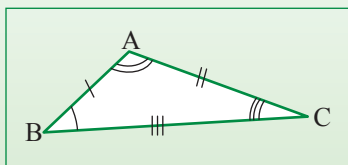


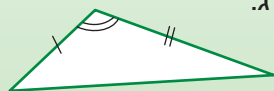
# יחידה 12: מסבירים ומוכיחים

## שיעור 1. לפי איזה משפט?

בכל סעיף קבעו אם אפשר להסיק שהמשולש חופף למשולש ABC.



א.



ב.

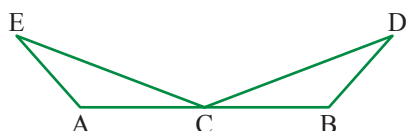


ג.



ד.

נלמד להסיק מסקנות ולנמק באמצעות משפטים.



1. א.  נכון  $EA = DB$

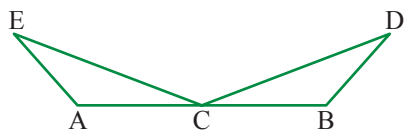
$\sphericalangle A = \sphericalangle B$

סמנו את הנתונים בשרטוט.

האם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים?

אם כן, על-סמך איזה משפט?

אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



ב.  נכון  $EA = DB$

$\sphericalangle A = \sphericalangle B$

C אמצע AB

סמנו את הנתונים בשרטוט.

האם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים?

אם כן, על-סמך איזה משפט?

אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

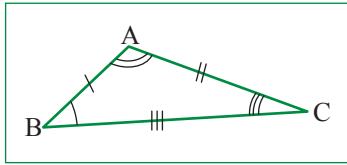


במשימה 1 בדקנו אם המסקנה נובעת מהנתונים.

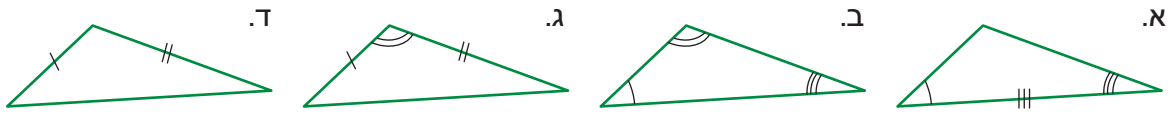
אם כן, נימקנו באמצעות משפט.

אם לא, שרטטנו דוגמה נגדית המראה שהנתונים אינם מספיקים להסקת המסקנה.

2. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.



בכל סעיף בִּדְקוּ אם אפשר להסיק שהמשולש חופף למשולש ABC. אם כן, על-סמך איזה משפט? אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

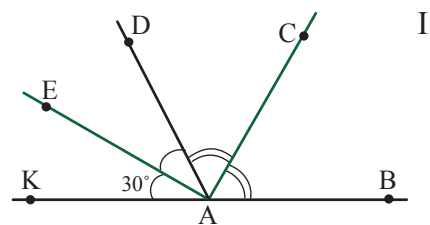
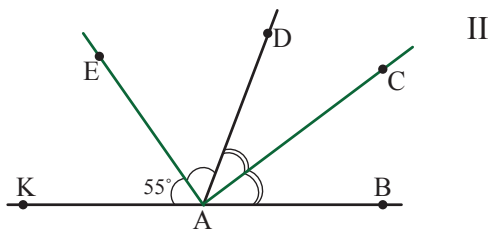


3. א. בכל שרטוט נתון: AE חוצה זווית  $\angle KAD$

AC חוצה זווית  $\angle DAB$

- חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.

- מצאו מה גודל הזווית ( $\angle EAC$ ) שבין שני החוצים של הזוויות.

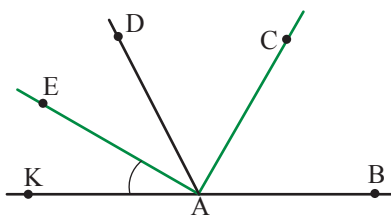


ב. בחרו גודל קטן מ-  $90^\circ$  לזווית  $\angle KAE$

$$\angle KAE = \text{---}^\circ$$

חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.

השלימו:  $\angle EAC = \text{---}^\circ$



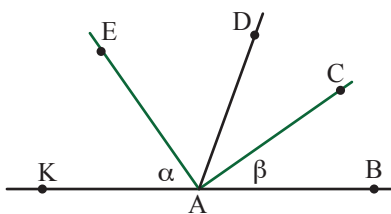
4. א. AE חוצה-זווית  $\angle KAD$  נכון

AC חוצה-זווית  $\angle DAB$

א. בטאו את הזוויות  $\angle EAD$  ו-  $\angle DAC$  באמצעות  $\alpha$  או  $\beta$ .

ב. השלימו:  $2\alpha + 2\beta = \text{---}^\circ$  במקו.

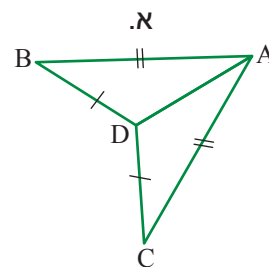
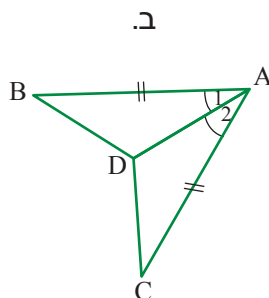
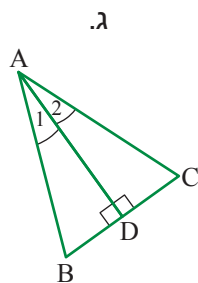
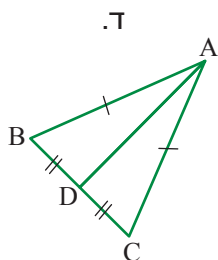
$\angle EAC = \alpha + \beta = \text{---}^\circ$  נסקנה



במשימות הקודמות ראינו דוגמאות והוכחנו צטען החוצים של-זוויות צמודות מאונכים זה לזה.



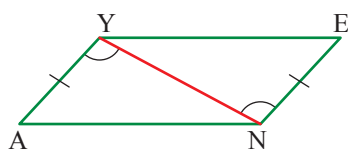
1. בכל סעיף מסומנים נתונים שמהם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים. רשמו את הנתונים והמסקנה בכתיב מתמטי. ציינו לפי איזה משפט חפיפה מבוססת המסקנה.



2. במרובע YENA מסומנים נתונים.

$\triangle YAN \cong \triangle EYN$  **נסקנה**

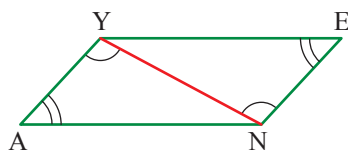
- א. רשמו את הנתונים ואת המסקנה בכתיב מתמטי.
- ב. על-סמך איזה משפט המשולשים חופפים?
- ג.  $\angle YNA = \angle EYN$  נמקו.



3. במרובע YENA מסומנים נתונים.

$\triangle YAN \cong \triangle EYN$  **נסקנה**

- א. רשמו את הנתונים ואת המסקנה בכתיב מתמטי.
- ב. על-סמך איזה משפט המשולשים חופפים?

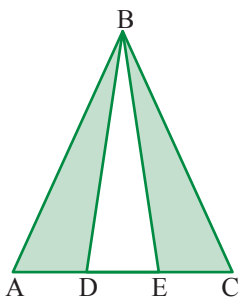


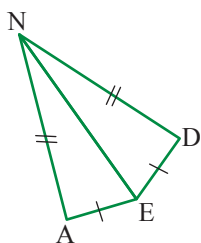
4. משולש ABC שווה-שוקיים ( $BC = AB$ )

$AD = EC$

$\triangle ABD \cong \triangle CBE$  **נסקנה**

- א. סמנו לפי הנתונים קטעים שווים באורכם וזוויות שוות בגודלן.
- ב. לפי איזה משפט המשולשים חופפים?

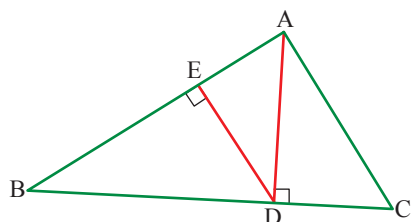




5. במרובע EDNA שני זוגות של צלעות שוות באורכן כמסומן בשרטוט.

$\triangle EDN \cong \triangle EAN$  **מסקנה**

- א. קשמו את הנתונים ואת המסקנה בכתיב מתמטי.
- ב. על-סמך איזה משפט המשולשים חופפים?
- ג. הסבירו מדוע NE חוצה שתי זוויות במרובע.



6. AD גובה ב-  $\triangle ABC$  **ניתן**

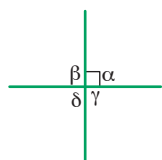
DE גובה ב-  $\triangle BDA$

$\angle B = 35^\circ$

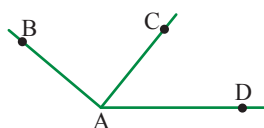
$\angle DAC = 35^\circ$

- א. חשבו את הגדלים של כל הזוויות בשרטוט.
- ב. כמה משולשים ישרי-זווית בשרטוט?
- ג. האם כל המשולשים שווים בגדלים של זוויותיהם?
- ד. האם יש בשרטוט משולשים חופפים? נמקו.
- ה. האם יש בשרטוט משולשים דומים? נמקו.

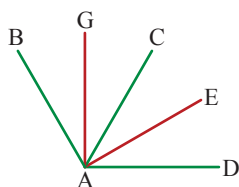
7. בכל סעיף קשמו את הנתונים ואת המסקנה בכתיב מתמטי, והסבירו מדוע המשפט נכון.



א. אם אחת הזוויות בין שני ישרים נחתכים היא ישרה, אז גם שלוש הזוויות האחרות ישרות.



ב. אם AC חוצה את הזווית הקהה  $\angle BAD$ , אז  $\angle CAD$  גדולה מ-  $45^\circ$ .



ג. אם AC חוצה את הזווית הקהה  $\angle BAD$ , אז AE חוצה את  $\angle CAD$ , ו- AG חוצה את זווית  $\angle BAC$ . אז  $\angle GAE$  היא זווית חדה.

## שיעור 2. מנמקים באמצעות זוויות בין מקבילים



לפניכם תמונה של חזית בית.  
קורות העץ שהותקנו במאוזן על חזית הגג הם מקבילים.  
מה גודל הזווית  $\alpha$  המסומנת בתמונה?  
סמנו בתמונה עוד שתי זוויות שגודלן  
כגודל הזווית  $\alpha$ .  
סמנו בתמונה שתי זוויות שגודלן  $60^\circ$ .

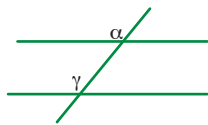
נלמד להסיק מסקנות ולנמק באמצעות משפטים.



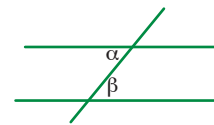
### תזכורת

נתונים שני ישרים וישר שלישי החותך אותם.  
אם שני הישרים מקבילים:  
אז הזוויות המתחלפות שוות בגודלן,

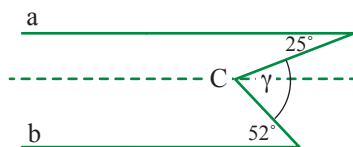
והזוויות המתאימות שוות בגודלן,



$$\alpha = \gamma$$

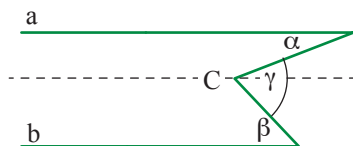


$$\alpha = \beta$$



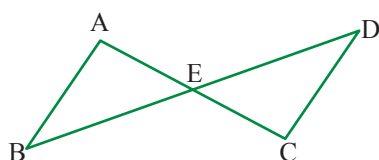
1.  $a \parallel b$  ניתן

חשבו את גודל הזווית  $\gamma$ . נמקו.  
(היעזרו בישר המקווקו המקביל לישר a ולישר b.)



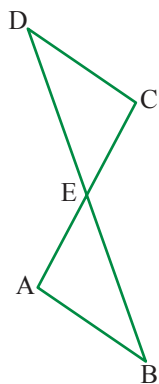
2.  $a \parallel b$  ניתן

בטאו את גודל הזווית  $\gamma$  בעזרת  $\alpha$  ו- $\beta$ . נמקו.  
(היעזרו בישר המקווקו המקביל לישר a ולישר b.)



3.  $AB \parallel CD$  ניתן

א. סמנו זוויות שוות בגודלן בשני המשולשים.  
ב. האם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים?  
אם כן, על-סמך איזה משפט?  
אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



4.  $AB \parallel CD$  ניתן

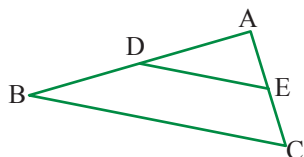
$AB = CD$

- א. סמנו זוויות שוות בגודלן בשני המשולשים.  
 ב. האם אפשר להסיק שהמשולשים חופפים?  
 אם כן, על-סמך איזה משפט?  
 אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



5. משולש ABC הוא משולש שונה-צלעות.

מאמצע הצלע AB של המשולש שרטטו קטע DE מקביל לצלע BC.



- א. סמנו זוויות שוות בגודלן.  
 ב.  $\triangle ABC \sim \triangle ADE$  נסקנה נמקו.  
 ג. מהו יחס הדמיון  $\left(\frac{AB}{AD}\right)$ ?  
 ד. מה היחס בין השטחים של שני המשולשים?



### אוסף משימות



1.  $a \parallel b$  ניתן

חשבו ונמקו.

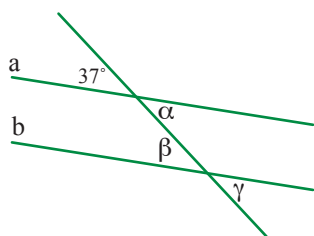
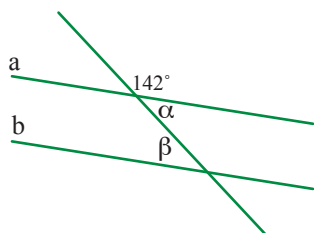
א.  $\alpha = \text{---}^\circ$  נימוק: \_\_\_\_\_

$\beta = \text{---}^\circ$  נימוק: \_\_\_\_\_

ב.  $\alpha = \text{---}^\circ$  נימוק: \_\_\_\_\_

$\beta = \text{---}^\circ$  נימוק: \_\_\_\_\_

$\gamma = \text{---}^\circ$  נימוק: \_\_\_\_\_

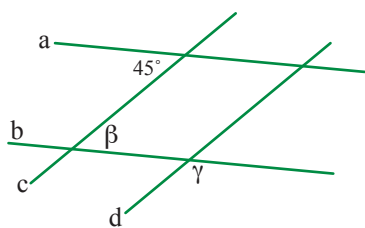




2. א.  $a \parallel b$  נניח

$c \parallel d$

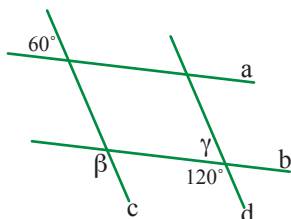
חשבו את הגדלים של הזוויות  $\beta$  ו- $\gamma$  ונמקו.



ב.  $a \parallel b$  נניח

$c \parallel d$

חשבו את הגדלים של הזוויות  $\beta$  ו- $\gamma$  ונמקו.



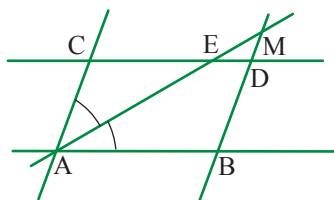
3.  $AB \parallel CD$  נניח

$AC \parallel BD$

AE חוצה את זווית CAB

$\angle EAB = \alpha$

רשמו בשרטוט 3 זוויות נוספות השוות בגודלן ל- $\alpha$ . ונמקו.

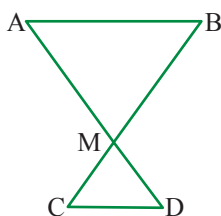


4.  $AD$  ו- $BC$  הם ישרים נחתכים. נניח

$AB \parallel CD$

א. רשמו במשולש  $ABM$  ובמשולש  $DCM$  שלושה זוגות של זוויות שוות בגודלן.

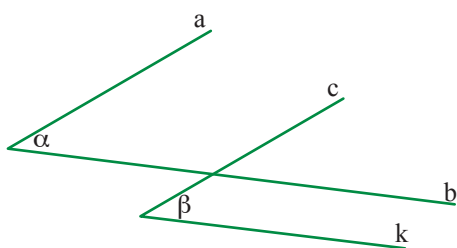
ב. האם  $\triangle ABM \cong \triangle DCM$ ?

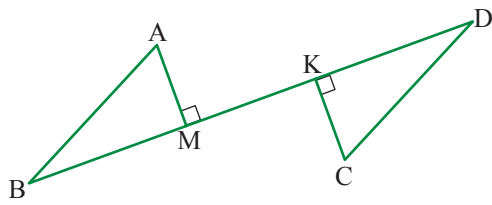


5.  $c \parallel a$  נניח

$b \parallel k$

הסבירו מדוע  $\alpha = \beta$ .





6. **ניתן**
- AB = CD
  - AB || CD
  - CK ⊥ BD
  - AM ⊥ BD

א. סמנו בשני המשולשים זוג נוסף של זוויות שוות בגודלן.

ב. **נסקנה**  $\triangle ABM \cong \triangle CDK$ . נמקו.

ג. **נסקנה** CK = AM. נמקו.

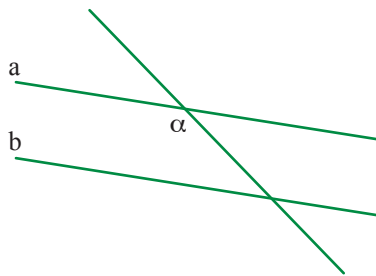
ד. שרטטו את הקטעים AD ו-CB, והסבירו מדוע שטח  $\triangle ABD$  שווה לשטח  $\triangle DCB$ .



7. א. **ניתן** a || b

סמנו בשרטוט זווית  $\beta$  מתחלפת עם  $\alpha$ .

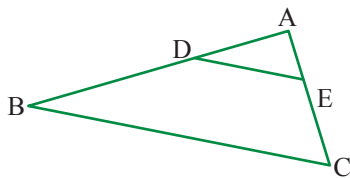
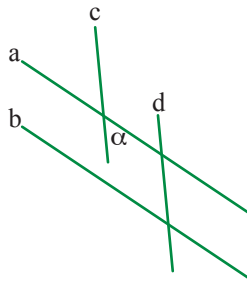
סמנו בשרטוט זווית  $\gamma$  מתאימה ל- $\alpha$ .



- ב. **ניתן** c || d

סמנו בשרטוט זווית  $\beta$  מתחלפת עם  $\alpha$ .

סמנו בשרטוט זווית  $\gamma$  מתאימה ל- $\alpha$ .



8. משולש ABC הוא משולש שונה-צלעות.

חילקו את הצלע AB של  $\triangle ABC$  כך ש:  $AD = \frac{1}{3} AB$ ,

ושרטטו קטע DE מקביל לצלע BC.

א. סמנו זוויות שוות בגודלן.

ב. **נסקנה**  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ . נמקו.

ג. מהו יחס הדמיון  $\left(\frac{AB}{AD}\right)$ ?

ד. מה היחס בין השטחים של שני המשולשים?



## שיעור 3. מחליפים נתונים ומסקנות אלה באלה

לפניכם שיחה בין **שירה** ל**רחלי**.

**שירה:** את צריכה לומר מה שאת חושבת.

**רחלי:** אני חושבת מה שאני אומרת וזה אותו דבר.

**שירה:** לא, זה לא אותו דבר.

לדוגמה המשפט: אני נושמת כשאני ישנה שונה לגמרי מהמשפט: אני ישנה כשאני נושמת.

מה ניסתה **שירה** להסביר ל**רחלי**?

**נבדוק אם החלפה בין נתון למסקנה במשפט נכון יוצרת משפט שגם הוא נכון.**

1. נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

שני זוגות המשפטים הבאים הם ניסוח המשפטים הנתונים באמצעות "אם-אז".

**שירה:** אם את חושבת, אז את אומרת. **רחלי:** אם אני אומרת, אז אני חושבת.

**שירה:** אם אני ישנה, אז אני נושמת. אם אני נושמת, אז אני ישנה.



נסחו באמצעות "אם-אז" את שני זוגות המשפטים הבאים:

אני רוצה מה שנותנים לי זה כמו שנותנים לי מה שאני רוצה.

אני אוכלת מה שאני רואה זה כמו שאני רואה מה ששאני אוכלת.

2. לפניכם טענות נכונות.

החליפו זה בזה את הנתון והמסקנה ובדקו אם הטענה המתקבלת גם היא טענה נכונה.

א. אם אדם גר בתל-אביב, אז הוא גר במדינת ישראל.

ב. אם היום פורים, אז החודש הוא חודש אדר.

ג. אם היום יום שני, אז אתמול היה יום ראשון.

3. לפניכם טענות נכונות.

החליפו זה בזה את הנתון והמסקנה ובדקו אם הטענה המתקבלת גם היא טענה נכונה.

א. אם ספרת היחידות של מספר היא 5, אז המספר מתחלק ב-5.

ב. אם ספרת היחידות של מספר היא 0, אז המספר מתחלק ב-10.

ג. אם זוויות הן זוויות קדקודיות, אז הן שוות בגודלן.

ד. אם שני משולשים חופפים זה לזה, אז הצלעות של משולש אחד שוות באורכן לצלעות של המשולש השני.

ה. אם שני משולשים חופפים, אז הזוויות של המשולש האחד שוות בגודלן לזוויות של המשולש האחר.



כאשר מחליפים זה בזה את הנתון של המשפט במסקנה של המשפט, מתקבלת **טענה הפוכה**.  
הטענה ההפוכה אינה בהכרח נכונה.

**דוגמה:** במשימה 3 סעיף ה מופיע **טענה** אם שני משולשים חופפים, אז הזוויות של המשולש  
האחד שוות בגודלן לזוויות של המשולש האחר.

**טענה הפוכה** למשפט: אם הזוויות של משולש אחד שוות בגודלן לזוויות של משולש אחר,  
אז המשולשים חופפים.

**הטענה ההפוכה אינה נכונה.**



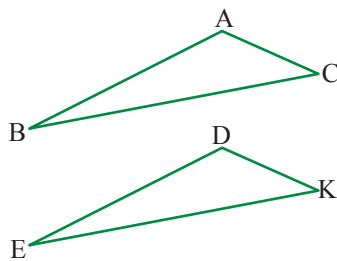
4. **טענה** אם זוג משולשים חופפים, אז הם שווים בשטחם.

א. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח במשפט.

ב. החליפו זה בזה את הנתון והמסקנה של המשפט, ורשמו את  
הטענה ההפוכה המתקבלת.

ג. האם הטענה ההפוכה נכונה?

אם כן, הסבירו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



5. במרובע ABCD

$$AB = AD$$

$$BC = DC$$

**מסקנה** האלכסון AC מחלק את המרובע לשני משולשים חופפים.

א. לפי איזה משפט חפיפה המשולשים חופפים?

ב. החליפו אלה באלה את הנתונים והמסקנה ורשמו טענה הפוכה.

ג. **יפוי** אמרה: הטענה ההפוכה היא "אם האלכסון AC מחלק את המרובע לשני משולשים חופפים,  
אז במרובע שני זוגות של צלעות סמוכות שוות באורכן", וזו טענה נכונה.

**שושי** אמרה: הטענה ההפוכה אינה נכונה.

שרטטתי מרובע ABCD שהאלכסון AC מחלק אותו לשני משולשים חופפים

ואין בו שני זוגות של צלעות סמוכות שוות באורכן.

מי צודקת? הסבירו.



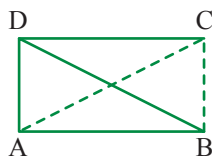
## אוסף משימות



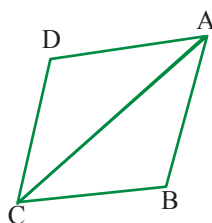
1. לפניכם מספר משפטים. נסחו לכל אחד טענה הפוכה. בדקו אם הטענה ההפוכה למשפט הנתון היא טענה נכונה והסבירו.
- א. אם יורד גשם, אז יש עננים בשמים.
- ב. אם אתה גר בירושלים, אז אתה גר בעיר הבירה של ישראל.
- ג. אם סכום הספרות של מספר הוא 3, אז המספר מתחלק ב-3.
- ד. אם נתונה משוואה  $x + 3 = 11$ , אז הפתרון של המשוואה הוא  $x = 8$ .
- ה. אם מספר מתחלק ב-10, אז ספרת האחדות שלו אפס.



2. לפניכם מספר משפטים. נסחו לכל אחד טענה הפוכה. בדקו אם הטענה ההפוכה למשפט הנתון היא טענה נכונה והסבירו.
- א. אם שני משולשים חופפים, אז הצלעות של משולש אחד שוות באורכן לצלעות של המשולש האחר.
- ב. אם המרובע הוא ריבוע, אז כל זוויותיו ישרות.
- ג. אם המרובע הוא מלבן, אז כל זוויותיו ישרות.
- ד. אם שתי זוויות הן זוויות צמודות, אז סכומן  $180^\circ$ .
- ה. אם שתי זוויות הן זוויות קדקודיות, אז הן שוות בגודלן.



3. אם המרובע הוא מלבן, אז אלכסוניו שווים באורכם.  **טעם**
- א. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח.
- ב. נסחו טענה הפוכה למשפט הנתון.
- ג. הטענה ההפוכה אינה נכונה. שרטטו דוגמה נגדית. (מרובע שאלכסוניו שווים באורכם ואינו מלבן).

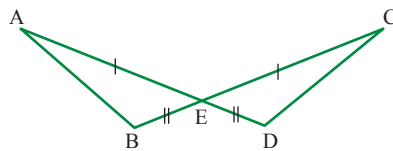


4. אם במרובע ABCD כל הצלעות שוות באורכן, אז  $\sphericalangle B = \sphericalangle D$ .  **טעם**
- א. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח.
- ב. רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח בטענה ההפוכה.
- ג. נסחו במילים את הטענה ההפוכה.
- ד. שרטטו דוגמה המראה שהטענה ההפוכה אינה נכונה.



5. לפניכם משפטים.

- נסחו כל אחד מהמשפטים הבאים בעזרת "אם - אז".
- נסחו טענה הפוכה למשפט הנתון.
- בדקו אם הטענה ההפוכה היא טענה נכונה והסבירו.
  - ההיקפים של משולשים חופפים שווים זה לזה.
  - בריבוע כל הצלעות שוות באורכן.
  - בריבוע כל הזוויות שוות בגודלן.
  - במלבן כל הזוויות שוות בגודלן.



6. ניתן  $AE = CE$   
 $BE = DE$   
מסקנה  $\sphericalangle A = \sphericalangle C$   
 $\sphericalangle B = \sphericalangle D$

- הסבירו מדוע  $\triangle CDE \cong \triangle ABE$ .
- האם המסקנה הרשומה נובעת מחפיפת המשולשים בסעיף א? הסבירו.
- רשמו טענה הפוכה: החליפו את הנתונים והמסקנות אלה באלה ורשמו אותם.
- האם הטענה ההפוכה נכונה?  
 (האם המסקנות שרשמתם בסעיף ג נובעות מהנתונים שרשמתם?)



- האם **שירה** שרטטה את השרטוט שלפניכם. שירה הוא דוגמה המראה שהטענה ההפוכה לזו הרשומה בסעיף א, אינה נכונה? הסבירו.