יחידה 20: הסתברות

שיעור 1. הוגן או לא הוגן

רונית ו**גילה** רצו להתכונן ביחד למבחן. כל אחת רצתה שילמדו אצלה בבית.
לאחר שלא הצליחו לשכנע זו את זו, החליטו להטיל שני מטבעות של שקל.
אם שני המטבעות מראים אותו צד – לומדים בבית של **רונית**.
אם שני המטבעות מראים צדדים שונים – לומדים בבית של **גילה**.

האם המשחק הוגן? אם לא, במקום מי הייתם בוחרים לשחק?

שרית ביקשה להצטרף.

הן החליטו שאם שני המטבעות מראים  ילמדו בבית של **רונית**.

אם שני המטבעות מראים  ילמדו בבית של **שרית**.

אם המטבעות מראים צדדים שונים ילמדו בבית של **גילה**.

האם המשחק הוגן?

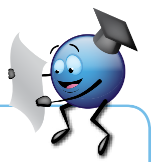
נלמד לקבוע אם משחק הוגן או לא הוגן.

1. **שירי** ו**רונה** משחקות בקוביית משחק רגילה.
שירי תנצח – אם על הקובייה מתקבל 1, 3 או 5
רונה תנצח – אם על הקובייה מתקבל 2, 4 או 6
האם המשחק הוגן?

2. **חגי** ו**דורון** משחקים בקוביית משחק רגילה.
חגי ינצח – אם המספר שעל הקובייה הוא כפולה של 3.
דורון ינצח – אם המספר שעל הקובייה אינו כפולה של 3.
א. האם המשחק הוגן? אם לא, במקום מי הייתם בוחרים לשחק?
ב. כל התלמידים בכיתה מטילים קובייה 20 פעם.
אִספו תוצאות מהכיתה ורִשמו בטבלה.

חגי מנצח (כפולות של 3)	**דורון** מנצח (לא כפולות של 3)

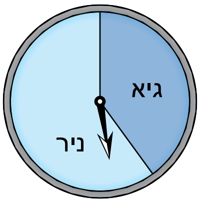
ג. האם התוצאות תואמות לתשובתכם לסעיף א?



- **הסתברות** היא תחום מתמטי העוסק בחישוב או בניתוח של סיכויי תוצאות.
אי-אפשר לחזות מראש תוצאה של ניסוי אחד או של משחק יחיד.
אם מבצעים מספר רב של ניסויים אפשר לחזות סיכויים של תוצאות בסבירות גבוהה.

- **משחק הוגן** הוא משחק שבו לכל אחד מהמשתתפים סיכויים שווים לנצח.
דוגמה: במשימה 1 מתואר משחק הוגן.

3. מסובבים מחוג על לוח ה"שעון" שבשרטוט.



גיא ינצח – אם המחוג ייעצר בשטח שלו.

ניר ינצח – אם המחוג ייעצר בשטח שלו.

א. האם המשחק הוגן? אם לא, למי סיכוי גבוה יותר לנצח?

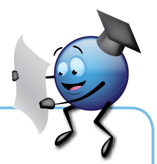
ב. מסובבים את המחוג רק פעם אחת.
האם אפשר לחזות מראש מי ינצח בסיבוב זה?

ג. מסובבים את המחוג 1,000 פעמים.
האם אפשר לחזות מראש מי ינצח יותר פעמים?
כמה פעמים סביר להניח כי המחוג יעצור בשטח של **ניר**: יותר מ- 500 או פחות מ- 500? הַסבירו.

4. **מור** ו**מיכל** מטילות קוביות משחק וצוברות נקודות. בכל פעם הן קובעות כללים אחרים.
ל**מור** קובייה לבנה ול**מיכל** קובייה אדומה. שתיהן מטילות את הקוביות בו זמנית.

א. כללי המשחק הראשון:
מור תזכה בנקודה – אם על הקובייה הלבנה מתקבל 5.
מיכל תזכה בנקודה – אם על הקובייה האדומה מתקבל 5.
האם המשחק הוגן? הַסבירו.

ב. כללי המשחק השני:
מור תזכה בנקודה – אם על הקובייה הלבנה מתקבל 3.
מיכל תזכה בנקודה – אם על הקובייה האדומה מתקבל 4.
האם המשחק הוגן? הַסבירו.



קבוצה של תוצאות של ניסוי נקראת **מאורע**.

מאורע שיש בו תוצאה יחידה נקרא **מאורע פשוט**.

דוגמה: בהטלת קובייה מקבלים אחת משש תוצאות: 1, 2, 3, 4, 5 או 6
קבוצת התוצאות "התקבל מספר גדול מ- 2": 3, 4, 5 או 6, היא **מאורע**.
התוצאה "התקבל המספר 2", היא **מאורע פשוט**.

5. מתייחסים למשימה 4.

א. כללי המשחק השלישי:
מור תזכה בנקודה – אם סכום המספרים על שתי הקוביות הוא 6.
מיכל תזכה בנקודה – אם סכום המספרים על שתי הקוביות הוא 5.
האם המשחק הוגן? הַסבירו.
אם לא, הַציעו שינוי כדי להפוך את המשחק למשחק הוגן.

ב. כמה מאורעות פשוטים יכולים להתקבל בזריקת שתי הקוביות? הַסבירו.

כשמטילים נעץ אפשר לקבל "ראש"  או "צד" 
ככל שקוטר ה"ראש" גדול יותר יחסית לאורך ה"חוד", הסיכוי שהנעץ ייפול על "ראש" גבוה יותר. הסיכויים לקבל "ראש" או "צד" אינם שווים.
תוכלו לשער מהו הסיכוי לקבל "ראש" ומהו הסיכוי לקבל "צד" בקופסת נעצים על-ידי הטלת כל הנעצים מהקופסה ובדיקה: כמה נעצים נפלו על "ראש" וכמה על "צד"?

אוסף משימות

1. מטילים קוביית משחק רגילה.
עמית יזכה בנקודה – אם על הקובייה מתקבל מספר זוגי.
עידו יזכה בנקודה – אם על הקובייה מתקבל מספר אי-זוגי.
האם המשחק הוגן? אם לא, במקום מי הייתם בוחרים לשחק?

2. **איילת** ו**חגית** משחקות בהטלת קוביית משחק רגילה.
איילת תזכה בנקודה – אם על הקובייה מתקבל מספר קטן מ- 4.
חגית תזכה בנקודה – אם על הקובייה מתקבל מספר גדול מ- 3.
האם המשחק הוגן? הַסבירו מדוע.

3. מטילים שתי קוביות משחק.
שחקן **א** ינצח – אם על שתי הקוביות מתקבל אותו מספר.
שחקן **ב** ינצח – אם על שתי הקוביות מתקבלים מספרים שונים.
האם המשחק הוגן? אם לא, במקום מי הייתם בוחרים לשחק? הַסבירו.

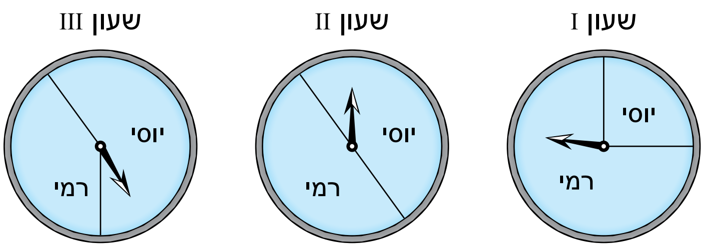
4. מטילים שתי קוביות משחק.
שחקן **א** ינצח – אם סכום המספרים על שתי הקוביות הוא 8.
שחקן **ב** ינצח – אם סכום המספרים על שתי הקוביות הוא 7.
האם המשחק הוגן? הַסבירו. אם לא, הַציעו שינויים כדי להפוך את המשחק למשחק הוגן.

5. **אלונה** ו**הדר** משחקות בסביבון.
אלונה תזכה בנקודה – אם על הסביבון מתקבל **פ** או **ג** או **ה**.
הדר תזכה בנקודה – אם על הסביבון מתקבל **נ**.
האם המשחק הוגן? אם לא, הַציעו שינויים כדי להפוך את המשחק למשחק הוגן.

6. מטילים 200 פעם מטבע של שקל.
כמה פעמים צפויה התוצאה **עץ**?

7. **קובי** הטיל מטבע של שקל פעמים רבות.
מתוכן, 496 פעמים התקבל המספר 1.
כמה פעמים בערך הטיל **קובי** את המטבע?

8. **יוסי** ו**רמי** משחקים בשעונים (ראו ציור).
בוחרים שעון ומסובבים את המחוג.
השחקן שהמחוג עוצר בשטח שלו הוא המנצח.



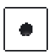
א. באיזה שעון כדאי לכל אחד מהמשתתפים לבחור? הַסבירו.

ב. האם המשחק באחד השעונים נראה לכם הוגן? אם כן, באיזה שעון?

ג. מסובבים את המחוג בכל פעם 600 פעמים.
שַערו: כמה פעמים צפוי **רמי** לנצח אם משחקים בשעון I? בשעון II? בשעון III?

ד. **יוסי** ו**רמי** מתכוננים לשחק **פעם אחת** בשעון I
האם אפשר לחזות מראש מי ינצח? מדוע?

9. **דני** עובד בחנות. הוא משתכר 50 שקלים ליום.
בעל החנות הציע ל**דני**: במקום לקבל 50 שקלים ליום, נטיל קוביית משחק.

- אם תתקבל התוצאה  תקבל 200 שקלים.
- אם יתקבל מספר אחר (שונה מ- 1), תקבל 10 שקלים.

האם כדאי ל**דני** להסכים להצעה החדשה? נַמקו.

שיעור 2. מהי הסתברות?

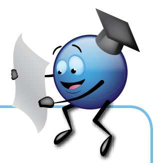
משה מטיל קוביית משחק רגילה, ומתכנן כך:
אם על הקובייה יתקבל 6, אלך לשחק כדורגל.
אם על הקובייה יתקבל מספר קטן מ- 6, אלך לקולנוע.
אם על הקובייה יתקבל מספר גדול מ- 6, אתחיל להכין שיעורי-בית.
קִבעו לכל אחד מהמאורעות הבאים אם ייתכן שיקרה, חייב לקרות, או בלתי אפשרי שיקרה.

- **משה** יכין שיעורי-בית
- **משה** יילך לשחק כדורגל
- **משה** יילך לקולנוע
- **משה** ייצא מהבית

נחקור סיכויים של מאורעות שונים.

1. מטילים קוביית משחק רגילה.
רִשמו לכל מאורע אם הוא אפשרי (ייתכן שיקרה), ודאי (חייב לקרות) או בלתי אפשרי.

א. יתקבל המספר 5.
ב. יתקבל מספר אי-זוגי.
ג. יתקבל המספר 7.
ד. יתקבל מספר קטן מ- 7.



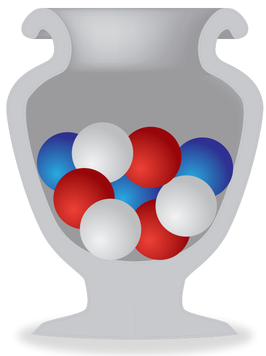
מאורע אפשרי הוא מאורע שיכול לקרות.
דוגמה: המאורע "לקבל מספר גדול מ- 2 בהטלת קוביית משחק", הוא **מאורע אפשרי**.

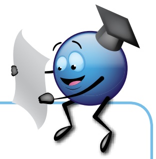
מאורע ודאי הוא מאורע שחייב לקרות.
דוגמה: המאורע "לקבל מספר טבעי בהטלת קוביית משחק רגילה", הוא **מאורע ודאי**.

מאורע בלתי-אפשרי הוא מאורע שלא יכול לקרות.
דוגמה: המאורע "לקבל 8 בהטלת קוביית משחק רגילה", הוא **מאורע בלתי-אפשרי**.

2. בכד 3 כדורים אדומים, 3 כדורים לבנים ו- 3 כדורים כחולים.
מוציאים מהכד, בלי להסתכל, 4 כדורים.
בכל סעיף רִשמו אם המאורע הוא אפשרי, ודאי או בלתי אפשרי.

א. לכל ארבעת הכדורים צבע זהה.
ב. שניים מהכדורים לבנים ושניים אדומים.
ג. לכל אחד מארבעת הכדורים צבע שונה.
ד. בין ארבעת הכדורים אין כדור לבן.
ה. לשניים מבין ארבעת הכדורים צבע זהה.
ו. לשלושה מבין ארבעת הכדורים צבע זהה.

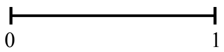




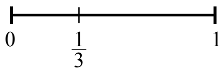
- המספר המבטא את הסיכוי לקבלת תוצאה מסוימת הוא **ההסתברות** לקבלת אותה תוצאה.

דוגמה: אם נטיל קובייה פעמים רבות, נקבל את המספר 2 בערך ב- $\frac{1}{6}$ מן ההטלות.
לכן, נוכל לומר כי ההסתברות לקבלת המספר 2 היא $\frac{1}{6}$
ההסתברות לקבלת כל אחד מהמספרים האחרים על הקובייה גם היא $\frac{1}{6}$

- ההסתברות של **מאורע בלתי-אפשרי** היא 0.
ההסתברות של **מאורע ודאי** היא 1.
בכל מקרה אחר, ההסתברות של מאורע היא מספר בין 0 ל- 1.
אפשר לתאר את ההסתברות על ציר המספרים כנקודה הנמצאת על הקטע שקצותיו ב- 0 וב- 1.

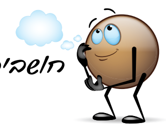


דוגמה: בהטלת קובייה, קבלת מספר קטן מ- 3 היא מאורע אפשרי.
ההסתברות שלו $\frac{1}{3}$



- במשחק הוגן, לכל המשתתפים אותה הסתברות לנצח.

דוגמה: בהטלת מטבע, למאורע "לקבל מספר" ולמאורע "לקבל עץ" אותה הסתברות.
לכן ההסתברות של כל אחד מהם היא $\frac{1}{2}$, והמשחק הוגן.



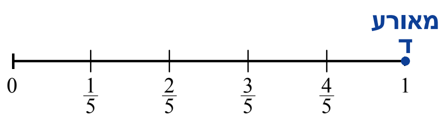
חושבים על...

3. בסל 3 כדורים ירוקים ו- 2 כדורים כחולים.
מוציאים כדור אחד מבלי להסתכל.
קִבעו לכל מאורע אם הוא **אפשרי**, **בלתי-אפשרי** או **ודאי**.

א. להוציא כדור ירוק
ב. להוציא כדור כחול
ג. להוציא כדור אדום
ד. להוציא כדור שאינו אדום

מִצאו את ההסתברות של כל מאורע.
הַעתיקו וסַמנו מעל קטע ציר המספרים את האות המתאימה (רְאו דוגמה).

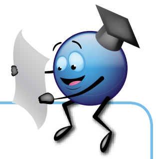
דוגמה:



4. משחקים בקובייה רגילה.

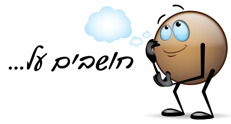
א. מטילים את הקובייה 3,000 פעם.
כמה פעמים צפוי שיופיעו מספרים זוגיים? מה ההסתברות לקבל מספרים זוגיים? הַסבירו.

ב. מטילים את הקובייה פעמיים.
האם נקבל שני מספרים שאחד מהם זוגי והאחר אי-זוגי? הַסבירו.



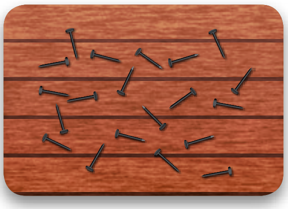
בדרך כלל, אי-אפשר לחזות מראש את התוצאה של ניסוי אחד או של ניסויים בודדים.
אפשר לחזות מראש בצורה די מדויקת, את התוצאה שתתקבל כאשר מבצעים מספר רב של ניסויים.
דוגמה: בהטלת קובייה פעמיים אי-אפשר לצפות את התוצאה. בהטלת קובייה רגילה 1,200 פעמים, נקבל כ- 600 פעמים מספר זוגי, כי מחצית מהמספרים על הקובייה זוגיים.

5. מסובבים סביבון 1,000 פעמים, ורושמים כמה פעמים התקבלה האות **נ**.
צַיינו אילו מהמספרים הבאים מתאימים כהשערה למספר הפעמים בו התקבל האות **נ**.
50   261   532   239   100   999   243

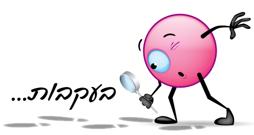


6. קִראו את הקטע הבא.

נדמיין לעצמנו רצפת עץ המורכבת מלוחות עץ צרים שווי רוחב המוצמדים זה אל זה. נפזר מסמרים באופן אקראי על הרצפה.
חלק מהמסמרים יגעו בחריצים שבין לוחות העץ.
(בציור 8 מסמרים נוגעים בחריצים ו- 12 מסמרים אינם נוגעים).
חזרה על הניסוי מספר רב של פעמים מאפשרת לנו לבחון וללמוד על התכיפות בה יפגע מסמר באחד מחריצי הרצפה.

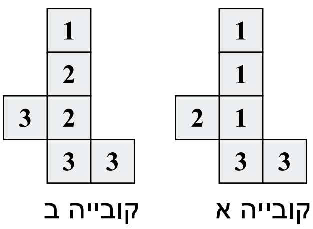


א. האם אפשר לקבוע את ההסתברות למאורע: "המסמר יגע בחריץ", על-סמך הציור שלמעלה?
ב. פיזרו על רצפת העץ 1,200 מסמרים. 315 מסמרים נגעו בחריצים ושאר המסמרים לא נגעו.
מהי ההסתברות שמסמר יפול בין שני חריצים (לא יגע בחריץ)?
ג. **גלעד** אמר: ההסתברות היא $\frac{3}{4}$
האם **גלעד** צודק? הַסבירו.



7. לפניכם פריסה של שתי קוביות מיוחדות. מטילים את שתי הקוביות.
א. מְצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים:
- קבלת 4 בקובייה **א**
- קבלת 4 בקובייה **ב**
- קבלת 2 בקובייה **א**
- קבלת 2 בקובייה **ב**

ב. מְצאו מספר שההסתברות לקבל אותו גדולה יותר בקובייה **א**.
ג. מְצאו מספר שההסתברות לקבל אותו גדולה יותר בקובייה **ב**.



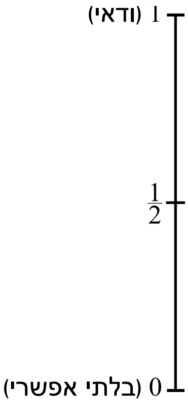
אוסף משימות

1. א. מטילים קוביית משחק רגילה. מהי ההסתברות לקבלת התוצאה 6?

ב. מטילים את הקובייה 6,000 פעם. כמה פעמים צפוי לקבל את התוצאה 6?

ג. **דלית** הטילה את הקובייה שלוש פעמים, ובכל ההטלות קיבלה את המספר 6.
דלית מתכוונת להטיל את הקובייה פעם נוספת. מהי ההסתברות ש**דלית** תקבל 6 גם בהטלה הזאת? מדוע?

2. מספר תלמידים רצו לערוך מסיבת הפתעה לחבר.
זיו הציע תאריך לפגישה.
רועי אמר: הסיכויים שאגיע הם חצי-חצי.
עמית אמר: רוב הסיכויים שאגיע.
דויד אמר: הסיכויים שאגיע קלושים.
זיו אמר: מאה אחוז שאגיע.
ניר אמר: באותו יום אני מחוץ לעיר.
הַעתיקו את הציר, וסַמנו בערך את מקום ההסתברות המתאימה להשתתפותו של כל תלמיד במסיבה.



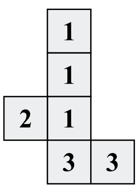
3. לפניכם פריסה של שתי קוביות מיוחדות.

א. מטילים קובייה **א**. לקבלת איזה מספר יש הסתברות קטנה ביותר?

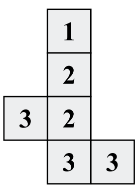
ב. מטילים קובייה **ב**. לקבלת איזה מספר יש הסתברות קטנה ביותר?

ג. באיזו משתי הקוביות ההסתברות לקבלת המספר 3 גדולה יותר?

ד. מִצאו שני מספרים, כל אחד רשום על קובייה שונה, שלהם אותה הסתברות.



קובייה א



קובייה ב

4. מטילים קוביית משחק רגילה.
רִשמו דוגמה למאורע:

א. בלתי אפשרי (הסתברות 0) ב. ודאי (הסתברות 1) ג. הסתברות $\frac{1}{2}$

5. מטילים קוביית משחק רגילה.
בכל סעיף, רִשמו שני מאורעות מתאימים להסתברות הנתונה.

א. הסתברות $\frac{1}{2}$ ב. הסתברות $\frac{1}{3}$ ג. הסתברות 1 ד. הסתברות 0

6. מטילים קובייה אחת פעמיים וכותבים מספר דו-ספרתי מהמספרים שהתקבלו.
המספר המתקבל בהטלה הראשונה הוא ספרת העשרות, והמספר השני הוא ספרת האחדות.

א. רִשמו שני מאורעות ודאיים.

ב. רִשמו שני מאורעות אפשריים.

ג. רִשמו שני מאורעות בלתי אפשריים.

7. מטילים קוביית משחק רגילה.
בכל מקרה, קִבעו את סוג המאורע (אפשרי, ודאי או בלתי אפשרי) ורִשמו את ההסתברות שלו.

א. יתקבל המספר 10.

ב. יתקבל מספר המתחלק ב- 5.

ג. יתקבל מספר קטן מ- 3.

ד. יתקבל מספר ראשוני (זִכרו, 1 אינו ראשוני).

ה. יתקבל מספר שונה מ- 4.

ו. יתקבל מספר קטן מ- 10.

ז. יתקבל מספר דו-ספרתי.

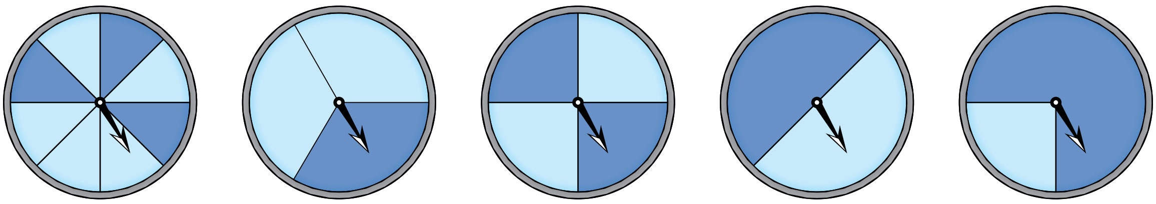
ח. יתקבל מספר זוגי גדול מ- 4.

ט. יתקבל מספר שלילי.

י. יתקבל מספר זוגי.

8. מסובבים את המחוג בכל שעון.

I II III IV V



בכל שעון, צַיינו איזו מבין שלוש הטענות הבאות נכונה. הַסבירו.

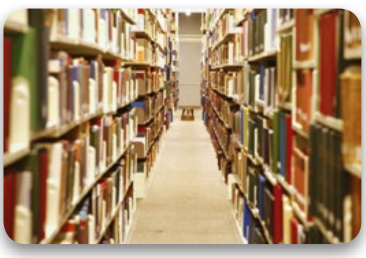
א. הסיכוי שהמחוג ייעצר באזור הצבוע בכחול גבוה יותר.

ב. הסיכוי שהמחוג ייעצר באזור הצבוע בתכלת גבוה יותר.

ג. הסיכוי שהמחוג ייעצר באזור הצבוע בכחול והסיכוי שהמחוג ייעצר הצבוע בתכלת, שווים.

9. על מדף בספרייה 90 ספרים.

$\frac{2}{3}$ מהספרים הם בעברית, והשאר ספרים באנגלית.



א. בוחרים באקראי ספר מהמדף. מה ההסתברות שהוא ספר באנגלית?

ב. רִשמו דוגמה למאורע ודאי, דוגמה למאורע אפשרי,
ודוגמה למאורע בלתי אפשרי.

שיעור 3. השערות ותחזיות

בטבלה מוצגת שכיחות המשכורות של עובדים במפעל **״שבבים״**.

משכורת חודשית (שקלים)	4,500	4,700	5,100	5,500	6,200	9,500	11,000	17,500
מספר עובדים (שכיחות)	2	4	2	8	5	1	2	1

כמה עובדים במפעל?

בוחרים באקראי עובד, מה ההסתברות שמשכורתו של העובד תהיה 5,500 שקלים?

נלמד על הקשר בין הסתברות לשכיחות יחסית.

במשימות 1 ו- 2 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

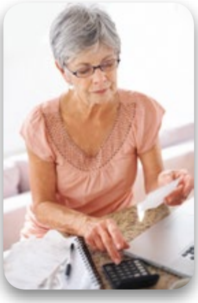
1. א. כמה עובדים משתכרים מעל 6,000 שקלים?

ב. חַשבו את המשכורת הממוצעת במפעל **״שבבים״**.

ג. עובד נבחר באקראי. חַשבו את ההסתברות:
- שכרו 6,200 שקלים.
- שכרו גבוה מ- 2,000 שקלים.
- שכרו נמוך מהמשכורת הממוצעת של עובדי המפעל.
- שכרו גבוה מ- 20,000 שקלים.

ד. רִשמו דוגמה למאורע ודאי, דוגמה למאורע אפשרי ודוגמה למאורע בלתי-אפשרי.

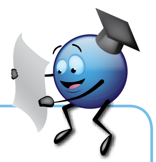
ה. רִשמו דוגמה לשני מאורעות שונים שהם בעלי אותה הסתברות.



2. 8 מתוך העובדים של מפעל **״סלילים״** משתכרים 5,500 שקלים כל אחד.

א. בוחרים באקראי עובד במפעל ״שבבים״ ועובד במפעל ״סלילים״.
האם נוכל לקבוע כי ההסתברות לבחירת עובד המשתכר 5,500 שקלים זהה בשני המפעלים?
במה תלויה התשובה?

ב. מספר העובדים במפעל **״סלילים״** גדול פי שניים ממספר העובדים במפעל **״שבבים״**.
מהי ההסתברות לפגוש עובד המשתכר 5,500 שקלים במפעל **״סלילים״**?



תזכורת

בעבר למדנו כי **שכיחות יחסית** של נתון מסוים היא החלק של הנתון הזה מתוך סך-כל הנתונים. בהסתברות אנו עוסקים בשכיחות יחסית של מאורעות.

שכיחות יחסית של מאורע היא היחס בין שכיחות המאורע ובין סך-כל השכיחויות.

כדי לקבוע הסתברות, לא די לדעת מהי השכיחות של המאורע. חייבים לדעת מהי השכיחות היחסית שלו.

כלומר חשוב להתייחס ליחס:

$$\text{השכיחות היחסית} = \frac{\text{השכיחות של המאורע}}{\text{סך-כל השכיחויות}}$$

3. במדינת "הפילנד" נערכו בחירות לראשות הערים.
מועמד הזוכה ביותר מ- 50% מהקולות (כלומר, אם בוחרים בו יותר ממחצית המשתתפים בבחירות) נבחר לראש עיר.

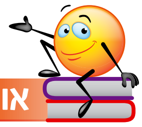
בעיר **א**, קיבל מר לוי 40,000 מקולות המצביעים לראשות העיר.

בעיר **ב**, קיבל מר כהן 30,000 מקולות המצביעים לראשות העיר.

א. האם אפשר לדעת, מי משני המועמדים נבחר לראשות עירו? הַסבירו.

ב. האם ייתכן שמר כהן נבחר ומר לוי לא נבחר?
אם כן, הַדגימו. אם לא, הַסבירו.

ג. אילו נתונים דרושים כדי לענות על סעיף א? הַסבירו.

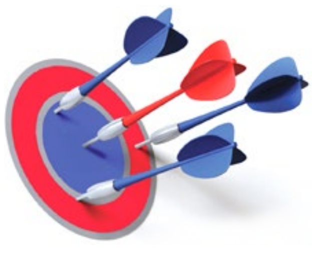


אוסף משימות

1. א. בכיתה ח1 הצליחו בבחינה 12 תלמידים מתוך 20.
בכיתה ח2 הצליחו באותה בחינה 18 תלמידים מתוך 20.
באיזו כיתה ההסתברות לפגוש באקראי תלמיד שהצליח במבחן גבוהה יותר? הַסבירו.

ב. בכיתה ח3 הצליחו בבחינה 12 תלמידים מתוך 20.
בכיתה ח4 הצליחו בבחינה 18 תלמידים מתוך 40.
באיזו כיתה ההסתברות לפגוש באקראי תלמיד שהצליח במבחן גבוהה יותר?

2. **אורי** ו**יואב** יורים חיצים למטרה.
ההסתברות של **אורי** לפגוע במטרה היא 0.2
ההסתברות של **יואב** לפגוע במטרה היא 0.5



א. יום אחד ירה כל אחד 100 פעמים.
כמה פעמים בערך פגע כל אחד במטרה?

ב. ביום אחר פגע כל אחד מהם 40 פעמים במטרה.
כמה פעמים בערך ירה כל אחד?

3. על המדף סוגים שונים של מחברות (רְאו טבלה).

סוג	שורות	משבצות	חלק	מעבדה	יומן
כמות	10	12	7	3	8

א. כמה מחברות על המדף?

ב. שולפים באקראי מחברת מהמדף, מה ההסתברות שנשלף יומן?

ג. שולפים באקראי מחברת מהמדף, מה ההסתברות שנשלפה מחברת שורות?

ד. איזה סוג של מחברות, ההסתברות לשלוף באקראי היא $\frac{3}{10}$?

4. בכיתה ח1 בָּדקו את הציון במתמטיקה בתעודות והתקבלו התוצאות הבאות.

ציון	4	5	6	7	8	9	10
מספר התלמידים	1	2	4	10	7	4	2

א. כמה תלמידים בכיתה?

ב. כמה תלמידים קיבלו ציון 6?
מה השכיחות היחסית של תלמידים שקיבלו ציון 6?

ג. כמה תלמידים קיבלו ציון מעל 8?
מה השכיחות היחסית של תלמידים שקיבלו ציון גבוה מ- 8?

ד. מה ההסתברות שאם נבחר תלמיד באקראי הוא קיבל ציון 7?

ה. מה ההסתברות שאם נבחר תלמיד באקראי הוא קיבל ציון "חיובי" (6 ומעלה)?

5. ביישוב מסוים סָפרו את מספר הילדים בכל משפחה, וריכזו את התוצאות בטבלת השכיחויות הבאה.

מספר ילדים במשפחה	1	2	3	4	5
מספר משפחות (שכיחות)	5	20	40	25	10

א. כמה משפחות ביישוב?

ב. חַשבו את מספר הילדים הממוצע למשפחה.

ג. בוחרים משפחה באקראי.
מִצאו את ההסתברות שבמשפחה שנבחרה:
- יהיו 3 ילדים
- מספר הילדים נמוך מהממוצע
- יהיו פחות מ- 3 ילדים
- יהיו בדיוק 6 ילדים

ד. רִשמו דוגמה למאורע אפשרי, דוגמה למאורע ודאי ודוגמה למאורע בלתי אפשרי.

שיעור 4. מחשבים הסתברויות

לכל זוג תלמידים עשרה פתקים.

4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

מוציאים פתק אחד לפי התור, מסתכלים על המספר הרשום עליו ומחזירים אותו לקופסה.
משחקים בשני משחקים שונים.

משחק ראשון

א זוכה בנקודה – אם על הפתק רשום מספר קטן מ- 6.

ב זוכה בנקודה – אם על הפתק רשום מספר המתחלק ב- 5.

האם המשחק הוגן?

משחק שני

א זוכה בנקודה – אם על הפתק רשום מספר המתחלק ב- 3 או מספר המתחלק ב- 5.

ב זוכה בנקודה – אם על הפתק רשום מספר דו-ספרתי או מספר קטן מ- 6.

האם המשחק הוגן?

נחשב הסתברויות של מאורעות שונים.

במשימות 1 - 3 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. בכל סעיף, קִבעו את סוג המאורע (אפשרי, ודאי או בלתי-אפשרי) ומִצאו את ההסתברות שלו.

א. המספר חד-ספרתי.

ב. המספר דו-ספרתי.

ג. המספר תלת-ספרתי.

ד. המספר מתחלק ב- 4.

ה. המספר קטן מ- 8.

ו. המספר קטן מ- 15.

2. בכל סעיף, רִשמו "נכון" או "לא נכון".

א. ההסתברות להוציא מספר חד-ספרתי המתחלק ב- 5, שווה להסתברות להוציא מספר דו-ספרתי המתחלק ב- 5.

ב. ההסתברות להוציא מספר קטן מ- 9 שווה להסתברות להוציא מספר גדול מ- 9.

ג. ההסתברות להוציא מספר ראשוני היא $\frac{3}{10}$

ד. ההסתברות להוציא מספר אי-זוגי היא $\frac{1}{2}$

ה. ההסתברות להוציא מספר גדול מ- 2 היא 1.

ו. ההסתברות להוציא את המספר 13 היא 1.

ז. הסתברות להוציא מספר ראשוני קטן מ- 10, גדולה מההסתברות להוציא מספר ראשוני גדול מ- 10.

3. בכל סעיף, רִשמו מאורע מתאים להסתברות.

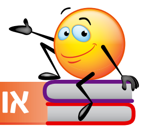
א. $\frac{2}{5}$ ב. $\frac{1}{2}$ ג. $\frac{1}{5}$ ד. 1 ה. 0

חושבים על...

4. על 60 פתקים רשומים המספרים 1, 2, 3 בלבד.
האם ייתכן שבהוצאת פתק:
ההסתברות לקבל 1 היא $\frac{1}{2}$, ההסתברות לקבל 2 היא $\frac{1}{4}$, וההסתברות לקבל 3 היא $\frac{1}{3}$? הַסבירו.

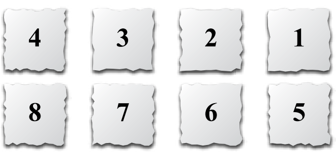
5. רושמים על כל פתק מספר תלת-ספרתי שאפשר להרכיב מהספרות 1 , 2 , 5 (כל ספרה פעם אחת).
מניחים את הפתקים בקופסה.

א. רִשמו את כל המספרים האפשריים. כמה מספרים קיבלתם?
ב. מהי ההסתברות להוציא את המספר 125?
ג. כמה מבין המספרים הרשומים מתחלקים ב- 5?
מהי ההסתברות להוציא מספר המתחלק ב- 5?
ד. מהי ההסתברות להוציא מספר שסכום ספרותיו 8?
ה. מהי ההסתברות להוציא מספר זוגי? להוציא מספר אי-זוגי?
ו. רִשמו מאורע שההסתברות שלו 0, מאורע שההסתברות שלו 1, ומאורע שההסתברות שלו $\frac{1}{2}$



אוסף משימות

1. על שמונה פתקים רשומים המספרים מ- 1 עד 8.
מקפלים את הפתקים היטב, שמים אותם בקופסה ומוציאים פתק אחד בלי להסתכל.



בכל סעיף, קִבעו אם לשני המאורעות סיכוי שווה. אם לא, קִבעו לאיזה מאורע סיכוי גבוה יותר.
א. להוציא פתק שרשום עליו מספר זוגי **או** להוציא פתק שרשום עליו מספר אי-זוגי.
ב. להוציא פתק שרשום עליו 1 **או** להוציא פתק שרשום עליו מספר שונה מ- 1.
ג. להוציא פתק שרשום עליו מספר זוגי **או** להוציא פתק שרשום עליו מספר המתחלק ב- 3.
ד. להוציא פתק שרשום עליו מספר קטן מ- 9 **או** להוציא פתק שרשום עליו מספר גדול מ- 1.
ה. להוציא פתק שרשום עליו מספר גדול מ- 1 **או** להוציא פתק שרשום עליו מספר קטן מ- 8.

2. רושמים על פתקים את כל המספרים מ- 1 עד 50 (כולל) ומניחים בקופסה. מוציאים פתק אחד מבלי להסתכל.

א. חַשבו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

- להוציא מספר זוגי
- להוציא מספר חד-ספרתי
- להוציא מספר אי-זוגי
- להוציא מספר דו-ספרתי
- להוציא מספר שספרת היחידות שלו 7
- להוציא את המספר 110

ב. רִשמו מאורע שההסתברות שלו 0.

ג. רִשמו מאורע שההסתברות שלו 1.

3. בקופסה פתקים שעליהם רשומים המספרים מ- 1 ועד 40 (כוללל). לכל מספר פתק אחד בלבד.
מוציאים מהקופסה פתק בלי להסתכל.

א. חַשבו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

- להוציא את המספר 4
- להוציא מספר קטן מ- 17
- להוציא מספר המתחלק ב- 5
- להוציא מספר דו-ספרתי
- להוציא מספר זוגי
- להוציא מספר תלת-ספרתי
- להוציא מספר אי-זוגי
- להוציא מספר המתחלק ב- 10

ב. רִשמו מאורע שההסתברות שלו 0, ומאורע שההסתברות שלו 1.

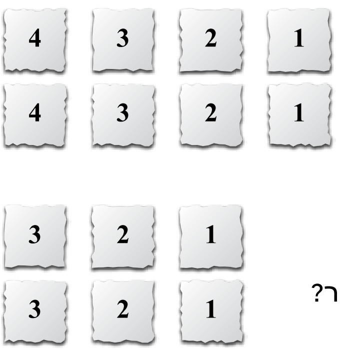
4. רושמים על פתקים את כל המספרים מ- 1 עד 80 (כולל) ומניחים בקופסה. מוציאים פתק אחד מבלי להסתכל.

א. חַשבו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

- להוציא מספר גדול מ- 20
- להוציא מספר זוגי קטן מ- 61
- להוציא מספר קטן מ- 21
- להוציא מספר גדול מ- 20 ומתחלק ב- 3
- להוציא מספר המתחלק ב- 8
- להוציא מספר המתחלק גם ב- 2 וגם ב- 3
- להוציא מספר קטן מ- 100
- להוציא מספר המתחלק ב- 67

ב. רִשמו מאורע: שההסתברות שלו 0, מאורע שההסתברות שלו 1, ומאורע שההסתברות שלו $\frac{1}{2}$

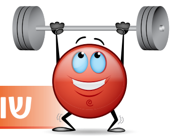
5. על שמונה פתקים רשומים המספרים 1 , 2 , 3 , 4 (כל מספר פעמיים).
מקפלים את הפתקים ושמים בקופסה. מוציאים שני פתקים בלי להסתכל.



א. קִבעו לאיזה מאורע סיכוי גבוה יותר.

- המספרים על שני הפתקים שווים **או** המספרים על שני הפתקים שונים
- מכפלת המספרים הרשומים זוגית **או** המכפלה אי-זוגית
- מכפלת המספרים גדולה מ- 15 **או** מכפלת המספרים קטנה מ- 1?

ב. האם תשובתכם לסעיף א תשתנה אם בקופסה רק 6 פתקים, כמו בציור?
הַסבירו.



שומרים על כושר

ביטויים זהים

1. בכל סעיף, קִבעו אם שני הביטויים האלגבריים הם ביטויים זהים.

א. $5(a + 3)$ $5a + 3$

ב. $\frac{4 - a}{2}$ $2 \cdot a$

ג. $(5 + 3)a$ $5a + 3a$

ד. $3a$ $2a + a$

ה. $(3 + a)$ $3 + (a + 5)$

ו. $a \cdot 8$ $8a$

2. נתונים שני ביטויים אלגבריים $\frac{4}{x^2}$ $5 - x^2$ $(x \neq 0)$

א. הַציבו בשני הביטויים את המספרים: 2 , 1 , -2 , -1

ב. האם שני הביטויים זהים? הַסבירו.

3. בכל סעיף, הוסיפו סוגריים באחד מהביטויים, כך שתקבלו ביטויים אלגבריים זהים.

א. $x \cdot 2 + 5$ $7x$

ב. $3 - 2x$ x

ג. $2x + 1$ $4 - 2x + 1$

ד. $3 - 2 + x$ $1 - x$

ה. $-1 + 5x$ $-1 - 5x$

ו. $2 - 2x$ $4 - 2x + 1$

4. פַּשטו.

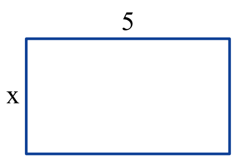
א. $5(a - 2) + 13$ ב. $5 - a \cdot (7 - a) + 2a$ ג. $7a - 2(a + 3) \cdot 5$ ד. $5a(a - 3) - 8a$

5. בַּחרו ביטויים המייצגים את היקף המלבן שבשרטוט.

(השרטוט להדגמה, והמידות נתונות בס״מ, $x > 0$.)

$x \cdot 5$ $2x + 10$ $2 \cdot 5x$ $5x$ $x + 5$

$2(x + 5)$ $x + 5 + x + 5$ $2x + 5$



6. א. כִּתבו שלושה ביטויים אלגבריים להיקפו של הטרפז בשרטוט.

(השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות בס״מ, $x > 0$.)

ב. האם כל הביטויים שכתבתם הם ביטויים זהים? הַסבירו.