מספר המשתתפים בטיול (מבוגרים וילדים ביחד).

אילו ערכים יכולים להתאים למספר המשתתפים בטיול? הסבירו.

ב. השלימו ביטויים אלגבריים.

מספר המשתתפים x

מספר הילדים _____

מספר המבוגרים _____

ג. מספר הילדים היה גדול ב- 24 ממספר המבוגרים. רשמו משוואה מתאימה ופתרו.

ד. כמה מבוגרים וכמה ילדים השתתפו בטיול? בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



7. בלי לפתור את המשוואות, קבעו לאילו מהמשוואות פתרון שהוא מספר חיובי. הסבירו.

א. $\frac{2x}{3} + 1 = x + 3$ ב. $\frac{2x}{3} + 3 = x + 1$ ג. $\frac{2x}{3} + 1 = \frac{x}{3} + 3$ ד. $\frac{2x}{3} + 3 = \frac{x}{3} + 1$

