

# יחידה 4: מציאת חוקיות, הצבה ופישוט

## שיעור 1. מסדרים שולחנות

מציאת חוקיות ובניית ביטוי אלגברי מתאים.

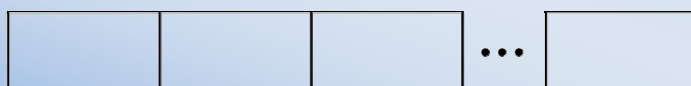
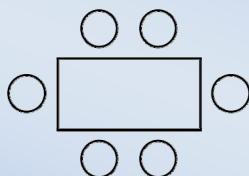


באולם אירועים שולחנות מלבניים מהסוג שבשרטוט:

סביב שולחן אחד יכולים לשבת 6 סועדים.

סביב שני שולחות נפרדים יכולים לשבת 12 סועדים.

לפעמים מצרפים שולחנות ל"שולחן ארוך" כך:



נמצא קשרים בין מספר השולחנות לבין מספר הסועדים ונייצג בעזרת ביטוי אלגברי.

1. א. כמה סועדים יכולים לשבת ליד 11 שולחנות נפרדים?  
כמה סועדים יכולים לשבת ליד 9 שולחנות נפרדים?  
כמה סועדים יכולים לשבת ליד 102 שולחנות נפרדים?  
כתבו ביטוי אלגברי מתאים למספר הסועדים שיכולים לשבת סביב  $n$  שולחנות נפרדים? הסבירו.

ב. לאולם הגיעו קבוצות שונות.

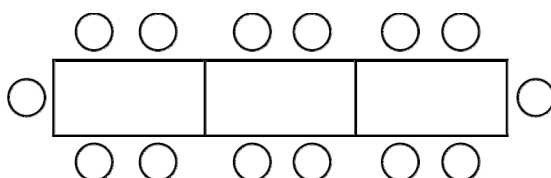
לסועדים הוכנו שולחנות נפרדים, והם התבקשו לא להשאיר מקומות פנויים.

אילו מהקבוצות הבאות תוכלנה לשבת מבלי להשאיר מקומות פנויים?

קבוצה בת 69 איש. קבוצה בת 30 איש.

קבוצה בת 78 איש. קבוצה בת 55 איש.

ג. קבוצה הזמינה "שולחן ארוך" לשיבה. בעל האולם צרף לשם כך שלושה שולחנות.



כמה מקומות ישיבה יש סביב ה"שולחן הארוך"?

ד. השלימו את מספר מקומות הישיבה סביב "שולחן ארוך" הבנוי משולחנות מצורפים: תוכלו להיעזר בציור/בספירה.

מספר מקומות הישיבה	מספר השולחנות המצורפים
	2
	5
	17
	20

ה. תארו במילים את דרך הספירה של מספר מקומות הישיבה סביב "שולחן ארוך" הבנוי מ- 20 שולחנות מצורפים.

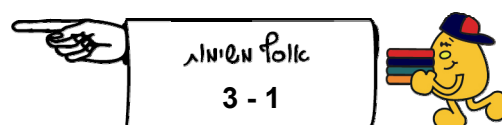
כתבו תרגיל המתאר את דרך הספירה.

- ו. האם אפשר להושיב סביב "שולחן ארוך", בדיוק 25 אנשים, בלי להשאיר מקומות פנויים? אם כן, כמה שולחנות צריך לצרף? אם לא, הסבירו מדוע.
- ז. האם אפשר להושיב סביב "שולחן ארוך", בדיוק 40 אנשים, בלי להשאיר מקומות פנויים? אם כן, כמה שולחנות צריך לצרף? אם לא, הסבירו מדוע.
- ח. האם ניתן להושיב סביב "שולחן ארוך" בדיוק 82 אנשים, בלי להשאיר מקומות פנויים? אם כן, כמה שולחנות צריך לצרף? אם לא, הסבירו מדוע.



2. קבעו עבור כל טענה: נכון / לא נכון, ונמקו.

- א. מספר המקומות סביב "שולחן ארוך" תמיד זוגי.
- ב. מספר המקומות סביב "שולחן ארוך", בו מספר אי-זוגי של שולחנות, הוא אי-זוגי.
- ג. מספר המקומות סביב "שולחן ארוך" הוא מספר המתחלק ב- 4.
- ד. מספר המקומות סביב "שולחן ארוך" הוא מספר שאם נחלק אותו ב- 4 נקבל תוצאה עם שארית 2.

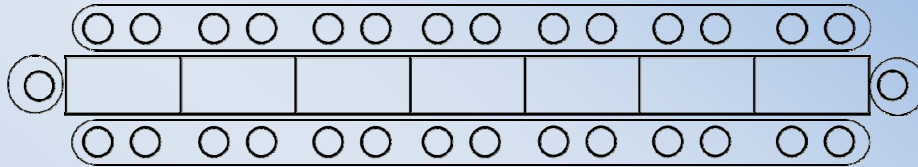




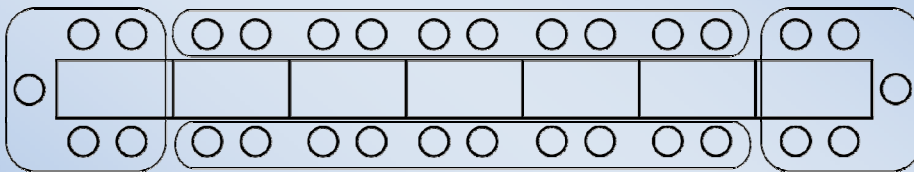
## שיעור 2. סופרים מקומות סביב שולחנות

תיאור חוקיות בעזרת דרכי ספירה שונות ובניית ביטוי אלגברי מתאים.

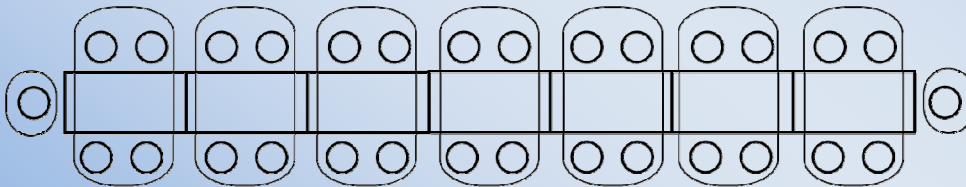
לפניכם דרכי ספירה למספר הכיסאות סביב "שולחן ארוך", המורכב מ-7 שולחנות.



טל ספר כך:



אמיר ספר כך:



נטע ספרה כך:

נרשום תרגיל מתאים לכל דרך ספירה.

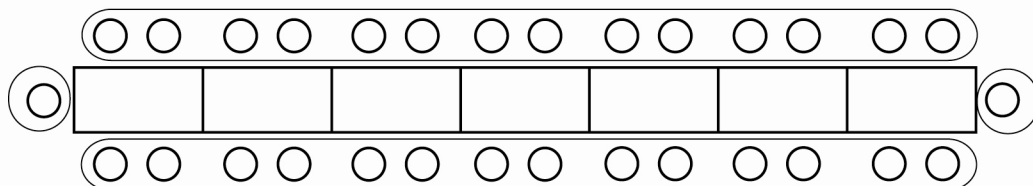
בבנה ביטויים אלגבריים לדרכי ספירה שונות של מספר המקומות סביב "שולחן ארוך", הבנוי מ- $n$  שולחנות מצורפים, ונברר אם הביטויים הם שווים-ערך.

1. א. התאימו, מתוך רשימת התרגילים שלפניכם, תרגיל המתאר את דרך הספירה של כל אחד מהילדים: טל,

אמיר ונטע.  $7 \cdot 4 + 2$        $2 \cdot 7 \cdot 2 + 2$        $2 \cdot 5 \cdot 2 + 2 \cdot 5$

ב. התרגיל  $2 \cdot (2 \cdot 7 + 1)$  מתאים לדרך ספירה נוספת של מקומות ישיבה סביב "שולחן ארוך"

הבנוי מ-7 שולחנות מצורפים. הדגימו את דרך הספירה.



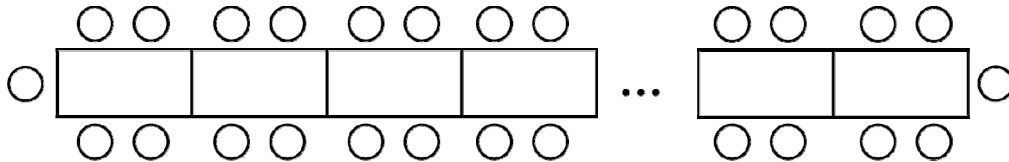
ג. הציעו דרכים נוספות לספירת המקומות.



במשימה סופרים מקומות סביב שולחנות ראינו שאפשר לחשב את מספר הכיסאות סביב 7 שולחנות בדרכים שונות. אופן החישוב מושפע מהדרך בה אנו מארגנים את הספירה. לכל דרך ספירה אפשר לרשום תרגיל מתאים.



2. לפניכם "שולחן ארוך" הבנוי מ-  $n$  שולחנות מצורפים:



- א. הציעו דרכים שונות לספירת מספר מקומות הישיבה סביב שולחן זה.  
 ב. בחרו מתוך הרשימה שלפניכם את הביטויים המתארים את מספר הכיסאות סביב שולחן זה.
- |          |                    |               |                               |
|----------|--------------------|---------------|-------------------------------|
| $4n + 2$ | $2 \cdot 2n + 1$   | $2n + 2n + 2$ | $6n - 3(n - 1)$               |
|          | $2 \cdot (2n + 1)$ | $2n \cdot 4$  | $2 \cdot 5 + 4 \cdot (n - 2)$ |
- ג. האם כל הביטויים שבחרתם הם שווים- ערך?  
 בחרו שני ביטויים שווים- ערך והצדיקו בעזרת חוקים והסכמים.

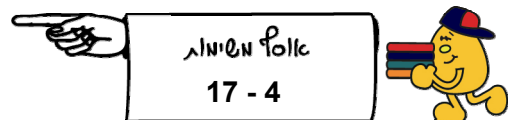


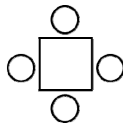
אפשר להראות שביטויים הם שווים- ערך בדרכים הבאות:

- אם הם מתארים "אותו סיפור"
- אם לכל הצבת דוגמה מספרית מתקבלת אותה תוצאה
- אם אפשר לעבור מביטוי אחד לביטוי אחר על- ידי שימוש בחוקים והסכמים.



3. א. נניח כי עליכם לתכנן חגיגת בת/בר מצווה כיתתית, בחדר הכיתה. באיזו דרך תסדרו את השולחנות? רשמו יתרונות וחסרונות של כל סידור.  
 ב. מידות חדר הכיתה הן 10.5 מ' x 10.5 מ'. מושון אמר: אפשר לחשב את שטח הכיתה לפי חוק הפילוג,  $10 \cdot 10 + 0.5 \cdot 0.5 = 100.25$  מה דעתכם?





1. בחדר אוכל במפעל שולחנות ל-4 סועדים, מסודרים כך:

אי אפשר לחבר את השולחנות ל"שולחן ארוך".

א. כמה סועדים יכולים לשבת ליד שבעה שולחנות נפרדים?

ב. כמה סועדים יכולים לשבת ליד 20 שולחנות נפרדים?

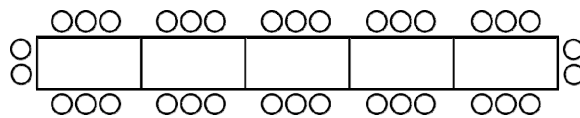
ג. כמה שולחנות דרושים ל-40 אנשים? האם יישארו מקומות פנויים?

ד. כמה שולחנות דרושים ל-43 אנשים? האם יישארו מקומות פנויים?

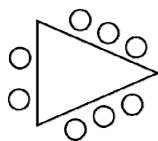


2. הציעו דרכי ספירה שונות לספירת מקומות הישיבה סביב ה"שולחן הארוך" שבשרטוט.

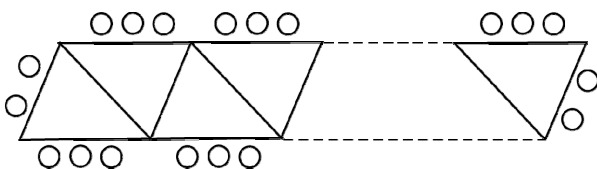
רשמו תרגיל מתאים לכל דרך ספירה.



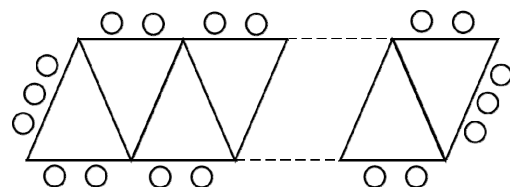
3. בעיר יומטוב שני אולמות ובהם שולחנות זהים:



באולם ב' מסדרים שולחנות כך:



באולם א' מסדרים שולחנות כך:

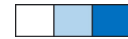


א. למסיבה משפחתית הזמינו באולם א' 6 שולחנות. כמה מקומות ישיבה הוכנו?

ב. למסיבה משפחתית הזמינו באולם ב' 4 שולחנות. כמה מקומות ישיבה הוכנו?

ג. ועד העובדים של בנק "המפקיד" הזמין את אולם א' למסיבה של 50 משתתפים. כמה שולחנות יצטרכו? הסבירו.

ד. ועד העובדים של בנק "חסכו ואימצו" הזמין את אולם ב' למסיבה של 75 משתתפים. כמה שולחנות יצטרכו? הסבירו.



4. בדקו, בכל דרך שתבחרו, אילו מבין זוגות הביטויים הבאים הם שווים- ערך. הסבירו.

- |    |                   |    |                   |    |           |
|----|-------------------|----|-------------------|----|-----------|
| א. | $5 + x + 6$       | ד. | $7 + 3x$          | ז. | $7x + 3x$ |
| ב. | $4 \cdot (x + 5)$ | ה. | $4m + 5 - 2m + 3$ | ח. | $2m + 8$  |
| ג. | $5x + 3 + 1 + 3x$ | ו. | $4 + 4b - 1 + 2b$ | ט. | $8b$      |
|    |                   |    |                   | י. | $8x + 4$  |



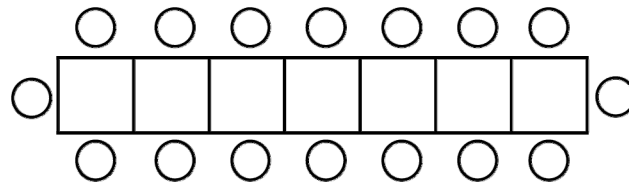
5. כתבו ביטויים שווים- ערך לכל אחד מהביטויים הבאים.

- א.  $10 \cdot x$       ב.  $7 \cdot x + 3$       ג.  $7 \cdot (x + 3)$



6. בעל אולם הציע לחברה לצרף שולחנות ל"שולחן ארוך".

א. כמה מקומות יהיו סביב ה"שולחן הארוך" אם נצרף שבעה שולחנות.



ב. אילו מהביטויים הבאים מתאר את מספר המקומות סביב "שולחן הארוך" אם מצרפים  $n$  שולחנות?

- א.  $2n + 2$       ב.  $2n + 1$       ג.  $2 \cdot (n + 1)$

ג. הציבו 7 בכל אחד מהביטויים, וחשבו אם הביטויים שווים- ערך?



7. רשמו ביטויים שווים- ערך פשוטים יותר לכל אחד מהביטויים הבאים.

**דוגמה:**

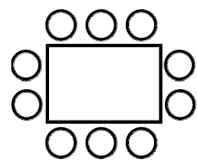
הביטוי:  $4x + 6\frac{1}{2} + 2x + 12\frac{1}{2}$

ביטוי שווה ערך פשוט יותר:  $6x + 19$

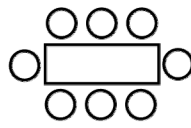
א.  $3a + 5 + 7 + 3a$       ג.  $2a + \frac{1}{2}a + 1\frac{1}{2}a$

ב.  $m + 3m + m + 6$       ד.  $2x + 4x + x + 3x$

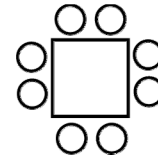
8. במחסן ריהוט לאירועים יש מבחר שולחנות.



דגם ג'



דגם ב'



דגם א'

א. בעלי אולמות בררו אפשרויות לצרך שולחנות בודדים מאותו דגם, כדי ליצור שולחנות ארוכים. עזרו להם להתאים בין הטבלאות לדגמים השונים, והשלימו בטבלאות מספרי שולחנות מצורפים וכיסאות.

מספר שולחנות מצורפים	מספר הכיסאות
2	14
3	
	32
10	
	68
n	$\_ \cdot n + 2$

מספר שולחנות מצורפים	מספר הכיסאות
2	12
3	
4	
	24
10	
n	$\_ \cdot n + 4$

מספר שולחנות מצורפים	מספר הכיסאות
2	
3	22
	34
8	
	64
n	$\_ \cdot n + 4$

ב. אם מצרפים שבעה שולחנות ל"שולחן ארוך", פעם מדגם ב' ופעם מדגם ג', מקבלים בצרוף מדגם ג' יותר מקומות ישיבה, בכמה?

האם תמיד יהיו יותר מקומות בצרוף מדגם ג'? בכמה? הסבירו.

ג. אם מצרפים שבעה שולחנות ל"שולחן ארוך", פעם מדגם א' ופעם מדגם ג', מקבלים בצרוף מדגם ג' יותר מקומות ישיבה, בכמה?

כמה מקומות יותר, יהיו בצרוף מדגם ג' מאשר מדגם א', אם מצרפים 10 שולחנות מכל סוג? וכמה אם מצרפים n שולחנות?

9. בתערוכת פרחים סדרו בכל הביתנים מחסומים לפני הפרחים או סביבם.



א. בביתן אחד הקימו מחסום לאורך ערוגות הפרחים, כך:

מהו מספר השרשרות שיחברו 20 יתדות?

רשמו ביטוי אלגברי מתאים למספר השרשרות שיחברו x יתדות.

ב. בביתן אחר הוצבו הפרחים במרכז והוקפו מסביב במחסום מעגלי.

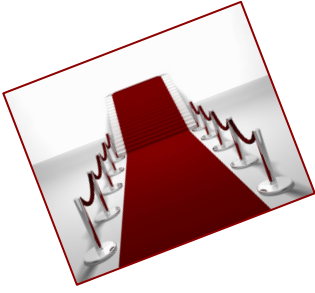
רשמו ציור המתאים, וקבעו כמה שרשרות יחברו בביתן זה 20 יתדות.

רשמו ביטוי אלגברי מתאים למספר השרשרות שיחברו y יתדות.

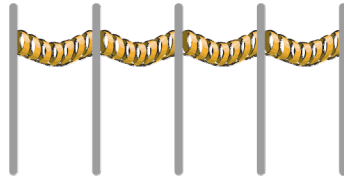
ג. בביתן נוסף, השתמשו במחסום, ב- 7 יתדות וב- 6 שרשרות.

תארו או ציירו איך נבנה המחסום ובאיזו צורה מסודרים הפרחים.





10. בתערוכת פרחים הקימו באחד הביתנים מחסום לאורך המסלול, כדי להגן על הפרחים. המחסום עשוי מיתדות ושרשרת.

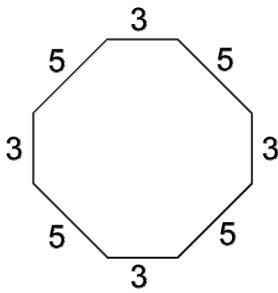


השלימו את הטבלה.

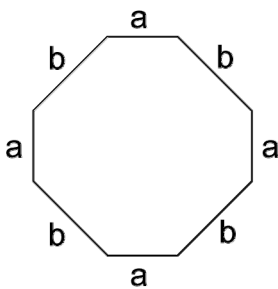
מספר שרשרות	1	2	5	7		x
מספר יתדות	2				11	

כמה יתדות לאורך המסלול אם השתמשו ב- 31 שרשרות?  
כמה שרשרות לאורך המסלול אם השתמשו ב- 21 יתדות?

11. א. מצאו את היקף המתומן שלפניכם (מצולע בעל 8 צלעות), בשתי דרכים שונות.



ב. רשמו חמישה ביטויים שווי-ערך המתארים את היקף המתומן שלפניכם:



12. מצאו שלשות של ביטויים שווי-ערך.

$3a + 4$	$3a + 4a$	$4 \cdot 3a$	$4a + 4a + 4a$
$2 \cdot (2a + 1) + 1$	$a \cdot 3 + 4$	$4 \cdot 3a - 5a$	$3 \cdot (a + 1) + a$
$3 \cdot 4a$	$3 + 4a$	$2 \cdot 2a + 3a$	$4 + 3a$

13. רשמו לכל ביטוי שלושה ביטויים שווי-ערך.

א.  $7x$       ב.  $2x + 1$

14. השלימו את הביטויים החסרים כך שיתקבל ביטוי שווה ערך לביטוי  $5x$

א.  $3x + 1 + \underline{\hspace{2cm}}$       ב.  $3x + 1 + \underline{\hspace{2cm}}$

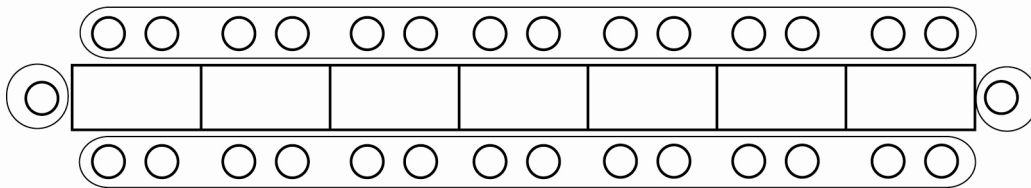
15. השלימו את הביטויים החסרים כך שיתקבל ביטוי שווה ערך לביטוי  $4x + 1$

א.  $3x + 1 \underline{\hspace{2cm}}$       ג.  $2 \cdot 3x \underline{\hspace{2cm}}$   
 ב.  $7x + 2 \underline{\hspace{2cm}}$       ד.  $3(4x + 1) \underline{\hspace{2cm}}$

16. מצאו לכל ביטוי בטור מימין ביטוי שווה ערך משמאל.

$4m + 3m + 5m$	א. $12m$
$4m + 3m - 6m$	ב. $5m$
$(6m - 5m) : 2$	ג. $m$
$(12m + 3m) : 3$	ד. $\frac{1}{2}m$

17. לפניכם "שולחן ארוך" הבנוי מ- 7 שולחנות מצורפים.



אפשר לחשב את מספר מקומות הישיבה, כך: סופרים כמה מקומות יש סביב 7 שולחנות נפרדים ומחסרים את מספר הכיסאות שיש לבטל כדי לצרף ל"שולחן ארוך".

מה מספר "החיבורים" בין 7 שולחנות?

רשמו תרגיל מתאים לחישוב בדרך זו. הראו בעזרת שרטוט מתאים, כיצד סופרים.

שוארים על כושר 

1. כפלו.

$\frac{5}{7} \cdot \frac{49}{15} =$	ט.	$\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{8} =$	ה.	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$	א.
$\frac{14}{15} \cdot \frac{9}{7} =$	י.	$\frac{8}{9} \cdot \frac{1}{2} =$	ו.	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} =$	ב.
$\frac{7}{4} \cdot \frac{2}{9} =$	יא.	$\frac{2}{10} \cdot \frac{5}{3} =$	ז.	$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} =$	ג.
$\frac{2}{8} \cdot \frac{8}{2} =$	יב.	$\frac{1}{9} \cdot \frac{3}{2} =$	ח.	$\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} =$	ד.

בחלק מהתרגילים קיבלתם 1. האם תוכלו לומר מתי המכפלה של שני מספרים שווה 1?

2. חלקו.

$32 : \frac{2}{3} =$	ה.	$32 : \frac{1}{2} =$	א.
$32 : \frac{2}{5} =$	ו.	$32 : \frac{1}{3} =$	ב.
$32 : \frac{2}{7} =$	ז.	$32 : \frac{1}{4} =$	ג.
$32 : \frac{2}{9} =$	ח.	$32 : \frac{1}{5} =$	ד.

3. חלקו.

$2 : ((2 : 2) : 2) =$	ד.	$2 : 2 : 2 : 2 =$	א.
$2 : (2 : 2 : 2) =$	ה.	$(2 : 2) : (2 : 2) =$	ב.
$((2 : 2) : 2) : 2 =$	ו.	$2 : (2 : 2) : 2 =$	ג.

4. כפלו בעל-פה. מצאו את המשותף בכל רביעייה.

א.  $0.5 \cdot 20 =$   $\frac{1}{3} \cdot 30 =$

$0.25 \cdot 20 =$   $\frac{1}{6} \cdot 30 =$

ב.  $5 \cdot 0.2 =$   $4 \cdot \frac{3}{10} =$

$2 \cdot 0.5 =$   $3 \cdot \frac{4}{10} =$

ג.  $0.4 \cdot 20 =$   $\frac{1}{3} \cdot 12 =$

$0.8 \cdot 5 =$   $\frac{2}{3} \cdot 12 =$

5. ידוע כי  $27 \cdot 3 = 81$ .

על סמך זה, מצאו בעל פה מהן תוצאות הכפל בתרגילים הבאים.  
בדקו תשובותיכם בעזרת מחשבון.

א.  $270 \cdot 3 =$  ו.  $0.27 \cdot 0.3 =$

ב.  $27 \cdot 0.3 =$  ז.  $0.27 \cdot 0.03 =$

ג.  $2.7 \cdot 0.3 =$  ח.  $2.7 \cdot 0.03 =$

ד.  $270 \cdot 0.3 =$  ט.  $2.7 \cdot 30 =$

ה.  $0.27 \cdot 3 =$  י.  $27 \cdot 30 =$

6. נסו לשער, לאילו זוגות תרגילים תוצאה זהה? רשמו את תשובותיכם ובדקו.

א.  $8 : 10 =$   $8 \cdot 0.1 =$

ב.  $8 : 100 =$   $8 \cdot 10 =$

ג.  $8 : 0.1 =$   $8 \cdot 0.01 =$

ד.  $8 : 0.01 =$   $8 \cdot 0.001 =$

ה.  $8 : 1000 =$   $8 \cdot 100 =$

7. לפניכם שרשרת תרגילים בעלי תוצאה זהה. השלימו את המקומות החסרים.

א.  $12 \cdot 50 = 24 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = 60 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = 15 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = 4 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = 3 \cdot \underline{\hspace{1cm}}$

ב.  $\frac{30}{25} \cdot \frac{12}{40} = \frac{6}{5} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \frac{3}{25} \cdot \frac{4}{4} = \frac{\underline{\hspace{1cm}}}{50} \cdot \frac{\underline{\hspace{1cm}}}{40} = \frac{30}{125} \cdot \underline{\hspace{1cm}}$

ג.  $24 : 8 = 240 : \underline{\hspace{1cm}} = 2.4 : \underline{\hspace{1cm}} = 0.24 : \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} : 800$

ד.  $24 : 8 = 12 : \underline{\hspace{1cm}} = 3 : \underline{\hspace{1cm}} = 48 : \underline{\hspace{1cm}} = 72 : \underline{\hspace{1cm}}$