

יחידה 4: מפשטים ביטויים ומסבכים

שיעור 1. פישוט וסיבוך

לפניכם שלושת המבנים הראשונים בסדרת נקודות.



בכיתה הציגו ביטויים למספר הנקודות במקום ה- n בסדרה (n מספר טבעי).

שירה: $n + 5 + n$ **אפרת:** $2 \cdot (n + 2) + 1$

נועה: $n + 4 + n + 1$ **רחל:** $5 + 2 \cdot n$

דונו בהצעות השונות, והסבירו איך "ספרה" כל אחת את הנקודות.

נפשט ונסבך ביטויים אלגבריים ונמצא קשרים בין ביטויים.

1. א. האם כל הביטויים שהציגו הבנות במשימת הפתיחה מתארים את הסדרה?

הראו בעזרת חוקים ובעזרת הסכמים של פעולות החשבון, שהביטויים זהים.

ב. **מירי** אמרה: $5 + 2 \cdot n = 7 \cdot n$ האם **מירי** צודקת? הסבירו.

ג. רשמו שלושה ביטויים זהים לביטוי $7 \cdot n$.



- בעזרת חוקים ובעזרת הסכמים של פעולות החשבון אפשר לכתוב ביטויים אלגבריים זהים. בדרך זו מקצרים לפעמים את הביטויים. "קיצור" של ביטויים אלגבריים נקרא גם **פישוט**.

דוגמה: הביטוי $3 \cdot x + 2 \cdot x$ הוא ביטוי זהה לביטוי $5 \cdot x$, כי $3 \cdot x + 2 \cdot x = (3 + 2) \cdot x = 5 \cdot x$

אפשר גם להסביר כך: $3 \cdot x = x + x + x$ $2 \cdot x = x + x$

לכן, $3 \cdot x + 2 \cdot x = x + x + x + x + x = 5 \cdot x$

דוגמאות נוספות: $3 \cdot 5 \cdot x = 15 \cdot x$, $3 \cdot x \cdot 2 = 6 \cdot x$

- יש ביטויים שאי-אפשר לפשט.

דוגמה: $2 + 3 \cdot x \neq 5 \cdot x$ כי פעולת הכפל קודמת לפעולת החיבור.

- אפשר לרשום ביטויים שווים בעזרת "סיבוך" (הפוך מפישוט). ה"סיבוך" מאפשר בדרך כלל כתיבת הביטוי בדרכים שונות.

דוגמה: יש אפשרויות רבות לרשום את הביטוי $5 \cdot x$ בעזרת "סיבוך".

למשל, $2 \cdot x + 3 \cdot x$ $x + 4 \cdot x$ $\frac{10 \cdot x}{2}$



3. פשוט.

- א. $17a + 310 + 24 + a$ ד. $2.5 + 11x + 3.25 + 5.4x + 0.6x$
- ב. $3(2a + 1) + 4a + 7$ ה. $2.5(x + 2) + 0.6x + 0.5x + 7$
- ג. $\frac{1}{2}a + 7 + \frac{3}{4}a + \frac{3}{4}a$ ו. $\frac{1}{5}x + 7 + \frac{1}{5}(5x + 10) + 3\frac{4}{5}x$



4. פשוט.

- א. $3 \cdot 5a - 2a + 6a$ ד. $11.2x + 2(3.5 + 0.5x) + 1.8x$
- ב. $3(4m + 2) + 10m + 7 \cdot \frac{1}{2}$ ה. $\frac{1}{4}(8x + 12) + 2.6x + 11 + \frac{1}{2}x$
- ג. $1.2m + 13\frac{1}{2} + 0.5 + 6.4m$ ו. $\frac{1}{5} + 2y + 3(y + \frac{2}{3}) + 4 \cdot \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}$



5. בכל סעיף קשמו שני ביטויים זהים לביטוי הנתון.

- א. $3x + 8x$ ב. $7x$ ג. $1 + 2x + 5$ ד. $1 + 2x$



6. בכל סעיף קשמו שני ביטויים זהים לביטוי הנתון.

- א. $11x$ ב. $3x - 2x + 3$ ג. $5 - 3 + 2x$ ד. $3x + 11$



7. בכל סעיף קשמו שני ביטויים זהים לביטוי הנתון.

- א. $5 + 3x + 2x$ ב. $3 + 3x$ ג. $\frac{1}{2}x \cdot 2$ ד. $\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}x$



8. בכל סעיף קשמו שני ביטויים זהים לביטוי הנתון.

- א. $\frac{1}{3}x$ ב. $\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$ ג. $2 + 3a + 1.5a$ ד. $x + 3$



שיעור 2. הכללה ופישוט ביטויים

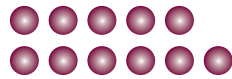
לפניכם שלושה מבנים ראשונים בסדרה:

שלוש תלמידות קָשְמו תרגילים לספירת העיגולים במקום החמישי בסדרה.

דינה רשמה: $5 + (5 + 1)$ **טלי** רשמה: $2 \cdot 5 + 1$ **אורה** רשמה: $2 \cdot (5 + 1) - 1$

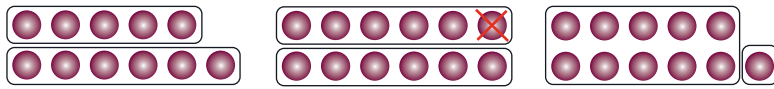
איך תכתוב כל אחת מהן ביטוי למספר העיגולים במקום ה-19?

נכליל ונרשום ביטויים. נבדוק אם הביטויים זהים.



1. במקום החמישי בסדרה נמצא:

כל אחת מהתלמידות סימנה את דרך הספירה שלה.



א. התאימו שרטוט לכל תלמידה.

ב. הביטויים הבאים מתארים את מספר הנקודות במקום n (n טבעי).

$$2n + 1 \quad n + (n + 1) \quad 2(n + 1) - 1$$

התאימו את הביטויים לשרטוטים.

ג. הראו, בעזרת החוקים וההסכמים, שכל הביטויים זהים.

ד. בחרו ביטוי, והראו בעזרתו שמספר העיגולים בכל מבנה בסדרה הוא אי-זוגי.

2. פֶּשְטו את הביטויים. **זלזלה:** $4x + 6\frac{1}{2} + 2x + 12\frac{1}{2} = 6x + 19$

א. $3a + 5 + 7 + 3a$	ג. $2a + \frac{1}{2}a + 1\frac{1}{2}a$	ה. $5 \cdot 7 \cdot x + 1$
ב. $m + 3m + m + 6$	ד. $2x + 4x + x + 3x$	ו. $5 \cdot 3m + 2m$

3. מִצְאו ארבע שלשות של ביטויים זהים.

$3a + 4$	$3a + 4a$	$4 \cdot 3a$	$4a + 4a + 4a$
$2 \cdot (2a + 1) + 1$	$a \cdot 3 + 4$	$4 \cdot 3a - 5a$	$3 \cdot (a + 1) + a$
$12a$	$3 + 4a$	$2 \cdot 2a + 3a$	$4 + 3a$

4. כְּתבו חמישה ביטויים זהים לביטוי $1 + 6(x + 3) + 2x$

5. פֶּשְטו את הביטויים.

א. $2x + 3x + 18 + 7$	ג. $5x - 2x + 3 + 7 + 6$	ה. $2\frac{1}{2} + 5x + 1 + 2x$
ב. $8 + 6x + 5x + 2$	ד. $3 - 2 + 15 + 3x + x$	ו. $12x - 2x + 7 + 6$



6. נתונים הביטויים $m + 3(m + 2) - 6$ $4(m + 1) - 1$ $4(m + 1) - 3$ $4(m + 2) - 6$

m מייצג מספר טבעי.

- א. פֶּשְטו את הביטויים.
- ב. איזה ביטוי מתאר מספר המתחלק ב-4?
- ג. איזה ביטוי מתאר מספר זוגי שאינו מתחלק ב-4?
- ד. לכל ביטוי, מצאו את השארית לאחר חלוקתו ל-4



מפשטים ביטויים למטרות שונות:

- לזיהוי ביטויים זהים

דוגמה: הביטויים הבאים זהים $5 + 7x - 2x$, $5(x + 1)$, $2x + 3x + 5$
אפשר לראות זאת בעזרת פישוט, כולם זהים ל- $5x + 5$

- לחקירת תכונות

דוגמה: הביטוי $3a + 1 + a$ (מספר טבעי) מתחלק ב-4 עם שארית 1
קל לראות זאת בביטוי שהתקבל לאחר פישוט: $4a + 1$



אוסף משימות

1. פֶּשְטו.

- | | | | | | | | | |
|--------------|------------------|-------------|----------------------|------------------|----------------------|-----------------|---------------------|-------------------|
| א. $5x - 4x$ | ב. $18 - 8 + 2x$ | ג. $6x - x$ | ד. $5x - 2x + 4 + 3$ | ה. $2x - 2x + 5$ | ו. $6x + 2x + 5 + 3$ | ז. $3x \cdot 2$ | ח. $4 + 2x \cdot 5$ | ט. $2(3 + x) + 6$ |
|--------------|------------------|-------------|----------------------|------------------|----------------------|-----------------|---------------------|-------------------|

2. פֶּשְטו.

- | | | | | | | | | |
|-----------------|-----------------|-------------------|-------------------|------------------|-----------------------|--------------------|--------------------|-------------------|
| א. $2 \cdot 3x$ | ב. $1 + 2x + 4$ | ג. $1 + 2(4 + x)$ | ד. $3x + 4x - 5x$ | ה. $12 - 5 + 3x$ | ו. $15 + 7x + 5 + 5x$ | ז. $3x + 2(5 + x)$ | ח. $3(x + 1) + 3x$ | ט. $9 + 2(4 - x)$ |
|-----------------|-----------------|-------------------|-------------------|------------------|-----------------------|--------------------|--------------------|-------------------|



פשוטו. **3.**

א. $\frac{1}{2} \cdot 4x$ ג. $3x + 5 + 2x + 4 + x$ ה. $\frac{1}{2}(x + 2) + \frac{1}{4}x$
 ב. $1 + 2x + \frac{1}{3}$ ד. $\frac{1}{2}x + 1 + \frac{1}{4}x$ ו. $\frac{1}{2}(x + 2) + \frac{1}{2}x$



פשוטו. **4.**

א. $3 - 2 + 3x + 5 + x$ ד. $0.6(5 + 2y) + 0.1y + 0.2$
 ב. $\frac{1}{2}(4x + 3) + \frac{1}{4}x$ ה. $7x + (y + 2x) + 9y$
 ג. $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}(6x + 12) + \frac{1}{6}$ ו. $3(0.4x + 0.2y) + 4(6y + 0.3x)$



5. אילו ביטויים זהים לביטוי: $2k + 3k + k$

א. $5k$ ב. $5 + k$ ג. $(2 + 3 + 1) \cdot k$ ד. $k + k + k + k + k + k + k$ ה. $3k + 3k$



6. בכל סעיף כתבו שלושה ביטויים זהים לביטוי הנתון.

ב. $3k + 1 + k$

א. $3k + k + k$



7. בכל סעיף כתבו שלושה ביטויים זהים לביטוי הנתון.

א. $5a + 10$ ב. $5a + 8$ ג. $a + 2a$ ד. $1 - a$



8. בכל סעיף כתבו שלושה ביטויים זהים לביטוי הנתון.

א. $\frac{2}{3}x$ ב. $2x + 3$ ג. x ד. 7



9. אילו ביטויים מתארים מספר זוגי (n מספר טבעי)?

א. $n + 1$ ב. $2n + 1$ ג. $n + 2$ ד. $2n$



10. אילו ביטויים מתארים מספר זוגי (n מספר טבעי)? הסבירו. אם יש צורך, פשוטו.

א. $5n - 4n + 1$ ב. $4 - 3 + n + n$ ג. $2(n + 1) - 1$ ד. $2(n + 1)$



11. בנו ביטוי אלגברי המתאר מספר המתחלק ב-3 (ללא שארית).



שיעור 3. יוצרים ביטויים זהים

יצירה של ביטויים והצבות

המורה ביקשה ליצור ביטויים אלגבריים בעזרת המספר 2, המשתנה x , ופעולות חיבור וכפל. הציעו ביטויים. בדקו אם הם זהים.

נזהה ביטויים זהים.

1. העתיקו והשלימו פעולות חשבון והוסיפו סוגריים כרצונכם, ליצירת ביטויים אלגבריים.

$x \bullet 2 \bullet 2$	$x \bullet 2 \bullet 2$	$x \bullet 2 \bullet 2$	$x \bullet 2 \bullet 2$
$x \bullet x \bullet 2$	$x \bullet x \bullet 2$	$x \bullet x \bullet 2$	$x \bullet x \bullet 2$

2. **נאור** רשמה את הביטויים הבאים:

$x + 2 \cdot 2$	$x \cdot 2 \cdot 2$	$x \cdot 2 + 2$	$x + 2 + 2$
$x + x \cdot 2$	$x \cdot x \cdot 2$	$x \cdot x + 2$	$x + x + 2$

א. האם יש ביטויים זהים בין הביטויים שרשמה **נאור**? אם כן, קרשמו אותם.

ב. מצאו בין הביטויים של **נאור**, ביטוי זהה לביטוי $x^2 + 2$

ג. לכל אחד מהביטויים של **נאור**, הוסיפו סוגריים כדי לקבל ביטוי שונה. אם אי-אפשר, הסבירו.

3. נתונים ארבעה ביטויים: $x + x \cdot 2$ $x + 2 \cdot 2$ $x + x + 2$ $x + 2 + 2$

א. הציבו 3 (במקום x) בכל ביטוי. כמה תוצאות שונות קיבלתם?

ב. הציבו 5 (במקום x) בכל ביטוי. כמה תוצאות שונות קיבלתם?

ג. הציבו 2 (במקום x) בכל ביטוי. הסבירו מדוע קיבלתם פחות תוצאות שונות.

4. בכל סעיף כתבו שלושה ביטויים זהים לביטוי הנתון.

א. $3(x + 2)$ ב. $3(9x + 4)$ ג. $\frac{1}{2} \cdot 10x + \frac{1}{5} \cdot 10x$ ד. $\frac{1}{7}(21 + 14x)$



5. נתונים הביטויים: $5a + 7$ $10 + 2(a + 3) + a$ $5(a + 4)$

א. הציבו בכל ביטוי (במקום a) את המספר 4

ב. הציבו בכל ביטוי (במקום a) את המספר $\frac{1}{2}$

ג. איזה מהביטויים כדאי היה לפשט לפני ההצבה? מדוע? פשטו אותו.



אוסף משימות



1. בכל סעיף, העתיקו והשלימו כך שתקבלו ביטוי זהה לביטוי $3x + 2$

- א. $3x + \blacksquare$ ב. $x + 2 + \blacksquare$ ג. $2 + 2x + \blacksquare$



2. א. העתיקו והשלימו כך שכל ביטוי יהיה זהה לביטוי $12x$

- $\blacksquare + 6x$ $\blacksquare \cdot 6x$ $\blacksquare - 6x$

ב. העתיקו והשלימו כך שכל ביטוי יהיה זהה לביטוי $30x$

- $\blacksquare - 5x$ $\blacksquare + 5x$ $\blacksquare \cdot 5x$



3. בכל סעיף, השתמשו ב- $3x$, 3 , x ובפעולות החשבון, וכתבו ביטוי זהה לביטוי הנתון.

- א. $6x$ ב. $4x + 3$ ג. $10x$ ד. $3x^2 + 3$



4. רשמו בכל סעיף, ביטוי זהה ל- $14x^2$ בשתי דרכים שונות.

- א. כסכום של שני ביטויים ג. כהפרש של שני ביטויים
ב. כסכום של שלושה ביטויים ד. כמכפלה של שני ביטויים



5. פשטו. מצאו ביטויים זהים.

- א. $3 \cdot 2 \cdot a$ ג. $10a + 5 + 5a$
ב. $3a + 2a + a$ ד. $5a + 5 + 5 \cdot 2a$



6. פשטו. מצאו ביטויים זהים.

- א. $2p \cdot 10$ ג. $8p + p \cdot 2$ ה. $p \cdot 5p$
ב. $2(p + 1) + 3$ ד. $5(p + p)$ ו. $3p - p + 5$



7. הציבו בביטוי $3a + 1$ את המספרים הבאים (במקום a) וחשבו.

- א. 2 ב. 10 ג. 100 ד. 1000



8. הציבו בכל ביטוי $a = 0$, $a = 4$, $a = 10$ וחשבו.

- א. $20 + a$ ב. $20 - a$ ג. $2(10 - a)$



9. נתון הביטוי: $10 + 5a + 2(5 + a)$

א. פֶּשְׁטוּ.

ב. הציבו (במקום a) את המספרים: 1, 10, $\frac{1}{7}$ וחשבו.

ג. מה תציבו (במקום a) כדי לקבל 20?



10. נתון הביטוי: $10 + 2(a - 5)$

א. הציבו (במקום a) כל אחד מהמספרים 15, 6, 55, $5\frac{1}{2}$ וחשבו.

ב. הציבו מספר (במקום a) כך שתקבלו 10.

ג. הציבו מספר (במקום a) כך שתקבלו 20.



11. בכל סעיף, מצאו מספר שנציב (במקום a) בשני הביטויים ונקבל אותה תוצאה.

- א. $2(a + 4) + 1$, $3a + 4 + 1 + 1$ ב. $5a$, $20a$

הסבירו איך מצאתם. פרטו שיקולים.



12. נתונים הביטויים: $3x + 7x$, $3 + 7x$, $3x + 7$, x

א. מציבים (במקום x) 0 בכל אחד מהביטויים. באיזה ביטוי מתקבלת התוצאה הגדולה ביותר?

ב. מציבים (במקום x) 10 בכל אחד מהביטויים. באיזה ביטוי מתקבלת התוצאה הגדולה ביותר?

שיעור 4. חוקיות בסדרות של מספרים

סדרה 3	סדרה 2	סדרה 1
5, 9, 13, 17, 21,...	7, 12, 17, 22, 27,...	5, 10, 15, 20, 25,...

לפניכם שלוש סדרות של מספרים:
 בכל סדרה שערך: מהו המספר הבא? מהו המספר במקום העשירי?
 האם תוכלו לדעת מהו המספר במקום ה-101 בכל סדרה?

נעסוק בסדרות של מספרים ונמצא חוקיות.

1. מתבוננים בסדרה הראשונה 5, 10, 15, 20, 25,...

א. **שירה** אמרה: קל למצוא את המספר הבא בסדרה. בכל פעם נוסיף 5.

תהילה אמרה: כל מספר בסדרה הוא כפולה של 5 במספר המתאר את המקום שלו בסדרה. דונו בהצעות שלהן.

באיזו דרך קל יותר למצוא את המספר במקום ה-6?

באיזו דרך קל יותר למצוא את המספר במקום ה-117?

ב. כתבו ביטוי אלגברי למספר במקום ה- n בסדרה.

הסבירו מדוע מותר להציב במקום n רק מספרים טבעיים.

ג. הציבו בביטוי שרשמתם בסעיף ב $n = 311$, מה קיבלתם?

נסחו בעזרת המילים: **המספר ... נמצא במקום ...**

2. מתבוננים בסדרה השנייה 7, 12, 17, 22, 27,...

א. בסדרה זו כל מספר גדול מקודמו ב-5. האם גם כאן מצאתם כפולות של 5? אם כן, הסבירו. אם לא, מה השארית בחלוקה ל-5?

ב. מהו המספר במקום ה-6 בסדרה? במקום ה-10? במקום ה-100? הסבירו איך מצאתם.

ג. רשמו ביטוי אלגברי למספר במקום ה- n בסדרה. הסבירו מדוע אתם חושבים שתשובתכם נכונה.

ד. האם רשמתם אחד מהביטויים הבאים: $5n$, $7 + 5n$, $2 + 5n$, $5n + 2$? האם כל הביטויים מתאימים? הסבירו.



לפעמים ביטוי אלגברי מייצג את המספר במקום ה- n בסדרה של מספרים.

מציאה: בסדרה 7, 12, 17, ... הביטוי $2 + 5n$ מייצג את המספר במקום ה- n ,

כלומר, את חוקיות הסדרה.

3. מתבוננים בסדרה השלישית 5, 9, 13, 17, 21, ...

- א. האם ההפרש בין המספרים בשני מקומות סמוכים בסדרה קבוע? אם כן, מהו? אם לא, הדגימו.
ב. לאיזו מהסדרות הבאות, אותו הפרש בין מספרים במקומות סמוכים? כתבו ביטוי לחוקיות בסדרה זו.

3, 6, 9, ... 4, 8, 12, ... 5, 10, 15, ...

ג. כתבו ביטוי למספר במקום ה- n בסדרה הנתונה בראש המשימה.

4. בכל סעיף כתבו סדרה מתאימה לביטוי: א. $7n$ ב. $1 + 2n$



כל הסדרות בשיעור זה הן סדרות **בדילוגים שווים**.
כלומר, **ההפרש** בין כל שני מספרים סמוכים בסדרה **קבוע**.
במתמטיקה, סדרות כאלו נקראות **סדרות חשבוניות**.
דוגמה: בסדרה 3, 5, 7, 9, ... ההפרש בין כל שני מספרים סמוכים הוא 2.



5. מצאו סדרת מספרים שאין בה דילוגים שווים (אין הפרש קבוע).



רוב סדרות המספרים שראיתם בשיעור זה הן סדרות "בדילוגים שווים", כלומר סדרות שבהן ההפרש בין שני מספרים סמוכים הוא קבוע. לא כל הסדרות הן בעלות חוקיות כזאת.

סדרה מעניינת בעלת חוקיות אחרת היא **סדרת פיבונאצ'י**: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

סדרה זו נחקרה מבחינה מתמטית לפני כ-800 שנה על-ידי המתמטיקאי האיטלקי לאונרדו פיבונאצ'י (Leonardo Fibonacci) ונקראת על שמו.

בסדרת פיבונאצ'י זו כל מספר (החל מהמספר השלישי) הוא סכום שני המספרים שלפניו.

מצאו מהם שלושת המספרים הבאים בסדרה. באיזו דרך חישבתם?

לסדרת פיבונאצ'י תכונות מתמטיות רבות. גם התפתחותם של בעלי חיים ושל צמחים מסוימים בטבע, מתנהלת לפי חוקיות פיבונאצ'י. למשל, המבנה של קונכיית, של חלזונות ושל אצטרובלים, וכן סידור עלים וענפים על גבעול.



אוסף משימות



1. לפניכם הסדרה: 3, 6, 9, 12,...

א. קשמו שלושה מספרים נוספים בסדרה.

ב. מהו המספר במקום ה-10 בסדרה?

ג. בחרו ביטוי אלגברי מתאים למספר במקום n בסדרה: $n + 3$ $3 \cdot n$ $3 + n$

ד. באיזה מקום בסדרה נמצא המספר 60?



2. לפניכם הסדרה: 8, 13, 18, 23,...

א. מהו המספר במקום ה-5 בסדרה? במקום ה-10? במקום ה-100?

ב. בחרו ביטוי אלגברי מתאים למספר במקום n בסדרה: $8n$ $5n$ $5n + 3$ $8n - 3$

ג. באיזה מקום בסדרה נמצא המספר 63?

ד. בחרו בביטוי מסעיף ב שאינו מתאים לסדרה. בנו סדרת מספרים מתאימה לביטוי שבחרתם.



3. לפניכם סדרות: 3, 6, 9, ... 4, 7, 10 ... 5, 8, 11, ...

א. קשמו שני מספרים נוספים בכל סדרה.

ב. בחרו ביטוי אלגברי מתאים למספר במקום n בכל סדרה:

$$3n + 1 \quad 3n \quad 3n + 2$$

ג. באיזו סדרה כל המספרים מתחלקים ב-3?

ד. באיזו סדרה לכל המספרים שארית 1 בחלוקה ל-3?

ה. באיזו סדרה לכל המספרים שארית 2 בחלוקה ל-3?

ו. באיזו סדרה ובאיזה מקום נמצא המספר 62? המספר 63? המספר 64?



4. לפניכם סדרות: 13, 20, 27, ... 7, 14, 21 ... 10, 17, 24, ...

א. קשמו שלושה מספרים נוספים בכל סדרה.

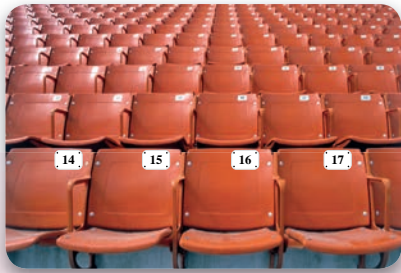
ב. קשמו ביטוי אלגברי לחוקיות של כל סדרה.

ג. בכל סדרה מצאו את השארית של חלוקת מספרי הסדרה ב-7.

ד. קשמו את שלושת המספרים הראשונים בסדרה שבה השארית של המספרים בחלוקה ב-7 היא 5.

קשמו ביטוי אלגברי מתאים לחוקיות הסדרה שיצרתם.

ה. באיזו סדרה ובאיזה מקום נמצא המספר 73? מצאו את המספרים הנמצאים במקום זה בסדרות האחרות.



שיעור 5. מספרים עוקבים

ביטויים זהים והצדקות

לפניכם שלשות של מספרים טבעיים עוקבים:

$$49, 50, 51 \qquad 7, 8, 9 \qquad 1, 2, 3$$

חשבו את הסכום של כל שלשה.

האם אפשר לנחש מה הם שלוש המספרים על פי הסכום שלהם?

נמצא קשרים בשלושת של מספרים עוקבים, ונרשום ביטויים אלגבריים לקשרים אלה.

1. א. העתיקו והשלימו ומצאו תכונה משותפת לסכום של שלושה מספרים עוקבים. $100 + 101 + 102 =$

$$512 + 513 + 514 =$$

$$1000 + 1001 + 1002 =$$

$$9,999 + 10,000 + 10,001 =$$

ב. השלימו מספרים עוקבים. אם אפשר, בטאו את סכומם ככפולה של 3. $405 + \blacksquare + 407 =$

$$\blacksquare + \blacksquare + 541 = 3 \cdot 540$$

$$\blacksquare + \blacksquare + \blacksquare = 3 \cdot 2000$$

$$\blacksquare + \blacksquare + \blacksquare = 3 \cdot 201$$

2. א. **רחל, ציפי ושולמית** קשמו את הביטויים הבאים לסכום של שלושה מספרים עוקבים.

רחל רשמה: $a + b + c$ (מספרים טבעיים a, b, c)

ציפי רשמה: $(a + 1) + a + (a - 1)$ (a מספרי טבעי גדול מ-1)

שולמית רשמה: $a + (a + 1) + (a + 2)$ (a מספרי טבעי)

הסבירו בעזרת אחד הביטויים את התכונה: סכום כל שלושה מספרים עוקבים מתחלק ב-3.

ב. מדוע הביטוי שרשמה רחל אינו עוזר להסביר את קיום התכונה?

ג. מה מייצג המשתנה a בביטוי של ציפי? ומה הוא מייצג בביטוי של שולמית?



3. **ציפי ושולמית** קשמו ביטויים שונים לתיאור סכום של שלושה מספרים עוקבים (a מספר טבעי).

שולמית קשמה: $a + a + 1 + a + 2$ **ציפי** קשמה: $a + 1 + a + a - 1$

דבורי אמרה: שני הביטויים מתארים סכום שלושה מספרים עוקבים, לכן הם זהים.

א. האם הביטויים זהים? הסבירו.

ב. מה תשיבו לדפנה?



ביטויים אלגבריים המייצגים **אותו "סיפור"** זהים זה לזה, אם בכל הביטויים המשתנה (האות) מתאר **אותו גודל**.

זלזל I: הביטויים של ציפי ושל שולמית **אינם** שווים, כי בביטוי של ציפי a מייצג את המספר האמצעי בשלשה, ובביטוי של שולמית a מייצג את המספר הראשון בשלשה.

זלזל II: הביטוי $(a + 1) + a + (a - 1)$ והביטוי $3a$ הם ביטויים זהים.

שני הביטויים מתארים סכום שלושה מספרים עוקבים, שבו a הוא המספר האמצעי.



אוסף משימות



- 1.** א. a מייצג את המספר הראשון מבין 3 מספרים עוקבים. מה מייצגים הביטויים $a + 1$, $a + 2$?
 ב. רשמו ביטוי אלגברי לסכום שלושת המספרים.
 ג. מצאו את המספר האמצעי ואת סכום שלושת המספרים עבור:
 $a = 10$ $a = 2001$ $a = 23$
 ד. פי כמה גדול סכום המספרים מהמספר האמצעי?



- 2. אלי** אמר: בכל שלשה של מספרים עוקבים, מכפלת המספר האמצעי ב-2 שווה לסכום העוקב והקודם.

זלזל: בשלשה 9, 10, 11 מקבלים $9 + 11 = 2 \cdot 10$

- א. בדקו אם התכונה מתקיימת בשלושת נוספות.
 ב. a מייצג את המספר האמצעי, $a - 1$ מייצג את המספר הקודם. רשמו ביטוי למספר העוקב.
 ג. כתבו ביטוי אלגברי לסכום הקודם והעוקב. פשוט.
 כתבו ביטוי אלגברי לפעמיים המספר האמצעי.



- 3. שלומי** מצא תכונה של שלושה מספרים עוקבים:

"המספר האמצעי מבין שלושה מספרים עוקבים הוא הממוצע של שני המספרים הסמוכים לו".

זלזל: המספר האמצעי הוא 5, $5 = \frac{4+6}{2}$

- א. בדקו אם התכונה מתקיימת גם בשלושת נוספות של מספרים עוקבים.
 ב. האם הקשר הזה נכון עבור כל שלושה מספרים עוקבים? הצדיקו בעזרת ביטויים אלגבריים.
 ג. מצאו, בלי לחשב, מהו הממוצע של 1793 ו-1795.



4. נתונה סדרה בדילוגים של 5 ... 23, 18, 13, 8, 3

- א. מצאו קשרים בין שלושה מספרים במקומות עוקבים בסדרה (שלושה מספרים הרשומים ברציפות בסדרה).
- ב. רשמו ביטויים המייצגים שלושה מספרים במקומות עוקבים בסדרת הדילוגים של 5. ציינו מה מייצג a , והצדיקו את הקשרים שמצאתם בסעיף א.
- ג. כתבו ביטוי לסכום "השכנים" של מספר בסדרה, והביאו אותו לצורה פשוטה ככל האפשר. השוו בין הביטוי של המספר האמצעי ובין הביטוי של סכום "השכנים". מה הקשר שמצאתם? האם הוא נכון תמיד? מדוע?



5. לפניכם סדרה בדילוגים של 3 ... 17, 14, 11, 8, 5
בכל סעיף, מצאו את ההיגד הנכון. הסבירו את תשובתכם במילים ובביטויים אלגבריים.

נימוק: הסכום של שני מספרים במקומות עוקבים בסדרה מייצג מספר אי-זוגי.
 נימוק: סכום שני מספרים במקומות עוקבים בסדרה זו: $2a + 3 = a + (a + 3)$
 הביטוי האלגברי $2a + 3$ מבטא מספר אי-זוגי, כי $2a$ הוא תמיד מספר זוגי
 וכאשר מחברים לו 3 מקבלים תמיד מספר אי-זוגי.

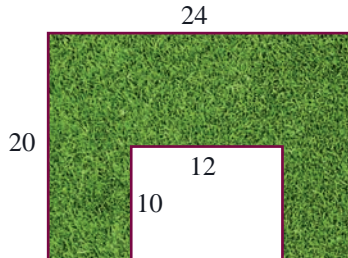
- א. הסכום של שלושה מספרים במקומות עוקבים בסדרה הוא:
- תמיד כפולה של 3.
 - אינו כפולה של 3.
 - לפעמים כפולה של 3 ולפעמים אינו כפולה של 3.
- ב. הסכום של חמישה מספרים במקומות עוקבים בסדרה הוא:
- תמיד כפולה של 5.
 - אינו כפולה של 5.
 - לפעמים כפולה של 5 ולפעמים אינו כפולה של 5.
- ג. הסכום של ארבעה מספרים במקומות עוקבים בסדרה הוא:
- תמיד כפולה של 4.
 - אינו כפולה של 4.
 - לפעמים כפולה של 4 ולפעמים אינו כפולה של 4.
- ד. סכום של מספר אי-זוגי של מספרים במקומות עוקבים בסדרה הוא:
- תמיד מכפלת המספר האמצעי ב-3.
 - תמיד מכפלת המספר האמצעי ב-5.
 - תמיד מכפלת המספר האמצעי במספר המחברים בסכום.



שומרים על כושר

שטחים

1. לפניכם תרשים של מגרש שבו בית וסביבו מדשאה (המידות במטרים, כל הזוויות ישרות).



א. מה שטח הבית?

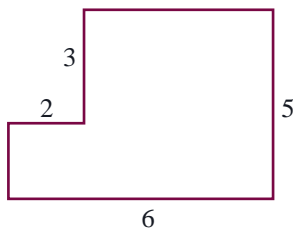
ב. **רוני** אמר: בתרשים, אורכי הצלעות של הבית הם מחצית מאורכי הצלעות של המגרש, לכן שטח המגרש גדול פי 2 משטח הבית.

האם רוני צודק? הסבירו.

ג. פי כמה גדול שטח המגרש משטח הבית?

ד. פי כמה גדול שטח המדשאה משטח הבית?

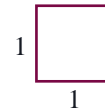
2. נתונה צורה (המידות בס"מ, כל הזוויות ישרות).



א. חשבו את שטח הצורה.

ב. מצאו דרך נוספת לחישוב שטח הצורה.

3. בשרטוט שלושה מלבנים (המידות בס"מ).



א. חשבו את שטחי המלבנים.

ב. מצאו תכונה משותפת לשלושת המלבנים. קשמו מידות של שני מלבנים נוספים המקיימים תכונה זו.

ג. אם אורך צלע אחת במלבן כזה קטן מ-1 ס"מ, מה יהיה אורך הצלע השנייה?

ד. **יואל** אמר: מבין כל המלבנים האלה, הריבוע הוא בעל ההיקף הקטן ביותר. נסו להסביר מדוע אמר זאת יואל.

4. העתיקו והשלימו.

א. $1 \cdot \blacksquare = 1$ ב. $\frac{1}{2} \cdot \blacksquare = 1$ ג. $\frac{2}{5} \cdot \blacksquare = 1$ ד. $3 \cdot \blacksquare = 1$