יחידה 20: צלעות וזוויות במצולעים

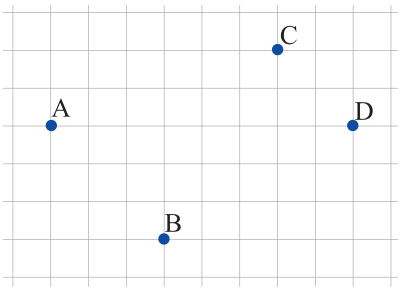
שיעור 1. משולשים מנקודות ומקטעים

לפניכם ארבע תמונות של תמרורים משולשים. מה מציין כל תמרור?

נכיר מושגים הקשורים במשולשים, נלמד ליצור משולשים מקטעים, ונחקור אם תמיד אפשר לעשות זאת.

משולשים מנקודות

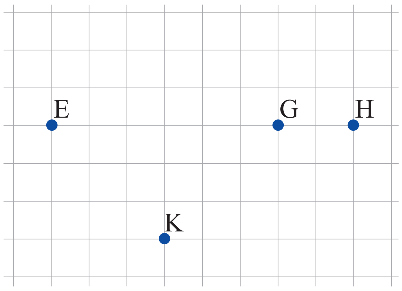
1. א. הַעתיקו את ארבע הנקודות על דף משובץ,
וחַברו את הנקודות A , B, ו- C, למשולש. מסמנים ΔABC.



ב. חַברו בצבע שונה, שלוש נקודות אחרות למשולש.
איך מסמנים את המשולש שקיבלתם?

ג. כמה משולשים שונים אפשר לקבל על-ידי חיבור כל שלוש מהנקודות האלה?

ד. כמה משולשים שונים אפשר לקבל על-ידי חיבור שלוש מתוך ארבע הנקודות E, K, G, H ? הַסבירו.

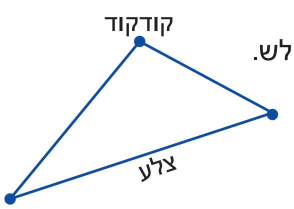


אם מחברים באמצעות קטעים, שלוש נקודות שאינן על אותו ישר, מקבלים משולש.

שלוש הנקודות נקראות **קודקודי המשולש**.

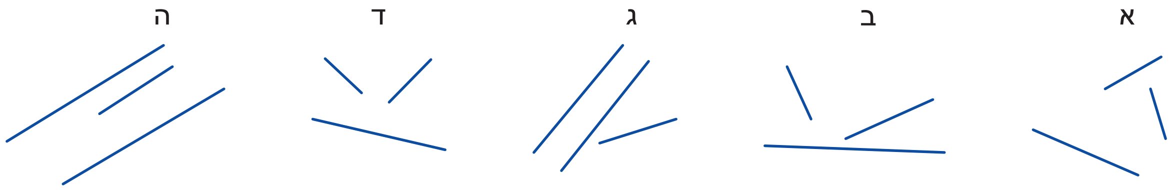
הקטעים נקראים **צלעות המשולש**.

למשולש שלושה קודקודים ושלוש צלעות.

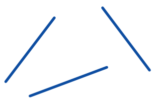


צלעות המשולש

2. באילו ציורים נוכל לקבל משולש, אם נמשיך את שלושת הקווים? הַסבירו.

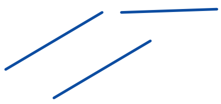


יש מצבים שבהם שלושה ישרים **יכולים** ליצור משולש.

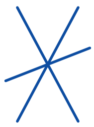


שלושה ישרים **אינם** יוצרים משולש במקרים הבאים:

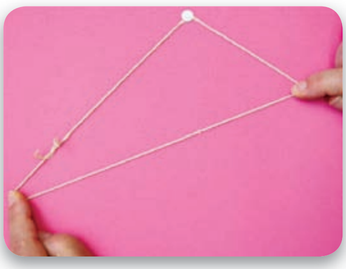
- אם שניים או שלושה מהישרים מקבילים.



- אם שלושת הישרים נחתכים באותה נקודה.



3. א. בְּנו משולש בעזרת חוט שאורכו 70 ס״מ, מבלי לגזור את החוט (ראו תמונה).
אפשר להיעזר בנעץ, בסיכה או בנייר דבק כדי לקַבֵּעַ את הקודקודים.



ב. מִדדו את אורכי הצלעות של המשולש שבניתם.

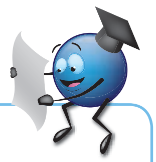
ג. בְּנו בעזרת החוט משולש אחר ומִדדו את אורכי צלעותיו.

ד. **מוריה** רוצה לבנות מהחוט (שאורכו 70 ס״מ) משולש שבו שתיים מבין שלוש הצלעות הן באורך 10 ס״מ כל אחת.
האם מור תצליח? נַסו והַסבירו.

ה. **יעל** רוצה לבנות מהחוט (שאורכו 70 ס״מ) משולש שבו שתיים מבין שלוש הצלעות הן באורך 25 ס״מ כל אחת.
האם יעל תצליח? נַסו והַסבירו.

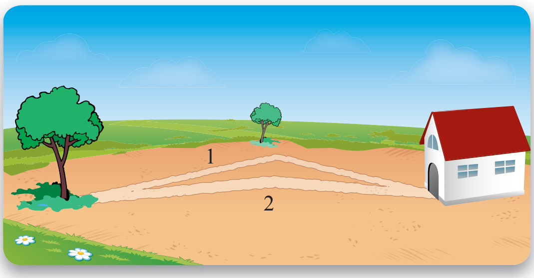
4. הַכינו חמישה קטעים (קשיות וכדו') באורכים: 2 ס"מ, 3 ס"מ, 4 ס"מ, 5 ס"מ, ו- 7 ס"מ.
בכל סעיף, נַסו להרכיב משולש מהקטעים המתאימים. אם אינכם מצליחים, הַסבירו מדוע.

א. 3 ס"מ 4 ס"מ, 5 ס"מ.
ב. 2 ס"מ, 3 ס"מ, 7 ס"מ.
ג. 3 ס"מ, 5 ס"מ, 7 ס"מ.
ד. 3 ס"מ, 4 ס"מ, 7 ס"מ.



מתוך התנסות ראינו:
כדי לבנות משולש, סכום האורכים של כל שתי צלעות חייב להיות גדול מאורך הצלע השלישית.
בהמשך הלימוד **נוכיח** טענה זו.

5. בתמונה שני מסלולים מהבית לעץ.



א. איזה מסלול קצר יותר, מסלול 1 או מסלול 2?
ב. **ראובן** רוצה להגיע במסלול הקצר ביותר האפשרי.
תַארו מסלול כזה, והַסבירו מדוע הוא הקצר ביותר.

לפניכם תמונה של מתקן בגן המדע* שבמכון ויצמן למדע ברחובות.
מה מיוחד במשולש שבתמונה?
נראה כי זהו משולש "בלתי אפשרי" שצלעותיו "מעוותות" והוא אינו ניתן לבנייה ממוטות ברזל ישרים.
כיצד הוא נבנה בכל-זאת?

ההסבר טמון בתמונה השנייה המראה את המבנה האמיתי של המתקן.
אז מהו לדעתכם "סוד הקסם" של ה"משולש" שבתמונה הראשונה?

בתמונה השלישית מתקן המוצב באותו גן, בו "המשולש הבלתי אפשרי" הוא סגור.
כיצד התגבר יוצר המתקן הזה על הקושי בבניית ה"משולש"?

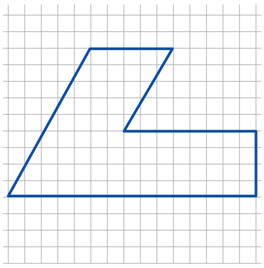
* גן המדע על-שם קלור, מכון דוידסון לחינוך מדעי - הזרוע החינוכית של מכון ויצמן למדע.

אוסף משימות

1. במשימת הפתיחה של השיעור ראיתם תמונות של משולשים המשמשים כתמרורים.
חַפשו בסביבתכם משולשים אחרים. הָביאו לכיתה את המשולשים, את תמונותיהם או את תיאוריהם.

2. נַסו ליצור צורות שדומות למשולשים בעזרת האצבעות של שתי הידיים.

3. א. שַרטטו במחברת את הציור הבא.
חַלקו את השרטוט על-ידי קווים ישרים לשישה משולשים.

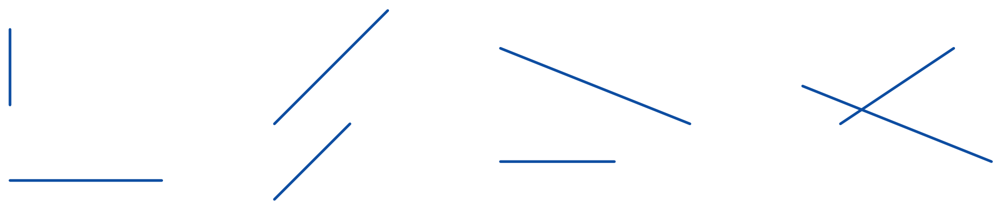


ב. צַיירו מרובע כלשהו (רצוי לא ריבוע או מלבן).
חַלקו את המרובע לשני משולשים.

ג. צַיירו מרובע כלשהו. חַלקו אותו לחמישה משולשים.

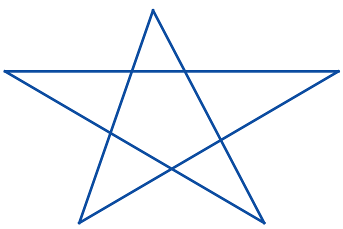
4. הַשלימו, אם אפשר, את השרטוטים הבאים למשולש.

א ב ג ד

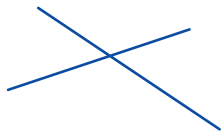


5. הַעתיקו את הצורה שלוש פעמים.
חַלקו את הצורה על-ידי שני קטעים לשלושה משולשים.
מִצאו שלוש דרכים שונות לחלוקה.

6. א. מִצאו בכוכב שבשרטוט משולשים רבים ככל האפשר.
ב. הַעתיקו את הכוכב, וחַברו את קודקודיו כך שתקבלו מחומש.
ג. מִצאו במחומש משולשים נוספים.



7. בכל סעיף הַעתיקו את שני הישרים ובַצעו את ההוראה.



א. הוסיפו ישר, כך **שיתקבל משולש**.

ב. הוסיפו ישר, כך **שלא יתקבל משולש**.

ג. הוסיפו ישר, שאינו מקביל לאחד הישרים המשורטטים, כך **שלא יתקבל משולש**.

8. הַסבירו, או שַרטטו דוגמה המסבירה מדוע הטענות הבאות אינן נכונות.

א. משולש הוא צורה הנוצרת על-ידי חיבור שלוש נקודות המחוברות בקטעים, כך שכל זוג נקודות מחובר על-ידי קטע.

ב. משולש הוא צורה הנוצרת על-ידי שלושה ישרים החותכים זה את זה.

9. בכל סעיף, קִבעו באילו מקרים אפשר להרכיב משולש משלושת הקטעים הנתונים. הַסבירו.

א. 8 ס״מ, 6 ס״מ, 4 ס״מ ב. 20 ס״מ, 5 ס״מ, 12 ס״מ ג. 45 ס״מ, 25 ס״מ, 20 ס״מ

10. תלמידי הכיתה התבקשו לחלק חוט שאורכו 24 ס״מ לשלושה חלקים, כך שאפשר להרכיב מהם משולש.

לפניכם ארבע הצעות לחלוקת החוט:

דני: 6 ס״מ, 8 ס״מ, 10 ס״מ.

אורי: 10ס״מ, 3 ס״מ, 11 ס״מ.

נתי: 6 ס״מ, 13ס״מ, 5 ס״מ.

אבי: 15 ס״מ, 4 ס״מ, 5 ס״מ.

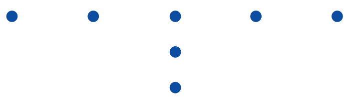
מִצאו את ההצעות הנכונות.

11. **נחום** גזר חוט שאורכו 24 ס״מ וקיבל שני חלקים שאורכם 16 ס״מ ו- 8 ס״מ.

הַציעו לנחום כיצד עליו לגזור את אחד החלקים פעם נוספת, כך שיוכל להרכיב משולש.

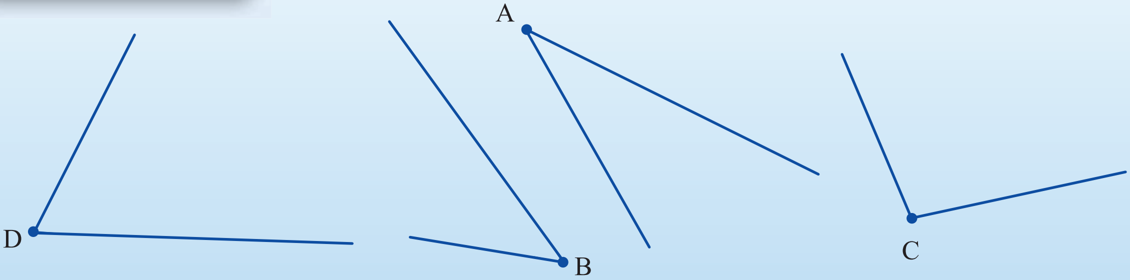
12. כמה משולשים אפשר לשרטט על ידי חיבור שלוש מהנקודות המשורטטות?

(שימו לב, בשרטוט 5 נקודות הנמצאות על ישר אופקי ו- 3 נקודות הנמצאות על ישר אנכי.)



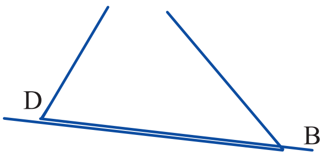
שיעור 2. משולשים מזוויות

בשיעור הקודם ראינו מתוך התנסות שאפשר לבנות משולש משלושה קטעים,
רק אם סכום האורכים של כל שני קטעים גדול מאורך הקטע השלישי.
האם אפשר לבנות משולש מכל שלוש זוויות?

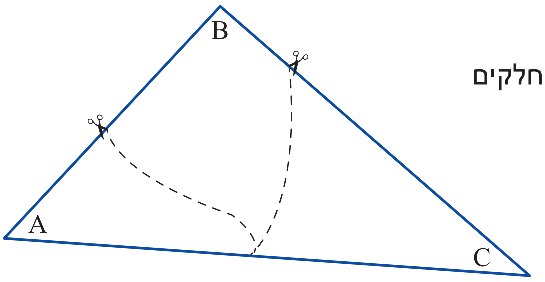


נחקור שאלה זו.

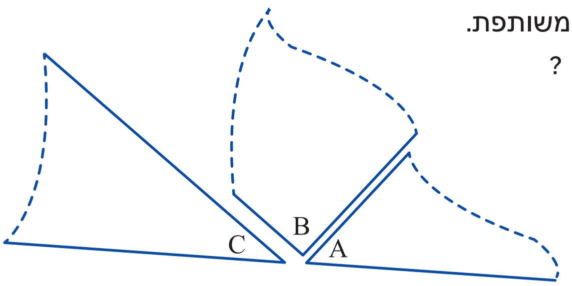
זוויות של משולש



1. הַעתיקו כל אחת מארבע הזוויות שבמשימת הפתיחה על דף שקוף.
נַסו לבנות משולש משלוש מהזוויות האלה.
(הַצמידו שוקיים של הזוויות כמו בשרטוט.)
מאילו שלוש זוויות הצלחתם ליצור משולש?



2. שַרטטו משולש על דף נייר, וּגזרו או קִרעו אותו לשלושה חלקים
בדומה למתואר בשרטוט.

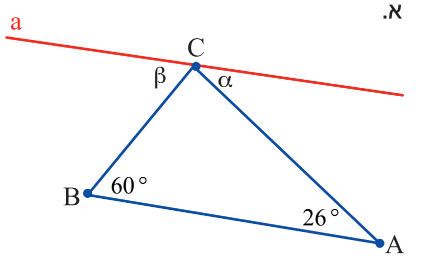


סַדרו את הזוויות זו ליד זו, כך שלכל שתיים תהיה שוק משותפת.
שַערו: מהו סכום שלוש הזוויות $\sphericalangle C + \sphericalangle B + \sphericalangle A$?

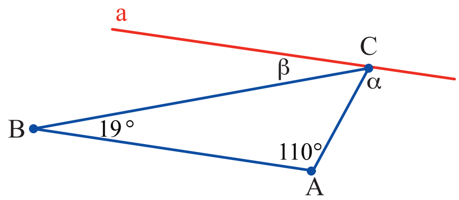
מההתנסויות במשימות הקודמות עולה ההשערה כי סכום הזוויות במשולש שווה 180°
במשימות הבאות נאמת את ההשערה.

3. בכל סעיף נתונות שתי זוויות של משולש, וישר אדום a המקביל לצלע AB.
חַשבו את גודל הזוויות α ו- β, ואת גודל הזווית השלישית של המשולש.

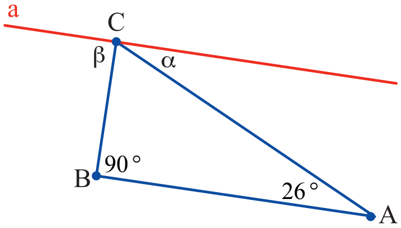
א.



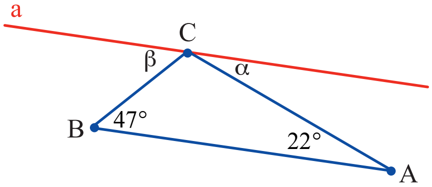
ב.

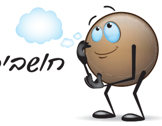


ג.



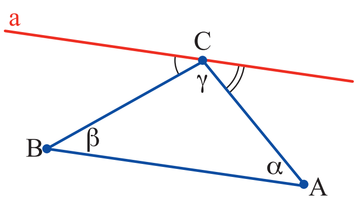
ד.

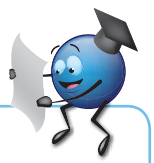




חושבים על...

4. α, β ו- γ הן זוויות המשולש ΔABC.
הישר האדום a מקביל לצלע AB.
בַּטאו את גודל הזוויות המסומנות בקשתות, ונַמקו.
מה סכום הזוויות $\alpha + \beta + \gamma$?

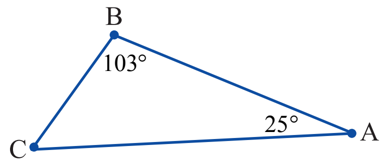




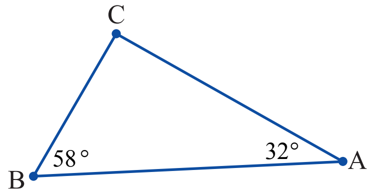
במשימה 4 הראינו כי סכום הזוויות בכל משולש שווה 180°
תוצאה: אם יודעים מה גודלן של שתי זוויות במשולש, יודעים גם את גודל הזווית השלישית.

5. חַשבו את גודל הזווית השלישית בכל משולש.

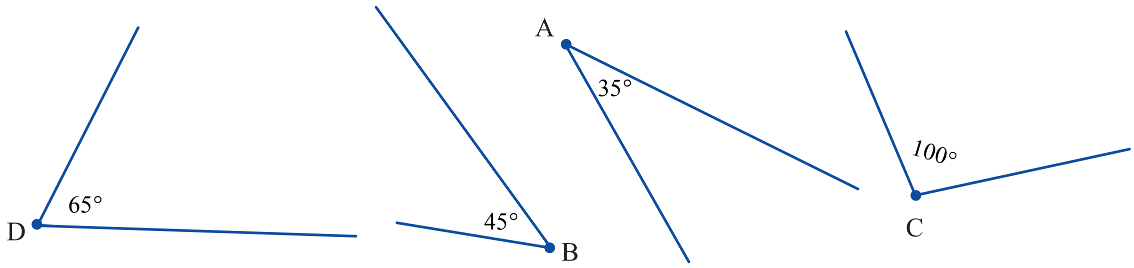
א.



ב.



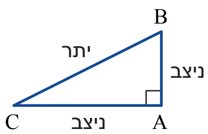
6. בשרטוט ארבע הזוויות ממשימת הפתיחה, הפעם רשומים הגדלים שלהן.
מאילו שלוש זוויות אפשר לבנות משולש? הַסבירו.



תזכורת

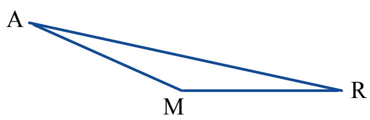
משולש שיש בו זווית ישרה נקרא **משולש ישר-זווית**.

דוגמה: המשולש ΔABC שבשרטוט הוא ישר-זווית (הזווית A היא ישרה).
הצלעות CA ו- BA היוצרות את הזווית הישרה נקראות **ניצבים**.
הצלע CB, שמול הזווית הישרה, נקראת **יתר**.



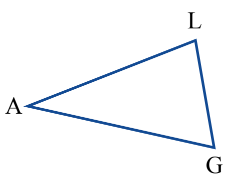
משולש שיש בו זווית קהה נקרא **משולש קהה-זווית**.

דוגמה: המשולש ΔMAR שבשרטוט הוא קהה-זווית
(זווית M היא זווית קהה).



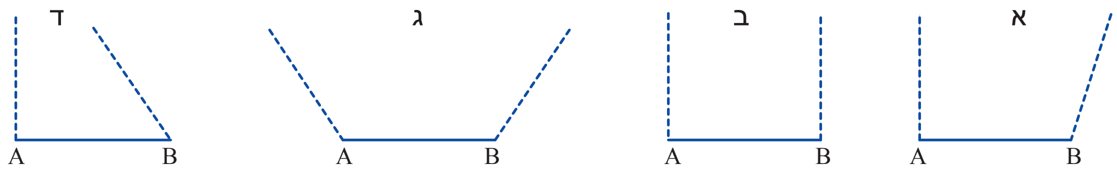
משולש שכל זוויותיו חדות נקרא **משולש חד-זוויות**.

דוגמה: המשולש ΔGAL שבשרטוט הוא חד-זוויות.



אוסף משימות

1. אם נאריך את הקווים המקווקוים כלפי מעלה, באיזה סעיף יתקבל משולש? הַסבירו.



2. בכל סעיף, בִּדקו אם ייתכן ששתי הזוויות באותו משולש.
אם כן, רִשמו את גודל הזווית השלישית.

א. 60° , 90° ב. 30° , 110° ג. 90° , 110° ד. 35° , 35° ה. 30° , 150°

3. אחת הזוויות במשולש בת 140°

א. רִשמו גודל של זווית נוספת היכולה להיות זווית באותו משולש.

ב. רִשמו גודל של זווית נוספת **שאינה** יכולה להיות זווית באותו משולש.

4. אחת הזוויות במשולש בת 160°
מה יכול להיות גודלה של זווית נוספת באותו משולש? הַסבירו.

5. קִבעו אם המשפטים הבאים נכונים. אם כן, נַמקו. אם לא, תנו דוגמה מספרית נגדית.

א. אם במשולש יש זווית ישרה, אז שתי הזוויות האחרות הן חדות.

ב. אם במשולש יש זווית ישרה, אז שתי הזוויות האחרות הן בנות 45° כל אחת.

ג. אם במשולש יש זווית ישרה, אז סכום שתי הזוויות האחרות הוא 90°

ד. אם במשולש יש זווית קהה, אז שתי הזוויות האחרות הן חדות.

ה. לא קיים משולש בעל שתי זוויות קהות.

6. בכל סעיף קִבעו אם ייתכן. אם כן, הַדגימו. אם לא, הַסבירו.

א. במשולש שלוש זוויות חדות.

ב. במשולש שתי זוויות חדות.

ג. במשולש שתי זוויות ישרות.

ד. במשולש שתי זוויות קהות.

7. בכל סעיף, קִבעו אם ייתכן ששלוש הזוויות הן זוויות של אותו משולש. הַסבירו.

א. 30° ; 75° ; 55°

ב. 42° ; 100° ; 40°

ג. 90° ; 90° ; 10°

ד. 170° ; 8° ; 2°

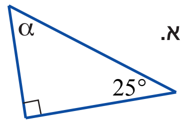
ה. 60° ; 60° ; 60°

ו. 85° ; 85° ; 30°

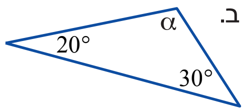
8. בכל משולש, חַשבו את גודל הזווית α.

צַיינו אם המשולש חד-זווית, ישר-זווית או קהה-זווית.

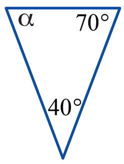
א.



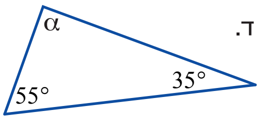
ב.



ג.

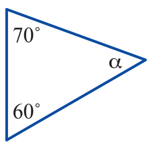


ד.

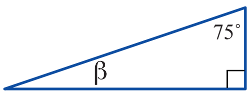


9. קִבעו איזו זווית גדולה יותר, α או β. הַסבירו.

א.



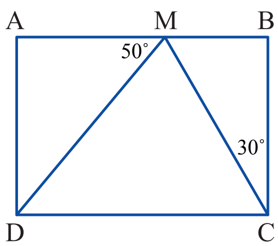
ב.



10. בשרטוט מלבן המחולק לשלושה משולשים.

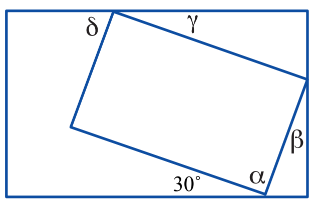
א. מִצאו את גודל כל הזוויות החסרות.

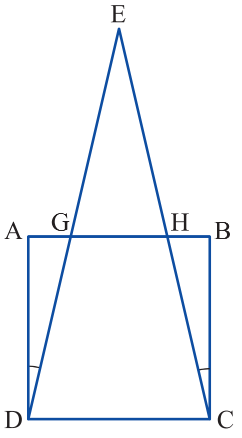
ב. מִצאו זוגות של זוויות שוות.



11. בשרטוט מלבן ובתוכו מלבן נוסף.

מִצאו את גודל הזוויות α, β, γ ו- δ.





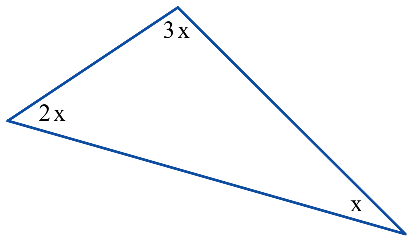
12. בשרטוט ריבוע ABCD ומשולש ΔDEC.

א. $\sphericalangle ADE = \sphericalangle BCE = 15^\circ$ מִצאו את גודלן של זוויות המשולש ΔDEC.

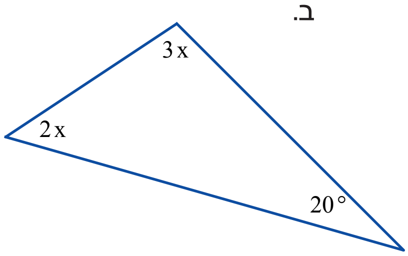
ב. כמה זוויות בנות 75° יש בשרטוט? אילו הן?

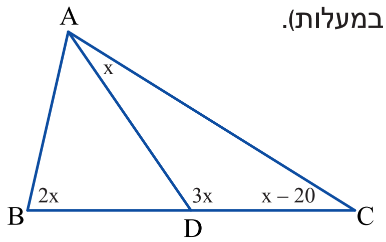
13. בכל סעיף, חַשבו את גודל זוויות המשולש ($x > 0$, גודל הזוויות נתון במעלות).

א.



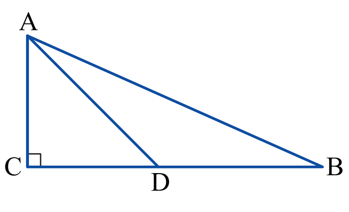
ב.





14. א. חַשבו את גודל זוויות המשולש ΔADC ($x > 20$, גודל הזוויות נתון במעלות).

ב. חַשבו את גודל זוויות המשולש ΔABC.

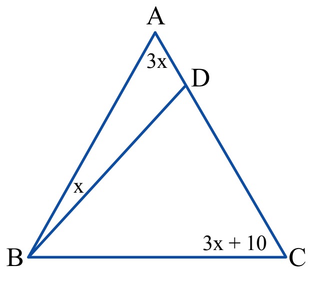


15. אחת הזוויות שבשרטוט בת 135°

א. איזו זווית זו? הַסבירו.

ב. חַשבו את הזווית $\sphericalangle CAD$

ג. מה סכום הזוויות $\sphericalangle DAB + \sphericalangle ABD$? הַסבירו.



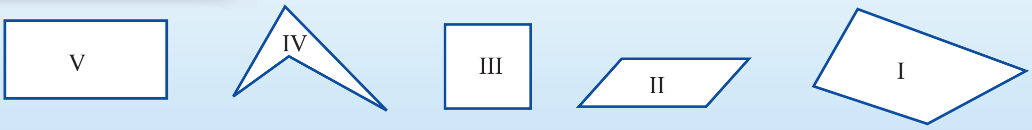
16. בַּטאו באמצעות x את גודל הזווית $\sphericalangle CBD$

($x > 0$, גודל הזוויות נתון במעלות).

שיעור 3. סכום זוויות במרובע

ראינו כי סכום הזוויות בכל משולש קבוע ושווה 180°

נתבונן במרובעים:



האם גם סכום הזוויות במרובע קבוע? אולי הוא תלוי בסוג המרובע?

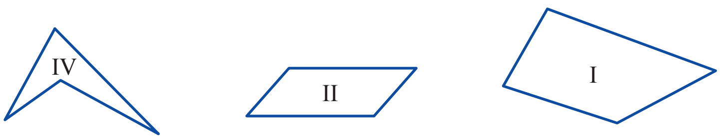
נחקור אם סכום הזוויות במרובע קבוע, ואם כן, מהו.

תזכורת

מרובע שכל אחת מזוויותיו קטנה מזווית שטוחה נקרא **מרובע קמור**.

מרובע שאחת מזוויותיו גדולה מזווית שטוחה נקרא **מרובע קעור**.

דוגמה:



במרובעים I ו- II, כל אחת מהזוויות קטנה מזווית שטוחה (קטנה מ- 180°), המרובעים קמורים.

במרובע IV, אחת הזוויות גדולה מזווית שטוחה (גדולה מ- 180°), המרובע קעור.

סכום זוויות במלבן

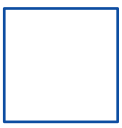
1. א. מהו סכום הזוויות במלבן? הַסבירו.

ב. שתי תלמידות דנו ביניהן בעניין סכום הזוויות בריבוע.

חנה אמרה: בריבוע ארבע זוויות ישרות, לכן סכום הזוויות הוא 360°

יעל אמרה: כל ריבוע הוא מלבן, לכן גם סכום הזוויות בריבוע הוא 360°

מי צודקת? הַסבירו.

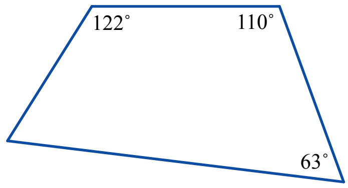


ג. שַערו: האם גם במרובעים אחרים סכום הזוויות הוא 360°?

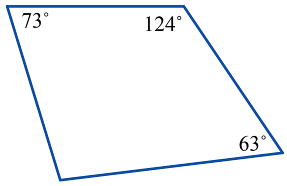
סכום זוויות במרובע

2. בכל מרובע, נתונים גדלים של 3 זוויות. מִדדו את הזווית הרביעית, וחַשבו את סכום הזוויות בכל מרובע.

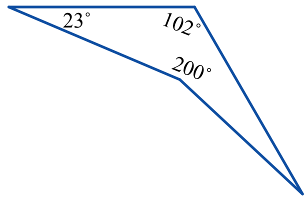
א.



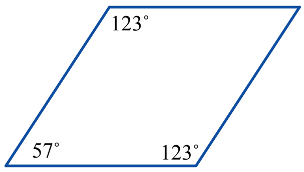
ב.

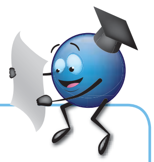


ג.

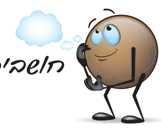


ד.



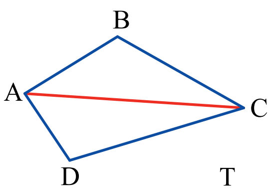


מההתנסויות במשימות הקודמות אפשר לשער כי סכום הזוויות במרובע קבוע, ושווה 360°
נסביר זאת בהמשך.

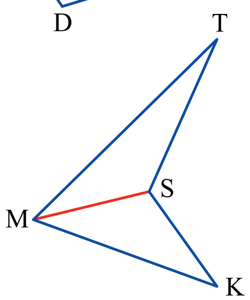


חושבים על...

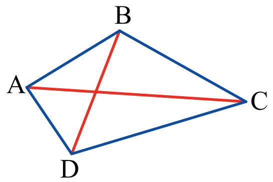
3. א. הקטע AC הוא אלכסון **במרובע קמור** ABCD.
הַראו שסכום הזוויות במרובע ABCD הוא 360°



ב. **במרובע קעור** MTSK, הקטע MS הוא אלכסון היוצא
מקודקוד הזווית הגדולה מ- 180°
הַראו שסכום הזוויות במרובע הקעור MTSK גם הוא 360°

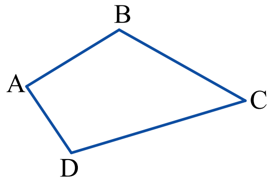


ג. **אפרת** אמרה: העברתי את שני האלכסונים של המרובע
וקיבלתי ארבעה משולשים.
לכן, סכום הזוויות של המרובע הוא $4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$
הייתכן? הַסבירו.

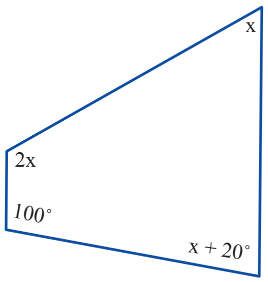


ראינו כי סכום הזוויות בכל מרובע הוא 360°

דוגמה: במרובע ABCD בשרטוט $\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C + \sphericalangle D = 360^\circ$



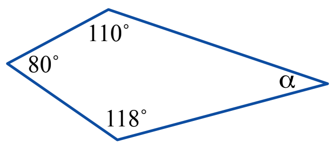
4. חַשבו את גודל זוויות המרובע שבשרטוט (גודל הזוויות נתון במעלות, $x > 0$).



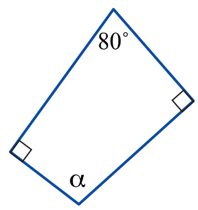
אוסף משימות

1. בכל סעיף, מִצאו את גודל הזווית המסומנת ב- α.

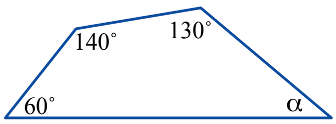
א.



ב.



ג.

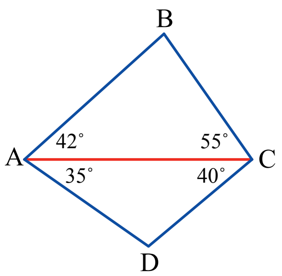


2. ABCD הוא מרובע.

א. מה גודל הזווית $\sphericalangle B$ במשולש ΔABC?

ב. מה גודל הזווית $\sphericalangle D$ במשולש ΔADC?

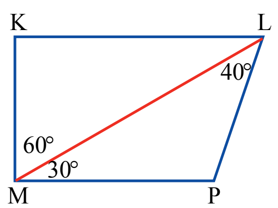
ג. מהו סכום הזוויות במרובע ABCD?



3. KLPM הוא מרובע $KL \parallel MP$.

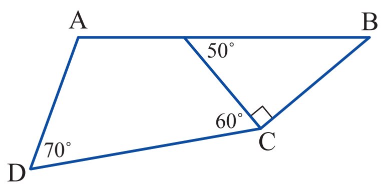
א. חַשבו את גודל $\sphericalangle P$

ב. חַשבו את גודל $\sphericalangle KLP$ של המרובע.



4. מה גודל כל אחת מזוויות המרובע ABCD?

חַשבו בשתי דרכים שונות והַראו את החישוב המתאים לכל דרך.



5. בכל סעיף שַרטטו מרובע מתאים, אם אפשר. אם אי-אפשר, הַסבירו.

א. מרובע שיש בו שלוש זוויות חדות, והזווית הרביעית קהה.

ב. מרובע שיש בו שלוש זוויות חדות, והזווית הרביעית ישרה.

ג. מרובע שיש בו שלוש זוויות ישרות.

ד. מרובע שיש בו שלוש זוויות קהות.

ה. מרובע שיש בו ארבע זוויות קהות.

6. א. במרובע שלוש זוויות חדות. רִשמו דוגמה לגדלים של ארבע הזוויות במרובע.

ב. במרובע שלוש זוויות קהות. רִשמו דוגמה לגדלים של ארבע הזוויות במרובע.

7. שַרטטו מלבן, וגִזרו אותו לאורך אחד מאלכסוניו.

א. אילו משולשים קיבלתם?

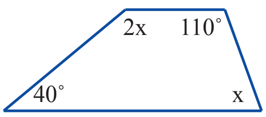
ב. הַצמידו בכל פעם צלעות שוות של שני המשולשים, כך שיתקבל משולש.
כמה אפשרויות יש?

ג. הַצמידו בכל פעם צלעות שוות של שני המשולשים, כך שיתקבל מרובע.
כמה אפשרויות יש?

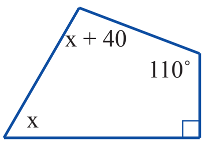
8. הַכינו שני משולשים ישרי זווית חופפים. הַצמידו בכל פעם צלעות שוות של שני המשולשים.
כמה אפשרויות להצמדת שני המשולשים יש?
אילו צלעות הצמדתם? אילו מצולעים התקבלו? מהו סכום הזוויות בכל מצולע שקיבלתם?

9. חַשבו את זוויות המרובעים
(גודל הזוויות נתון במעלות, $x > 0$).

א.

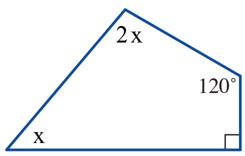


ב.



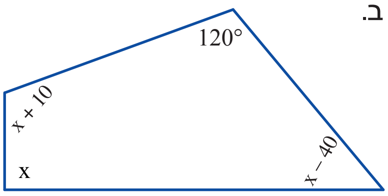
10. חַשבו את זוויות המרובעים (גודל הזוויות נתון במעלות). מה הקשר בין המרובעים?

א.



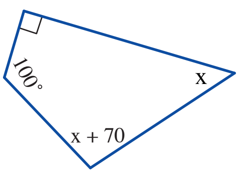
$(x > 0)$

ב.



$(x > 40^\circ)$

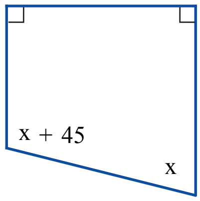
ג.



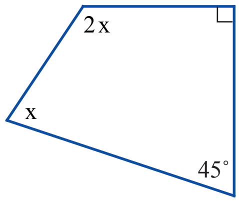
$(x > 0)$

11. קִבעו לכל מרובע, אילו משוואות מתאימות לחישוב הזוויות ($x > 0$, מידות הזוויות במעלות).
חִשבו את גודל הזוויות.

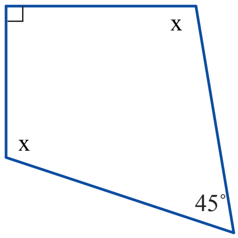
I



II



III



א. $2x + 45 + 90 = 360$

ב. $2x + 45 + 90 + 90 = 360$

ג. $3x + 45 + 90 = 360$

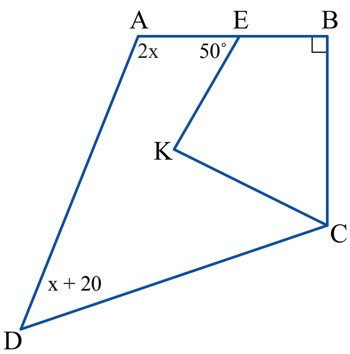
ד. $2x + x = 225$

ה. $x + x = 225$

ו. $x + x = 135$

12. הביטויים האלגבריים $x + 15$ $\quad 2x - 60$ $\quad 3(x - 45)$ $\quad \frac{1}{2}(255 - x)$
מייצגים את הגדלים של הזוויות של מרובע ($x > 45$, מידות הזוויות במעלות).
חִשבו את גודל הזוויות.
איזה מרובע התקבל?

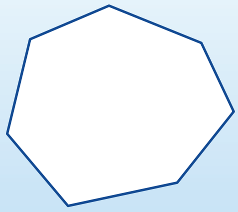
13. נתון: $\measuredangle B = \measuredangle K$
$\measuredangle KCB = \measuredangle KCD$
(גודל הזווית נתון במעלות, $x > 0$.)
חִשבו את גודל הזוויות של המרובעים ABCD ו- EBCK.



שיעור 4. סכום זוויות במצולע

בשרטוט מצולע בעל שבע צלעות.

האם אפשר למצוא ללא מדידה את סכום הזוויות הפנימיות?



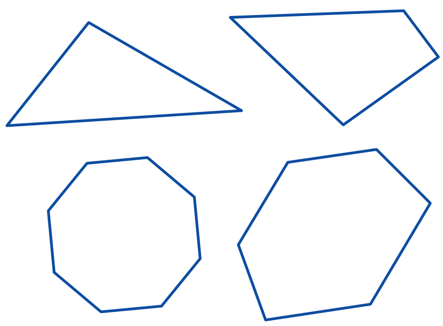
נכיר מצולעים, ונבדוק מהו סכום הזוויות הפנימיות במצולעים שונים.

מצולעים

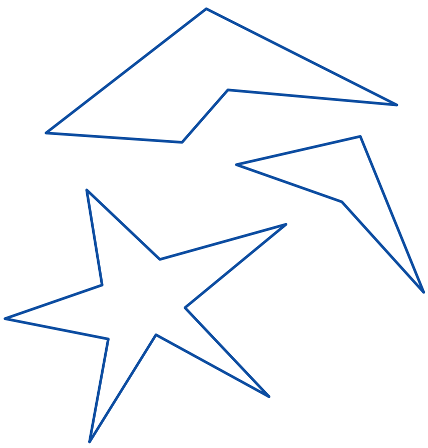
מצולע נקרא לפי מספר קודקודיו: משולש, מרובע, מחומש וכו׳

1. לפניכם שרטוטים של מצולעים.

מצולעים קמורים

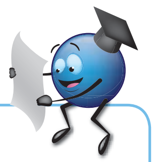


מצולעים קעורים



א. אַפיינו מצולעים קמורים ומצולעים קעורים.

ב. תְּנו שם מתאים לכל מצולע.



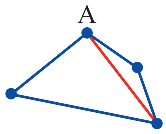
ב**מצולע קמור**, כל זווית פנימית קטנה מזווית שטוחה.

ב**מצולע קעור**, יש זווית פנימית גדולה מזווית שטוחה.

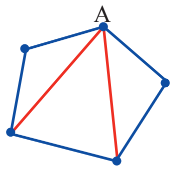
מסכום זוויות במשולש לסכום זוויות במצולע

2. לפניכם מצולעים שונים. בכל מצולע משורטטים כל האלכסונים היוצאים מקודקוד A.

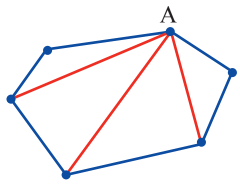
א. בשרטוט מרובע.
כמה משולשים נוצרו?
מהו סכום הזוויות במרובע?



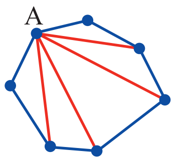
ב. בשרטוט מחומש.
כמה משולשים נוצרו?
מהו סכום הזוויות במחומש?

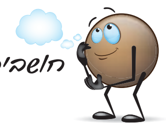


ג. בשרטוט משושה.
כמה משולשים נוצרו?
מהו סכום הזוויות במשושה?



ד. בשרטוט מצולע בעל 7 צלעות.
כמה משולשים נוצרו?
מהו סכום הזוויות במצולע בעל 7 צלעות?

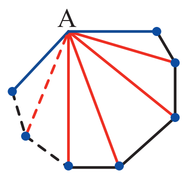




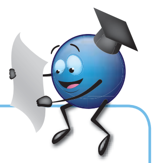
חושבים על...

3. א. בשרטוט מצולע בעל n צלעות.
רִשמו ביטוי אלגברי למספר המשולשים שנוצרים.
איזה מבין הביטויים האלגבריים הבאים יכול לתאר את סכום הזוויות במצולע בעל n צלעות?

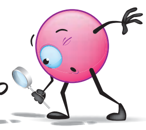
$180n$ $\quad\quad$ $180(n-1)$ $\quad\quad$ $180(n-2)$



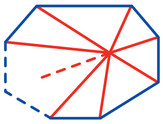
ב. **יצחק** אמר: סכום הזוויות במחומש גדול ב- 180° מסכום הזוויות במרובע,
וסכום הזוויות במשושה גדול ב- 180° מסכום הזוויות במחומש.
יוסי אמר: כשמספר צלעות המצולע גדֵל ב- 1 סכום הזוויות גדל ב- 180°
הַסבירו את המסקנות של יצחק ושל יוסי.



ראינו שאפשר לחלק מצולע בעל n צלעות ל- $(n-2)$ משולשים,
לכן סכום זוויות המצולע (במעלות) הוא $180(n-2)$



בעקבות...



4. א. **יהודית** סימנה נקודה בתוך המצולע, וחיברה אותה עם הקודקודים.
היא כתבה ביטוי אלגברי לסכום זוויות המצולע (במעלות): $180n - 360$
הַסבירו כיצד מצאה יהודית את הביטוי שלה.

ב. האם הביטוי של יהודית זהה לביטוי $180(n - 2)$ שהתקבל במשימה 3? הַסבירו.

5. קִבעו אם הטענות הבאות נכונות.
אם כן, הַסבירו. אם לא, שַׂרטטו דוגמה נגדית, ורִשמו גדלים של זוויות המראים כי הטענה אינה נכונה.

א. במשושה כל הזוויות קהות.

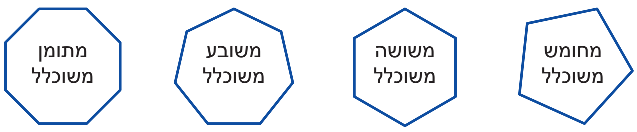
ב. אין מחומש בעל 3 זוויות ישרות.

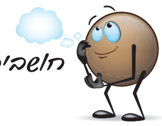
ג. אין מחומש בעל 4 זוויות ישרות.

מצולע משוכלל

מצולע שכל צלעותיו שוות באורכן זו לזו, וכל זוויותיו שוות בגודלן זו לזו, נקרא **מצולע משוכלל**.

דוגמאות:





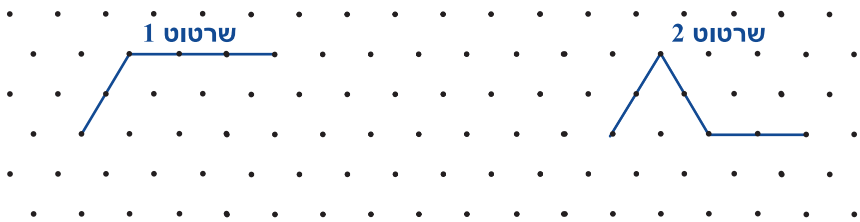
חושבים על...

6. א. מה שמו של מרובע משוכלל? מה גודל כל זווית במרובע משוכלל?

ב. מה סכום הזוויות במשושה? מה גודל כל זווית במשושה משוכלל?

ג. מה סכום הזוויות במתומן? מה גודל כל זווית במתומן משוכלל?

7. לפניכם שני שרטוטים. הַעתיקו אותם על ניר איזומטרי (נמצא באתר "מתמטיקה משולבת").



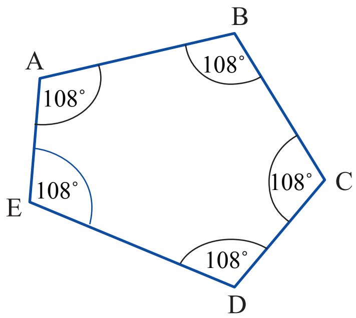
א. הַשלימו את שרטוט 1 למשושה שזוויותיו שוות והוא אינו משושה משוכלל (גודל כל זווית $120°$).

ב. הַשלימו את שרטוט 2 למשושה שכל צלעותיו שוות באורכן, והוא אינו משושה משוכלל.

8. א. לפניכם **מחומש** שזוויותיו שוות. האם הוא משוכלל? הַסבירו.

ב. האם אפשר לשרטט **מרובע** שצלעותיו שוות והוא אינו מרובע משוכלל? אם כן, שַרטטו, אם לא, הַסבירו.

ג. האם אפשר לשרטט **משולש** שצלעותיו שוות והוא אינו משולש משוכלל? אם כן, שַרטטו, אם לא, הַסבירו.



ראינו כי:

- אפשר לשרטט מצולעים בעלי זוויות שוות וצלעות לא שוות.
- אפשר לשרטט מצולעים בעלי צלעות שוות וזוויות לא שוות.
- במצולע משוכלל כל הצלעות שוות וכל הזוויות שוות.

במדינות שונות השתמשו ומשתמשים עד היום במטבעות בצורת מצולעים.*

א. רִשמו את שם המצולע המתאים לצורה של כל מטבע.

ב. אילו מהמצולעים הם מצולעים משוכללים?

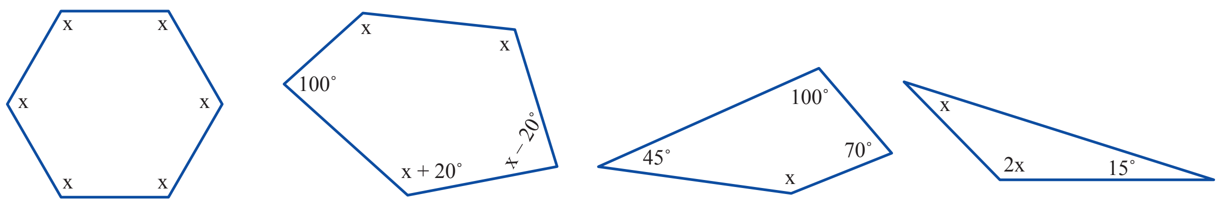
ג. לאיזה מטבע בישראל צורת מצולע? מהו סוג המצולע?

ד. מה היתרונות ומה החסרונות בשימוש במטבעות בצורת מצולעים?

* מקור מידע: ולדימיר ברנשטם, מכון ויצמן למדע.

אוסף משימות

1. בכל מצולע, חַשבו את גודל הזוויות החסרות (גודל הזוויות נתון במעלות).



א. $(x > 0)$ ב. $(x > 0)$ ג. $(x > 20)$ ד. $(x > 0)$

2. א. מה סכום הזוויות במצולע בעל 14 צלעות?

ב. מה סכום הזוויות במצולע בעל 20 צלעות?

ג. האם קיים מצולע שסכום זוויותיו $1,800°$? אם קיים מצולע כזה, מה מספר צלעותיו? אם לא, הַסבירו.

ד. האם קיים מצולע שסכום זוויותיו $1,000°$? אם קיים מצולע כזה, מה מספר צלעותיו? אם לא, הַסבירו.

ה. האם קיים מצולע שסכום זוויותיו $2,340°$? אם קיים מצולע כזה, מה מספר צלעותיו? אם לא, הַסבירו.

3. א. מה סכום הזוויות במצולע בעל 10 צלעות?
מה גודל כל זווית במצולע **משוכלל** בעל 10 צלעות?

ב. מה סכום הזוויות במצולע בעל 12 צלעות?
מה גודל כל זווית במצולע **משוכלל** בעל 12 צלעות?

ג. מה סכום הזוויות במצולע בעל 20 צלעות?
מה גודל כל זווית במצולע **משוכלל** בעל 20 צלעות?

4. א. מה גודל כל זווית במחומש משוכלל? (חַשבו תחילה את סכום הזוויות במחומש).

ב. שַרטטו, באמצעות סרגל ומד-זווית, מחומש משוכלל שאורך הצלע שלו 4 ס״מ.

ג. מה גודל כל זווית במשושה משוכלל?

ד. שַרטטו, באמצעות סרגל ומד-זווית, משושה משוכלל שאורך הצלע שלו 4 ס״מ.

5. מה מספר צלעותיו של מצולע **משוכלל** אם גודל כל זווית בו $135°$?

6. בכל סעיף, חַשבו את גודל הזוויות במשולש.

א. משולש שבו אחת הזוויות בת 52°, ושתי הזוויות האחרות שוות זו לזו.

ב. משולש שבו אחת הזוויות בת 42°, וגודל זווית הוא פי 2 מגודל הזווית השלישית.

7. במשולש אחת הזוויות בת 26°. במשולש שתי זוויות שוות.
מה גודל זוויות המשולש? מִצאו שתי אפשרויות.

8. בכל סעיף, חַשבו את גודל הזוויות במצולע.

א. מרובע ABCD שבו הזווית B גדולה ב- 10° מהזווית A, הזווית C גדולה ב- 10° מהזווית B, וכו׳ (כל זווית גדולה ב- 10° מהזווית ״הקודמת״).

ב. מחומש ABCDE שבו הזווית B גדולה ב- 10° מהזווית A, הזווית C גדולה ב- 10° מהזווית B, וכו׳ (כל זווית גדולה ב- ב- 10° מהזווית ״הקודמת״).

ג. משושה ABCDEK שבו הזווית B גדולה ב- 10° מהזווית A, הזווית C גדולה ב- 10° מהזווית B, וכו׳ (כל זווית גדולה ב- ב- 10° מהזווית ״הקודמת״).

9. בִּדקו אם הטענות הבאות נכונות.
אם כן, הַסבירו. אם לא, הַראו דוגמה נגדית.

א. במרובע יש לכל היותר שתי זוויות קהות.

ב. במחומש יש לכל היותר שלוש זוויות קהות.

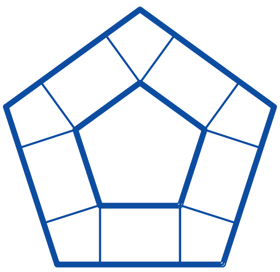
ג. במחומש יש לכל היותר שלוש זוויות ישרות.

ד. לפחות זווית אחת במרובע, שאינו מלבן, חייבת להיות חדה.

10. בתמונה מצולם בניין הפֶּנטָגון (פֶּנטָגון - מחומש באנגלית.)
בניין הפֶּנטָגון נמצא בפרברי עיר הבירה וושינגטון, בארה״ב.
המבנה נבנה בצורת **מחומש משוכלל,**
והוא משמש מטה משרד ההגנה האמריקאי.

א. מה גודל כל זווית של המחומש?

ב. זַהו בתוך התמונה דלתון, וחַשבו את זוויותיו.
הַסבירו את מהלך החישוב.

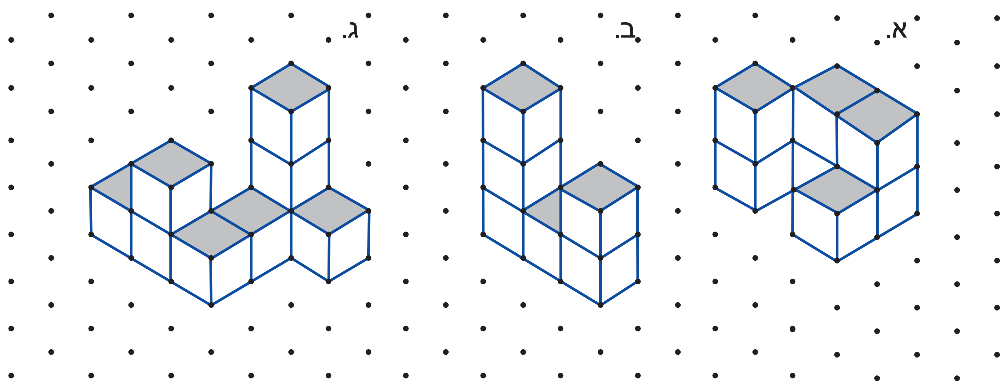


שומרים על כושר

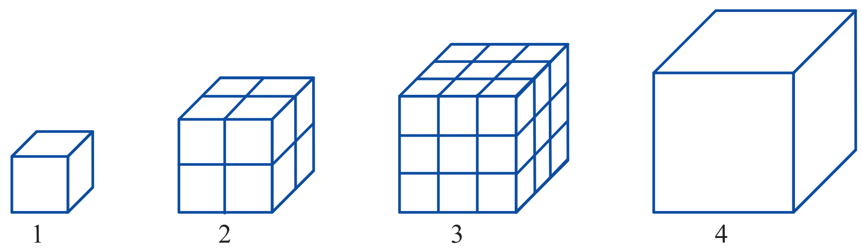
נפח תיבה

1. לפניכם מבנים מקוביות, נפח של קובייה אחת הוא 1 סמ"ק.
כל הקוביות הן באותו גודל, קיימות כל הקוביות הנראות וכל הקוביות התומכות בהן, ואין קוביות אחרות מסתתרות.

מִצאו את הנפח של כל מבנה.

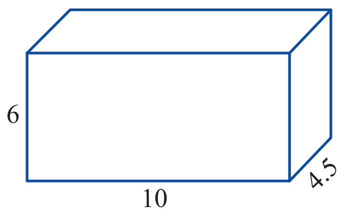


2. א. אורך מקצוע של כל קובייה קטנה 1 ס"מ. מִצאו את הנפח של כל קובייה.



ב. מה הנפח של קובייה שאורך המקצוע שלה 5 ס"מ? 6 ס"מ? 10 ס"מ?

3. חַשבו את נפח התיבה שבשרטוט (מידות האורך בס"מ).



4. בשרטוט תיבה שבסיסיה ריבועים.
נפח התיבה 200 סמ"ק.
אורך צלע הריבוע 5 ס"מ.
חַשבו את גובה התיבה.