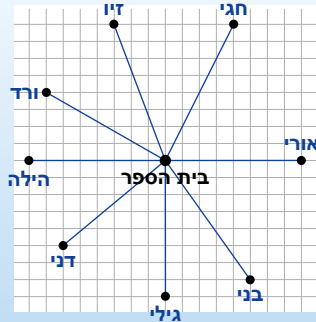


יחידה 26: משפט פיתגורס

שיעור 1. לקראת משפט פיתגורס



הקטעים בתרשים מתארים את המרחקים בין בתיהם של תלמידים לבית-הספר (אורך כל משבצת בתרשים מייצג 100 מ').

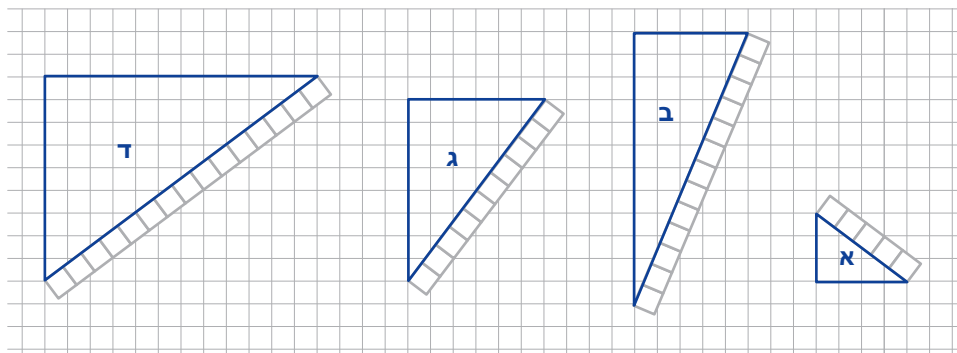
איזה בית הוא הקרוב ביותר לבית-הספר?

איזה בית הוא הרחוק ביותר מבית-הספר?

נקשר בין אורכי הניצבים של משולש ישר-זווית לאורך היתר של המשולש.

קשר בין אורכי הניצבים לאורך היתר במשולש ישר-זווית

1. בשרטוטים שלפניכם ארבעה משולשים ישרי-זווית.



א. העתיקו את הטבלה והשלימו את אורכי הצלעות החסרים (ביחידות אורך של צלע משבצת).

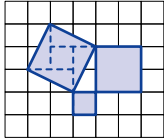
משולש	אורך הניצב הקטן	אורך הניצב הגדול	אורך היתר
א			
ב			
ג			
ד			

ב. **אודי** אמר: אם נעלה את אורך הניצב הקטן בריבוע, נקבל את הסכום של אורך הניצב הגדול והיתר, כך:

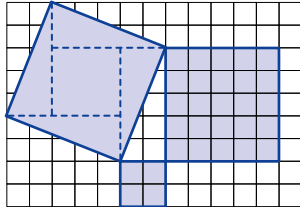
$$a^2 = b + c$$

בדקו בטבלה אם **אודי** צודק.

ג. חפשו בטבלה קשרים בין אורכי הניצבים לאורך היתר, ובדקו אם כל שורות הטבלה מקיימות את הקשר.



2. בשרטוט שלושה ריבועים צבועים. מצאו את השטח של כל אחד מהריבועים (ביחידות של שטח משבצת). מצאו קשר בין שטחי הריבועים.



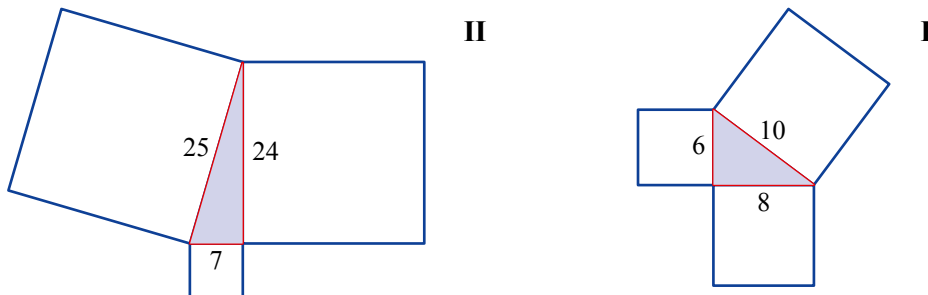
3. בשרטוט שלושה ריבועים צבועים. א. מצאו את השטח של כל אחד מהריבועים (ביחידות של שטח משבצת). ב. מצאו קשר בין שטחי הריבועים.



4. באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תמצאו את הפעילות "ריבועים על צלעות של משולש ישר-זווית". בפעילות תבדקו אם סכום השטחים של הריבועים הבנויים על הניצבים, שווה לשטח הריבוע הבנוי על היתר. בצעו את הפעילות על-פי ההוראות.



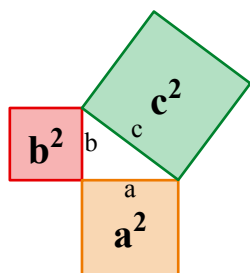
5. בכל שרטוט, בנויים ריבועים על צלעות המשולשים ישרי-זווית. (השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ). א. חשבו את שטחי הריבועים בכל שרטוט.



- ב. בכל שרטוט, בדקו אם סכום שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים של המשולש, שווה לשטח הריבוע הבנוי על היתר.



6. התייחסו לטבלה במשימה 1, ובדקו אם בכל משולש: סכום שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים, שווה לשטח הריבוע הבנוי על היתר.



ראינו דוגמאות שבהן:

משולש ישר-זווית, שטח הריבוע הבנוי על היתר, שווה לסכום שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים.

כלומר, ראינו כי אם a ו- b אורכי הניצבים ו- c אורך היתר ($a > 0, b > 0, c > 0$), אז $a^2 + b^2 = c^2$

טענה זו נקראת **משפט פיתגורס**.

בשיעור הבא נבדוק אם משפט זה נכון בכל משולש ישר-זווית.



פיתגורס היה מתמטיקאי ופילוסוף יווני שנולד באי סאמוס, בשנת 582 לפנה"ס בקירוב.



בשנת 529 לפנה"ס התיישב פיתגורס בקרוטון, מושבה יוונית בדרום איטליה, והקים סביבו את האסכולה הפיתגוראית - קהילה דתית-פילוסופית. הפיתגוראים האמינו כי אפשר לתאר את כל העולם ביחסים מתמטיים בין מספרים טבעיים.

נהוג לייחס לפיתגורס את ההוכחה הכללית הראשונה של משפט פיתגורס, אם כי אין ודאות שפיתגורס אכן הוכיח את המשפט.

המשפט ללא ההוכחה היה מוכר מאות שנים לפני זמנו של פיתגורס - בבבל, במצרים העתיקה ובסין, אולם המתמטיקאים היוונים היו הראשונים שעמלו למצוא הוכחות לרעיונות מתמטיים.

שלשות פיתגוריות



שלשה של מספרים טבעיים a, b, c המקיימים $a^2 + b^2 = c^2$ נקראת **שלשה פיתגורית**.

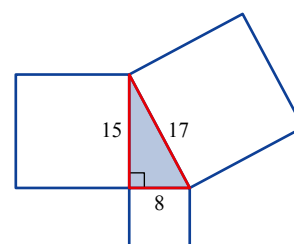
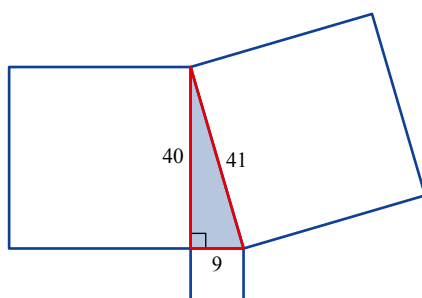
דוגמה: המספרים 5, 12, ו-13 הם שלשה פיתגורית: $5^2 + 12^2 = 13^2$

7. בדקו אם השלשות הבאות הן שלשות פיתגוריות.

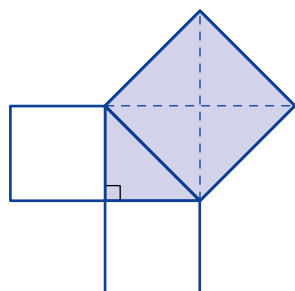
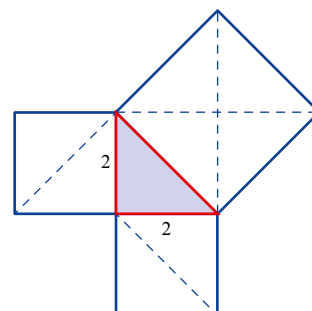
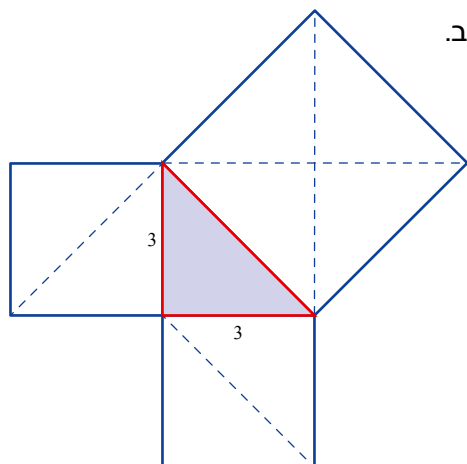
- א. 8, 15, 17
- ב. 1, 2, 3
- ג. 15, 20, 25



1. לפניכם משולשים ישרי-זווית שעל צלעותיהם בנויים ריבועים. (השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ).
 בכל סעיף, חשבו את שטחי הריבועים הבנויים על הצלעות.
 האם סכום שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים שווה לשטח הריבוע הבנוי על היתר?
 א. ב.



2. לפניכם משולשים ישרי-זווית שוויו-שוקיים, שעל צלעותיהם בנויים ריבועים. (השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ).
 בכל סעיף, חשבו את שטח המשולש, ואת שטחי הריבועים הבנויים על הצלעות.
 האם סכום שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים שווה לשטח הריבוע הבנוי על היתר?
 א. ב.



3. היעזרו בשרטוט, והסבירו מדוע בכל משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים, מתקיים משפט פיתגורס.



4. קבעו אילו מבין שלשות המספרים הן שלשות פיתגוריות. הסבירו.

$5^2 + 12^2 = 13^2$	שלשה פיתגורית:	5	12	13	צומא/ות:
$2^2 + 4^2 \neq 5^2$	לא שלשה פיתגורית:	2	4	5	

- | | | | | | | | | |
|----------|-----------|----------|-----------|----------|------------|-------------|-------------|-------------|
| א. 2 6 8 | ב. 4 6 10 | ג. 2 7 6 | ד. 6 8 10 | ה. 2 2 3 | ו. 9 12 15 | ז. 11 60 61 | ח. 10 24 26 | ט. 13 84 85 |
|----------|-----------|----------|-----------|----------|------------|-------------|-------------|-------------|



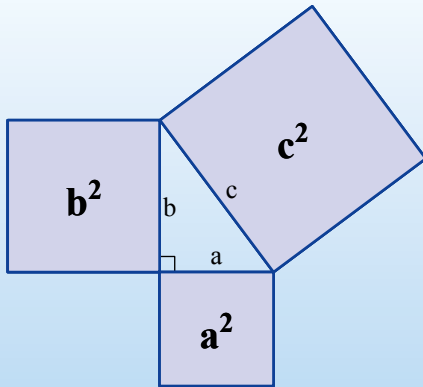
5. א. המספרים 3, 4, 5 הם שלשה פיתגורית ($3^2 + 4^2 = 5^2$)

- כפלו מספרים אלה ב-2
 - בדקו אם גם המספרים החדשים הם שלשה פיתגורית.
 - כפלו את המספרים הנתונים באותו מספר (שונה מ-2), לפי בחירתכם.
 - בדקו אם גם המספרים החדשים מהווים שלשה פיתגורית.
 - חברו למספרים הנתונים 2 ובדקו אם גם המספרים החדשים מהווים שלשה פיתגורית.
- ב. נתונה השלשה הפיתגורית : 5, 12, 13
צרו שלשות פיתגוריות נוספות, באמצעות כפל השלשה הנתונה באותו מספר.



6. לפניכם מבוך משולשים. (השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ). שרטטו על דף שקוף מסלול יציאה מן המבוך דרך המשבצות שבהן המידות הנתונות הן שלשות פיתגוריות.

שיעור 2. משפט פיתגורס - הוכחה



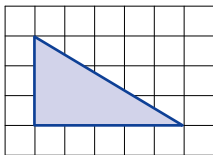
בשיעור הקודם ראינו משולשים ישר-זווית שהתקיים בהם הקשר הבא:

סכום שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים שווה לשטח הריבוע הבנוי על היתר.

כאשר a - b אורכי הניצבים ו- c אורך היתר של המשולש
 $a^2 + b^2 = c^2$ (רשמים: $a > 0, b > 0, c > 0$)

נסביר מדוע הקשר הזה מתקיים בכל משולש ישר-זווית.

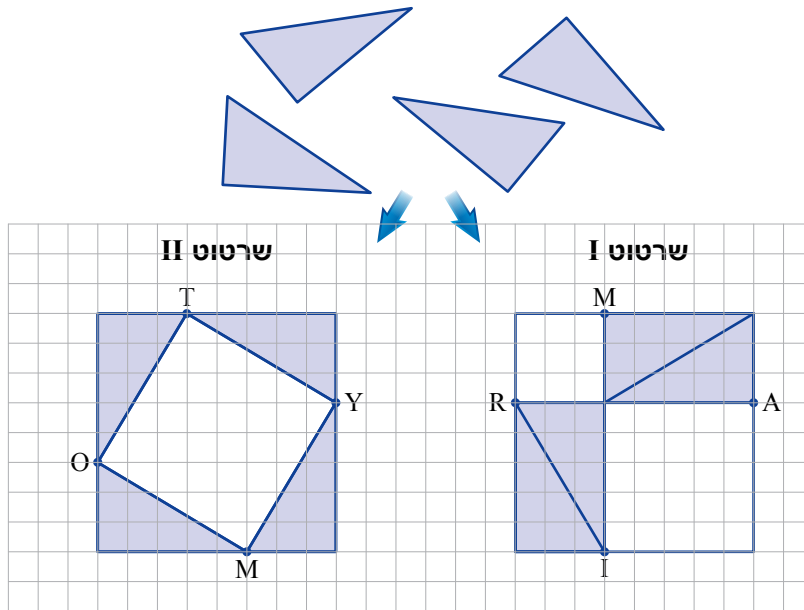
הוכחת משפט פיתגורס



1. לפניכם משולש ישר-זווית שאורכי ניצביו 3 יחידות ו- 5 יחידות.

(ביחידות אורך של צלע משבצת).

מניחים ארבעה משולשים כאלה בתוך ריבוע שאורך הצלע שלו 8 יחידות בשני אופנים. (ראו שרטוטים I ו-II).



א. הסבירו מדוע המרובע שנוצר בתוך שרטוט II הוא ריבוע.

ב. חשבו את שטחי שני הריבועים שנוצרו בשרטוט I (ביחידות של שטח משבצת).

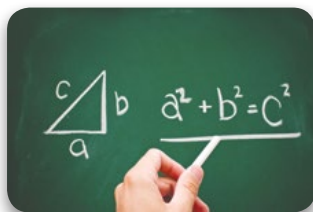
חשבו את שטח הריבוע הפנימי שנוצר בשרטוט II (היעזרו בחיסור שטחים) מה קיבלתם?

ג. **מיכל** אמרה: הריבועים שהתקבלו בשרטוטים I ו-II חופפים לריבועים הבנויים על צלעות המשולש ישר-הזווית המקורי, שאורכי ניצביו 3 ו- 5 יחידות.

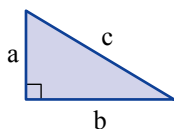
האם **מיכל** צודקת? הסבירו.



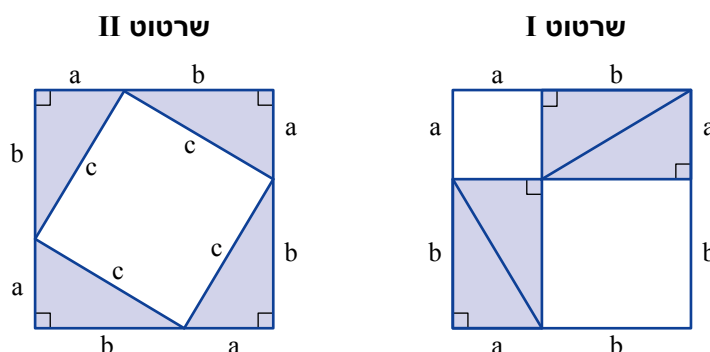
2. באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "פעילויות באמצעות מחשב" תמצאו את הפעילות "משפט פיתגורס - הוכחה". בפעילות תסבירו מדוע משפט פיתגורס מתקיים בכל משולש ישר-זווית. בצעו את הפעילות על-פי ההוראות.



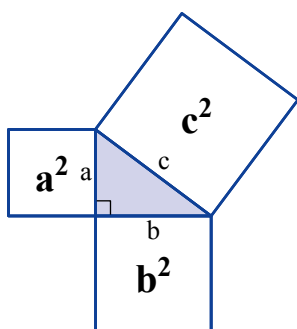
3. נחזור על הפעולות שביצענו במשימה 1 עם ריבועים ללא משבצות. לפניכם משולש ישר-זווית שאורכי ניצביו a יחידות ו- b יחידות, ואורך היתר c יחידות ($a > 0, b > 0, c > 0$).



מניחים ארבעה משולשים כאלה בתוך ריבוע שאורך הצלע שלו $a + b$ ס"מ בשני אופנים (ראו שרטוטים I ו-II).



- הסבירו מדוע השטחים שנוצרו בתוך כל ריבוע (בשרטוטים I ו-II) הם ריבועים.
- רשמו ביטויים לשטחי הריבועים שנוצרו בשרטוטים I ו-II.
- הסבירו מדוע סכום שטחי שני הריבועים שנוצרו בשרטוט I שווה לשטח הריבוע שנוצר בשרטוט II.
- הסבירו כיצד אפשר להסיק על-סמך הסעיפים הקודמים, כי בכל משולש ישר-זווית שאורכי הניצבים שלו a, b , ואורך היתר c ($a > 0, b > 0, c > 0$), מתקיים השוויון: $a^2 + b^2 = c^2$.





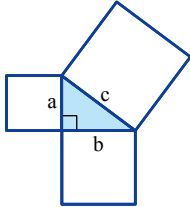
במשימה 3 הוכחנו כי בכל משולש ישר-זווית שאורכי הניצבים שלו a ו- b , ואורך היתר שלו c

$$a^2 + b^2 = c^2, \text{ מתקיים השוויון: } (a > 0, b > 0, c > 0)$$

במילים: במשולש ישר-זווית סכום שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים שווה לשטח הריבוע הבנוי על היתר.

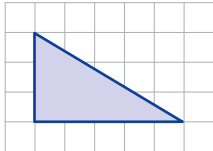
לטענה זו קוראים **משפט פיתגורס**.

הבאנו כאן הוכחה אחת למשפט פיתגורס, אך קיימות הוכחות רבות למשפט זה.



מציאת אורכי צלעות במשולש ישר-זווית

4. נחזור למשולש ישר-זווית שאורכי ניצביו 3 יחידות ו-5 יחידות (ביחידות אורך של צלע משבצת).



א. שרטטו את המשולש ואת הריבועים על צלעותיו.

ב. רשמו בכל אחד משלושת הריבועים את שטחו.

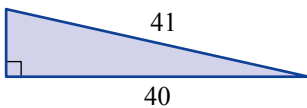
ג. מצאו את אורך היתר של המשולש. (היעזרו בפעולה $\sqrt{\quad}$ במחשבון).

5. במשולש ישר-זווית אורך היתר 41 ס"מ ואורך אחד הניצבים 40 ס"מ.

(השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)

א. מצאו את שטחי הריבועים הבנויים על צלעות המשולש.

ב. מה אורך הניצב השני?



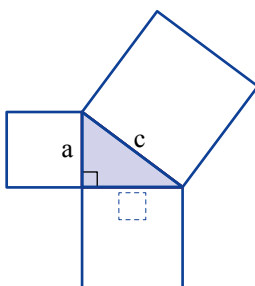
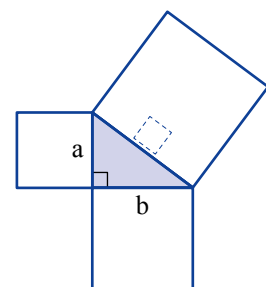
מציאת אורך היתר

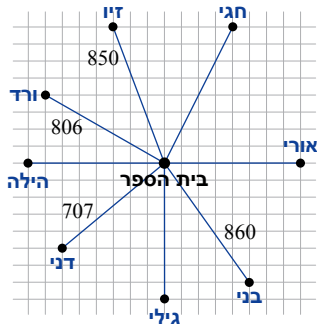
- מחשבים את השטחים של שני הריבועים הבנויים על הניצבים.
- באמצעות משפט פיתגורס, מחשבים את שטח הריבוע הבנוי על היתר.
- מוצאים את אורך היתר (באמצעות הפעולה $\sqrt{\quad}$).

מציאת אורך ניצב

- מחשבים את השטחים של שני הריבועים הבנויים על היתר ועל הניצב שאורכו נתון.
- באמצעות משפט פיתגורס, מחשבים את שטח הריבוע השלישי.
- מוצאים את אורך הניצב שאינו ידוע (באמצעות הפעולה $\sqrt{\quad}$).

$$a, b \text{ יחידות אורך, } a > 0, b > 0, c > 0$$





6. נחזור למשימת הפתיחה מהשיעור שעבר. במשימה בודקים את המרחקים מבתי התלמידים לבית-הספר. (אורך צלע של משבצת מייצג 100 מ'). חלק מהמרחקים רשומים בשרטוט (במטרים).
- א. מצאו את המרחקים שאינם רשומים.
- ב. איזה בית הוא הקרוב ביותר לבית-הספר? איזה בית הוא הרחוק ביותר מבית-הספר?



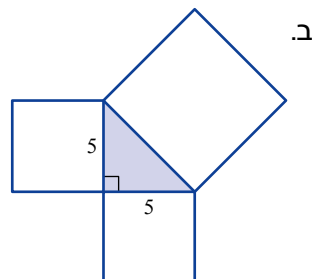
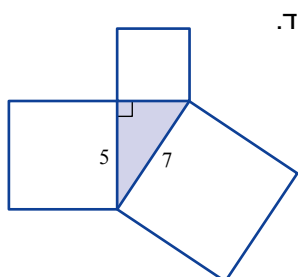
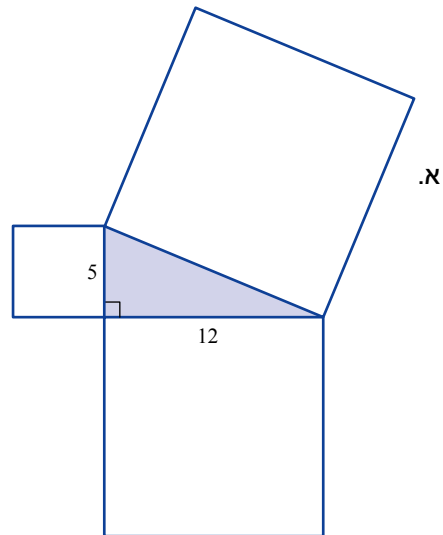
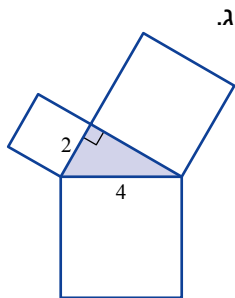
אוסף משימות

באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "חומרי למידה נוספים", תמצאו משימה חלופית למשימה 14 שבאוסף זה. המשימה מסומנת כאן ב-*, ומתחת לה רשום שם המשימה החלופית שבאתר.

במשימות הבאות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



1. בכל סעיף, חשבו את שטחי שלושת הריבועים והתאימו לכל משולש את אורך הצלע החסר.
- 13 ס"מ 7.07 ס"מ 4.9 ס"מ 3.46 ס"מ



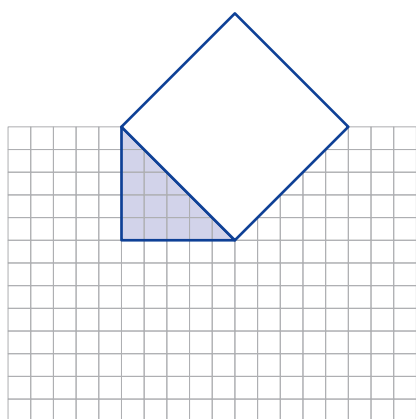


2. העתיקו את השרטוט על דף משובץ.

שרטטו ריבועים על ניצבי המשולש ישר-הזווית וחשבו את שטחם (ביחידות של שטח משבצת).

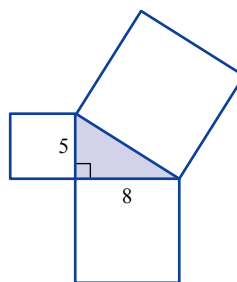
מה שטח הריבוע הבנוי על היתר?

מה אורך היתר (ביחידות אורך של צלע משבצת)?

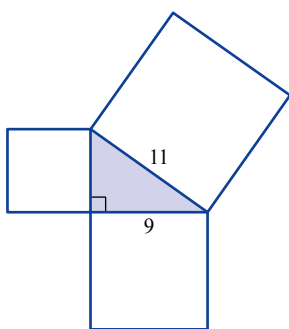


3. בכל סעיף, חשבו את שטחי הריבועים ואת אורך הצלע החסר במשולש ישר-זווית.

א.

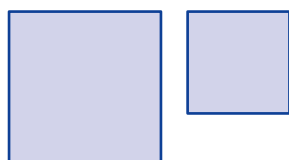


ב.

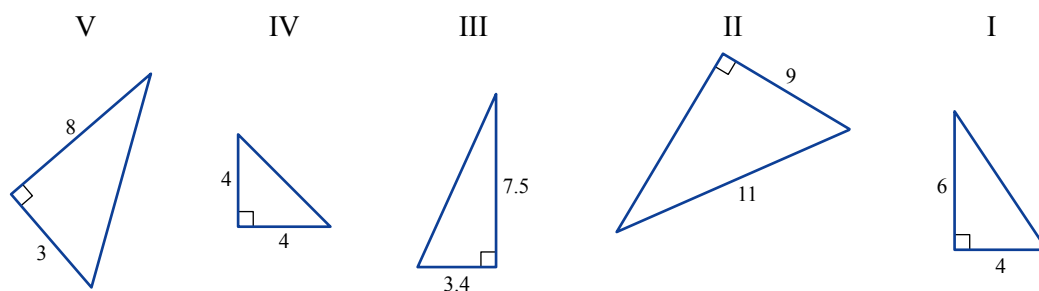


4. גזרו מדף משובץ שני ריבועים.

הציעו דרך לשרטוט ריבוע ששטחו שווה לסכום שטחי שני הריבועים. שרטטו את ריבוע הסכום.



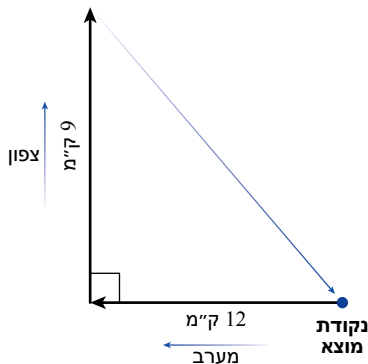
5. א. בכל משולש, חשבו את אורך הצלע החסר. (תוכלו לשרטט ריבועים על כל צלע ולהיעזר בשטחים).



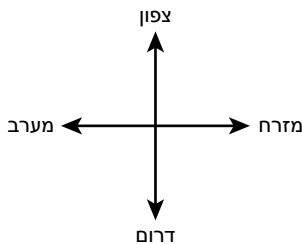
ב. חשבו את ההיקפים של המשולשים.



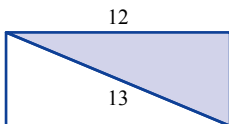
6. בכל סעיף, חשבו את אורך הצלע החסרה. (תוכלו לשרטט שרטוט מדגים עם ריבועים על הצלעות).
- אורך ניצב אחד 10 ס"מ, אורך ניצב שני 4 ס"מ.
 - אורך ניצב אחד 12 ס"מ, אורך היתר 20 ס"מ.
 - אורך ניצב אחד 5 ס"מ, היחס בין אורך היתר לאורך ניצב זה הוא 3.
 - המשולש הוא ישר-זווית ושווה-שוקיים, אורך כל ניצב 7 ס"מ.



7. **מיכל וענת** מתאמנות לקראת גיוסן לצה"ל. הן יצאו למסע וצעדו 12 ק"מ מערבה ואחר-כך 9 ק"מ צפונה. לבסוף חזרו לנקודת המוצא בקו ישר. (ראו שרטוט מדגים).
- כמה ק"מ צעדו **מיכל וענת** בדרכן חזרה? (שרטטו ריבועים על צלעות המשולש).
 - כמה ק"מ צעדו **מיכל וענת** במהלך כל המסע?



8. שתי קבוצות ילדים יצאו לטיול. קבוצה אחת נסעה מערבה ועברה מרחק של 45 ק"מ. קבוצה שנייה נסעה דרומה ועברה מרחק של 60 ק"מ.
- שרטטו שרטוט מתאים.
 - מהו המרחק בין שתי הקבוצות?



9. לפניכם שרטוט של מלבן ובו צבוע משולש. בכל סעיף, הקיפו תשובה נכונה.
- אורך הצלע השנייה של המלבן:

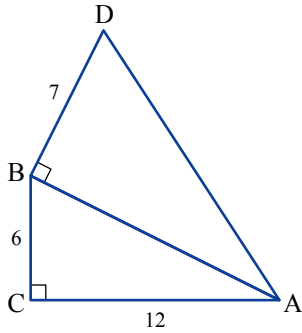
25 ס"מ	1 ס"מ	5 ס"מ	6 ס"מ
--------	-------	-------	-------
 - שטח המלבן:

270 סמ"ר	30 סמ"ר	60 סמ"ר	25 סמ"ר
----------	---------	---------	---------
 - שטח המשולש הצבוע:

60 סמ"ר	30 סמ"ר	25 סמ"ר	17 סמ"ר
---------	---------	---------	---------
 - היקף המלבן:

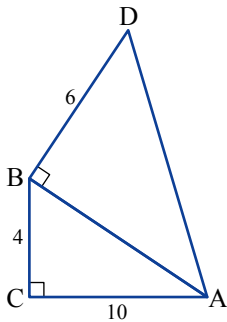
17 סמ"ר	34 סמ"ר	25 סמ"ר	30 סמ"ר
---------	---------	---------	---------
 - היקף המשולש הצבוע:

17 ס"מ	25 ס"מ	30 ס"מ	15 ס"מ
--------	--------	--------	--------



10. על היתר של משולש ישר-זווית ABC בָּנוּ משולש ישר-זווית נוסף.

- א. חֲשֹבו את אורך הצלע BA.
- ב. חֲשֹבו את אורך הצלע AD.
- ג. חֲשֹבו את שטחי המשולשים.
- ד. חֲשֹבו את שטח המרובע ADBC.



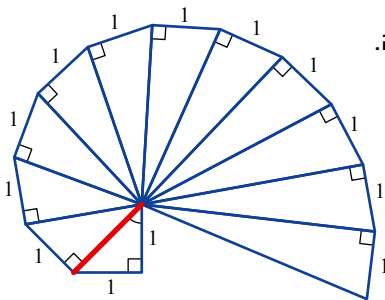
11. על היתר של משולש ישר-זווית בָּנוּ משולש ישר-זווית נוסף.

- א. חֲשֹבו את אורך הצלע AD.
- ב. חֲשֹבו את שטח המרובע ADBC.



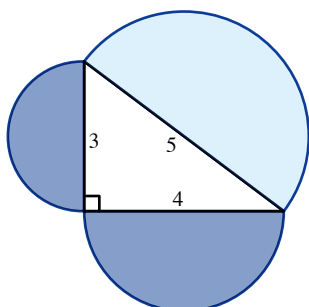
12. א. שְׂרַטְטוּ שני משולשים ישרי-זווית חופפים, שאורכי הניצבים שלהם 6 ס"מ ו-8 ס"מ.

- גִזְרוּ את המשולשים, הצמידו צלע שווה של שני המשולשים, וְצַרו צורות שונות.
- ב. חֲשֹבו את השטח של כל צורה.
- ג. חֲשֹבו את ההיקף של כל צורה.



13. ה"קונכייה" בשרטוט מורכבת ממשולשים ישרי-זווית המחוברים זה לזה.

- א. חֲשֹבו את אורך היתר הצבוע באדום.
- ב. מהו אורך היתר במשולש האחרון המשורטט?
- ג. בונים קונכייה מ- n משולשים (מ מספר טבעי). מהו אורך היתר במשולש האחרון?



14* חֲשֹבו את השטחים של חצאי העיגולים הבנויים על צלעות המשולש

- ישר-הזווית.
- האם סכום שטחי חצאי העיגולים הבנויים על הניצבים שווה לשטח חצי העיגול הבנוי על היתר?
- אם כן, הסבירו מדוע.

שם המשימה החלופית באתר: חצאי מעגלים על צלעות משולש ישר-זווית.



שיעור 3. משפט פיתגורס במלבן

רותי ועידן מתחתנים.

הם התלבטו בין שתי ההזמנות המפורטות (השרטוטים הם להדגמה).

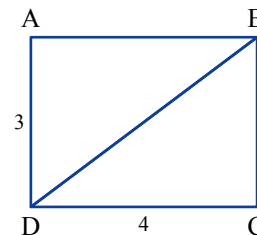
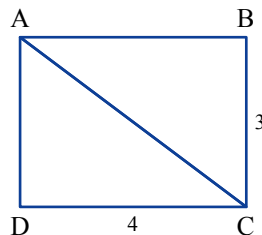


רותי העדיפה את ההזמנה הריבועית, שבה אורך כל צלע 14 ס"מ.
עידן העדיף את ההזמנה המלבנית שאורכי צלעותיה 16 ס"מ ו-12 ס"מ.
 בהמשך נעזור לרותי ולעידן לבחור את ההזמנה.
נחקור מלבנים ונשתמש במשפט פיתגורס לחישובים.

במשימות בשיעור ובאוסף המשימות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.

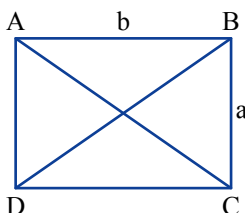
1. לפינים שרטוטים של מלבנים. (השרטוטים להדגמה, מידות האורך נתונות בס"מ).

א. חשבו את אורך האלכסון DB. ב. חשבו את אורך אלכסון AC.



2. לפינים שרטוטים של מלבנים של a , ו- b אורכי הצלעות, $(a > 0, b > 0)$.

א. בטאו את אורכי האלכסונים BD ו- AC של המלבן (באמצעות a ו- b).
 ב. איזו תכונה של אלכסוני המלבן הוכחתם בסעיף הקודם?





הוכחנו באמצעות משפט פיתגורס, שהאלכסונים במלבן שווים באורכם.



3. נחזור למשימת הפתיחה.

שתי ההזמנות מקושטות בסרט זהוב מלפנים.

מחיר ההזמנה נקבע לפי אורך הסרט הזהב. מחיר מטר אחד של סרט 20 שקלים.

רותי ועידן בחרו את ההזמנה שמחירה נמוך יותר.

איזו הזמנה הם בחרו? הסבירו.

14



16



12



4. באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תמצאו את הפעילות "אלכסון קבוע במלבן".

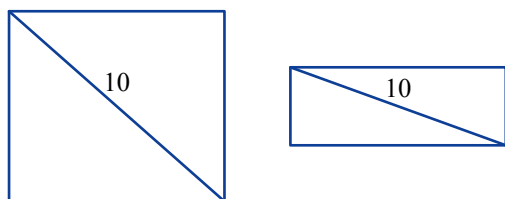
בפעילות תחקרו את השתנות אורכי הצלעות במלבנים שבהם אורך האלכסון קבוע.

בצעו את הפעילות על-פי ההוראות.





5. נתונים מלבנים שאורך האלכסון שלהם הוא 10 ס"מ.

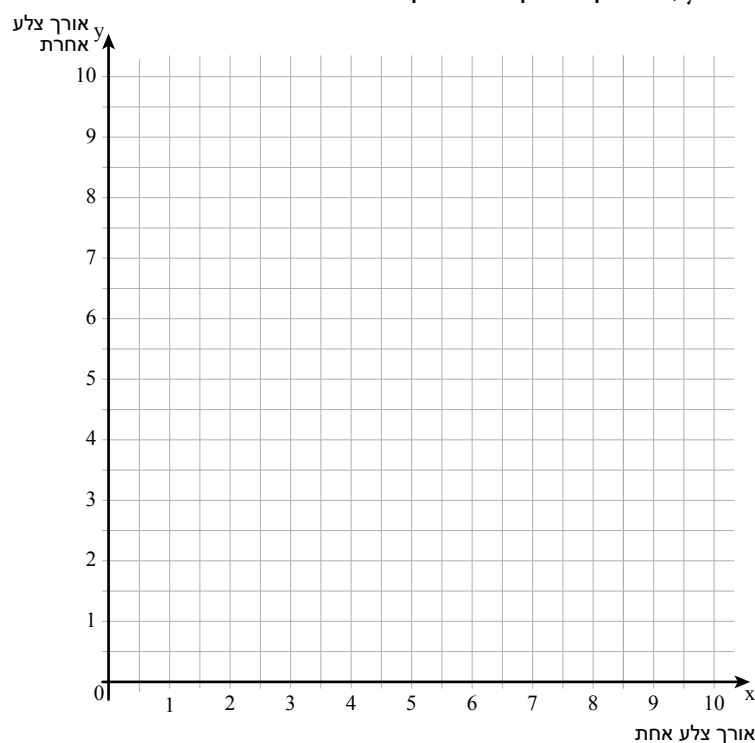


א. העתיקו את הטבלה והשלימו.

צלע אחת	1	2	3	4	5	6	7	9
צלע אחרת	9.9	9.8	9.5		8.7		7.1	4.4

ב. העתיקו את מערכת הצירים.

היעזרו בנקודות שבטבלה, ושרטטו את גרף הפונקציה המתארת את הקשר בין אורך צלע אחת x ($x > 0$) לאורך הצלע האחרת y ($y > 0$), במלבן שאורך האלכסון שלו 10 ס"מ.



ג. מצאו באמצעות הגרף מהם בערך, שיעורי הנקודות:

$(0.5, \quad)$, $(8, \quad)$, $(9.5, \quad)$

ד. האם הנקודות:

$(10, 0)$, $(0, 10)$ נמצאות על

הגרף המתאים לתנאי הבעיה? הסבירו.



6. א. שרטטו על דף משובץ, ריבוע שאורך

האלכסון שלו $\sqrt{50}$ ס"מ. (היעזרו בשרטוטים לדוגמה.)

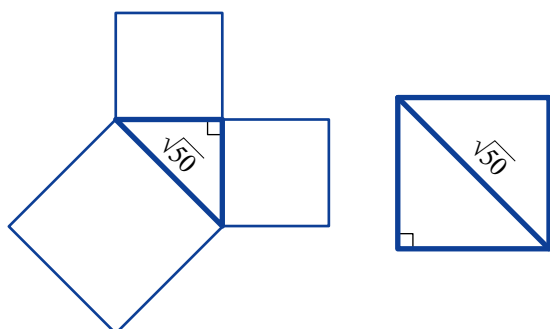
מה אורך צלע הריבוע ששרטטתם?

האם יש עוד ריבועים שלהם אלכסון באותו אורך?

ב. שרטטו מלבן שאינו ריבוע, שאורך אלכסונו $\sqrt{50}$

ואורכי צלעותיו מספרים שלמים.

מהם אורכי צלעות המלבן ששרטטתם?





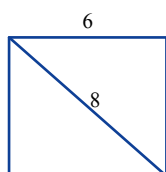
באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תמצאו משימה חלופית למשימה 7 שבאוסף זה. המשימה מסומנת כאן ב-*, ומתחת לה רשום שם המשימה החלופית שבאתר.



1. לפיכך מלבן שבו נתונים אורך אחת הצלעות ואורך האלכסון.

א. חשבו את אורך הצלע החסר במלבן.

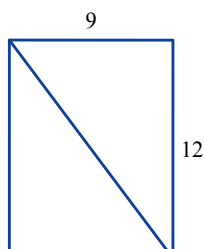
ב. חשבו את שטח המלבן.



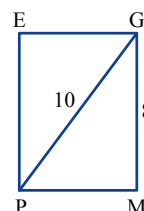
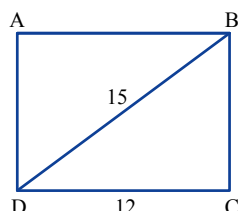
2. לפיכך מלבן שבו נתונים אורכי הניצבים.

א. חשבו את אורך אלכסון המלבן.

ב. מה היחס בין אורך האלכסון ובין אורך הצלע הארוכה?



3. בשרטוט שני מלבנים.



א. בכל מלבן, חשבו את אורך הצלע החסר ואת שטח המלבן.

ב. פי כמה גדול שטח מלבן ABCD משטח מלבן EGMN?



4. שטחו של מלבן 360 סמ"ר. אורך אחת הצלעות 9 ס"מ.

א. חשבו את אורך הצלע האחרת.

ב. חשבו את אורך האלכסון.





5. שטחו של מלבן 168 סמ"ר. אורך אחת הצלעות 24 ס"מ.



חשבו את אורך אלכסון המלבן.



6. מהו אורך אלכסון של ריבוע ששטחו 100 סמ"ר?



*7. נתונים מלבנים שבהם צלע באורך 3 ס"מ.

א. העתיקו את הטבלה והשלימו.

צלע אחרת (x)	1	2	2.5	3	4	5	6	6.5	9	10
אלכסון (y)	3.1	3.6	3.9			5.8		7.2		10.4

ב. היעזרו בנקודות שבטבלה, ושרטטו את גרף הפונקציה המתארת את הקשר בין האלכסון y ($y > 0$) לאורך הצלע x ($x > 0$).

ג. מצאו באמצעות הגרף מהם, בערך, שיעורי הנקודות: $(0.5, \quad)$, $(8, \dots)$, $(9.5, \quad)$.

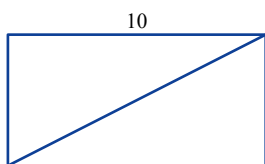
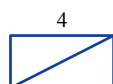
שם המשימה החלופית באתר: אלכסון לפי צלע של מלבן.



8. בכל סעיף, חשבו את היקף המלבן.

א. אורך האלכסון גדול פי שתיים מאורך הצלע הנתונה.

ב. היחס בין אורך הצלע הנתונה לאורך האלכסון הוא 2:3

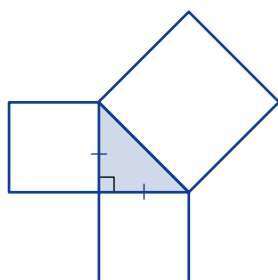


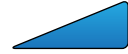
9. אורך היתר של משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים הוא $\sqrt{32}$ ס"מ.

א. מה שטח הריבוע הבנוי על היתר?

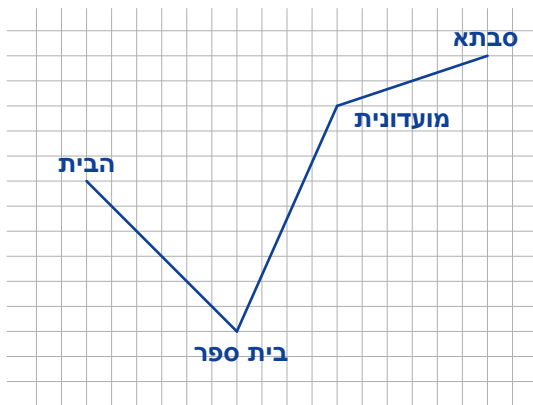
ב. מה שטח הריבוע הבנוי על כל אחד מהניצבים?

ג. מה אורך כל ניצב?





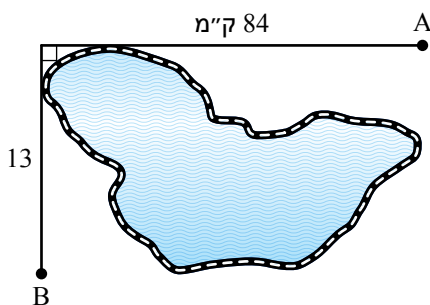
10. א. שרטטו על דף משובץ ריבוע שאורך אלכסונו $\sqrt{98}$ יחידות אורך משבצת, ואורכי צלעותיו מספרים שלמים. מה אורך צלע הריבוע ששרטטתם?
האם יש ריבועים אחרים שלהם אלכסון באותו אורך?
- ב. שרטטו על דף משובץ מלבן שאינו ריבוע, שאורך אלכסונו $\sqrt{85}$ יחידות אורך משבצת, ואורכי צלעותיו מספרים שלמים.
מהם אורכי הצלעות המלבן ששרטטתם?
האם יש מלבנים אחרים שלהם אלכסון באותו אורך, ואורכי הצלעות שהם מספרים שלמים?



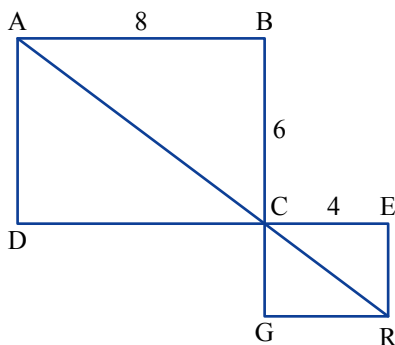
11. בכל יום אחרי הלימודים הולך ניר למועדונית, ומשם לסבתא שלו. מסלול ההליכה של ניר מתואר בשרטוט. חשבו את אורך מסלול ההליכה היומי של ניר (ביחידות של אורך צלע משבצת).



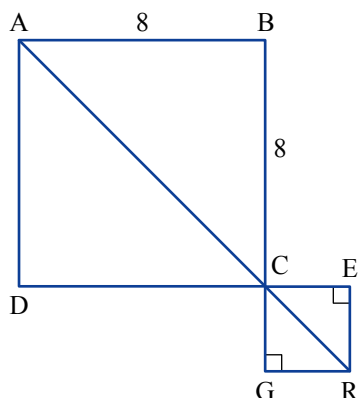
12. בין שני מקומות המסומנים ב-A ו-B נמצא אגם. (ראו שרטוט מדגים). כדי להגיע מ-A ל-B סללו כביש העוקף את האגם ויוצר זווית ישרה. לימים הוחלט לבנות גשר על-פני האגם, אשר יחבר את שני המקומות A ו-B בקו ישר.



- א. מה אורך הגשר?
ב. בכמה ק"מ קצרה הדרך החדשה מהדרך הישנה?



13. בשרטוט שני מלבנים שלהם קודקוד משותף C. הקטע AR עובר דרך C.
א. חשבו את AC.
ב. $AR = 15$ ס"מ, חשבו את CR.
ג. חשבו את אורך הצלע RE.



14. בשרטוט שני ריבועים שלהם קודקוד משותף C.

$$AB = 8 \text{ ס"מ}$$

הקטע AR עובר דרך C.

$$AR = 16 \text{ ס"מ}$$

חשבו את אורך צלע הריבוע CERG.



15. המלבן שבשרטוט מחולק לשלושה חלקים שווי-שטח.

א. מה שטח המלבן?

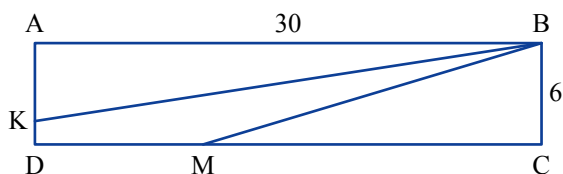
ב. חשבו את השטח של כל אחד משלושת החלקים.

ג. היעזרו בסעיף ב, וחשבו את אורך MC,

ואת אורך AK.

ד. חשבו את אורך BM, ואת אורך BK.

ה. חשבו את היקף המרובע KBMD.



16. הקטעים שבשרטוט הם אלכסונים של שלושה מרובעים.

א. העתיקו את השרטוט על דף משובץ, ושרטטו את המרובעים.

ב. בכל אחד מהמרובעים ששרטטתם שני משולשים

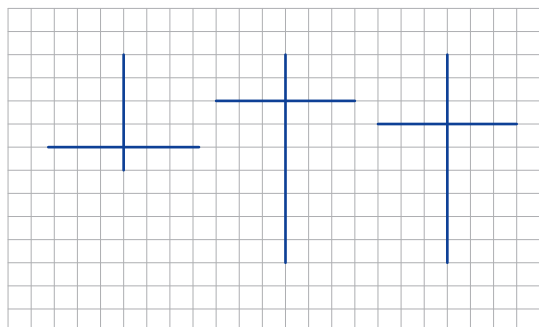
שווי-שוקיים

בעלי בסיס משותף.

(מרובעים כאלה נקראים **דלתונים**.)

חשבו את השטח של כל מרובע.

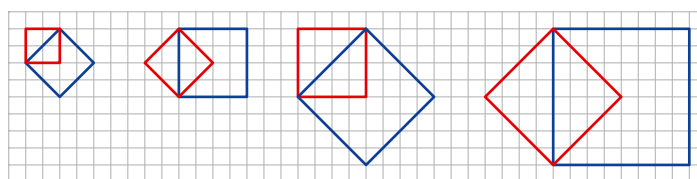
ג. חשבו את אורכי הצלעות של כל מרובע.



17. לפניכם סדרה של ריבועים. כל ריבוע בנוי על אלכסון הריבוע הקודם.

א. חשבו את אורכי הצלעות של כל אחד מהריבועים (ביחידות אורך של צלע משבצת).

אם אורך הצלע אינו מספר שלם, תוכלו לבטא אותו בכתוב שורשים, למשל $\sqrt{8}$



ב. חשבו את השטח של כל ריבוע.

ג. מהו אורך צלע הריבוע הבא בסדרת הריבועים האדומים? מה שטחו?

שיעור 4. משפט פיתגורס ודמיון

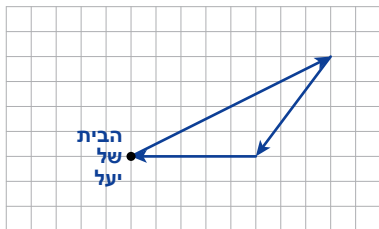


לקראת יום העצמאות קישטו בשרשרת דגלים את בניין הסוכנות היהודית בתל-אביב.

קבעו את הקצה העליון של השרשרת בפינת הגג של החלק העליון, וחיזקו את השרשרת בפינת הגג של החלק התחתון. את קצה השרשרת קשרו ליתד הנעוצה באדמה (ראו תמונה). חשבו את אורך שרשרת הדגלים לפי המידות הנתונות.

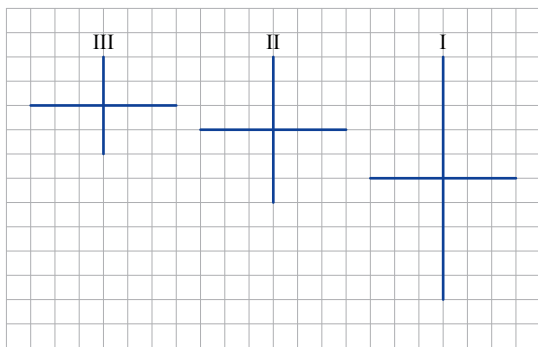
נעסוק בחישובים נוספים בעזרת משפט פיתגורס.

במשימות בשיעור ובאוסף המשימות השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



1. יעל מתאמנת בריצה.

לפניכם שרטוט המדגים את מסלול ריצתה. כל צלע משבצת מייצגת מרחק של 1 ק"מ. חשבו את אורך המסלול.



2. הקווים שבשרטוט הם אלכסונים של שלושה מרובעים.

א. העתיקו את השרטוט על דף משובץ, ושרטטו את המרובעים.

ב. הסבירו מדוע בכל מרובע, כל הצלעות שוות.

ג. חשבו את אורך הצלע של כל מרובע.

ד. חשבו את השטח של כל מרובע.



תזכורת: מרובע שכל צלעותיו שוות נקרא **מעוין**.



נעזרנו ב**משפט פיתגורס** לחישובי אורכים בצורות הנדסיות במישור.



3. היחס בין אורכי צלעות הריבועים שבשרטוט הוא 2:3

א. תנו דוגמה לאורכים של צלעות היוצרים יחס של 2:3.

חשבו את שטחי הריבועים ואת היחס בין השטחים במקרה זה.

ב. תנו דוגמה אחרת לאורכים של צלעות היוצרים יחס של 2:3.

חשבו את שטחי הריבועים ואת היחס בין השטחים.

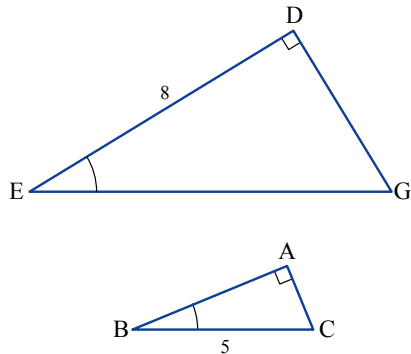
ג. האם יש קשר בין יחס אורכי הצלעות של הריבועים, ליחס השטחים שלהם?

אם כן, מהו הקשר?



תזכורת: יחס השטחים של מצולעים דומים, הוא כריבוע היחס של אורכי הצלעות (כלומר, כריבוע יחס הדמיון).

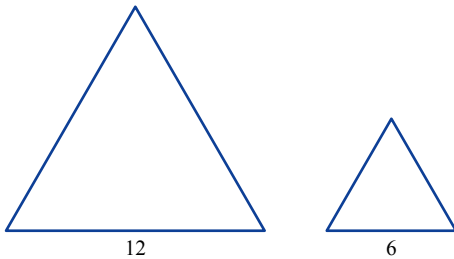
4. המשולשים ABC , DEF הם משולשים ישרי-זווית הדומים זה לזה. יחס הדמיון הוא $2:1$



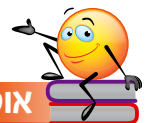
- היעזרו ביחס הדמיון ומצאו את אורך הצלע AB .
- חשבו את אורך הצלע AC .
- חשבו את אורכי הצלעות במשולש DEF .
- מה היחס בין השטחים של שני המשולשים?
- בדקו על-ידי חישוב השטחים.



5. בשרטוט שני משולשים שווי-צלעות.

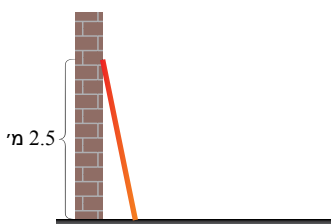


- האם המשולשים דומים? הסבירו.
- שרטטו את המשולשים ושרטטו גובה לאחת הצלעות בכל משולש.
- חשבו את הגבהים ואת שטחי המשולשים.
- מהו יחס השטחים?



אוסף משימות

באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תמצאו משימה חלופית למשימה 2 שבאוסף זה. המשימה מסומנת כאן ב-*, ומתחת לה רשום שם המשימה החלופית שבאתר.



1. סולם נשען על הקיר. רגלי הסולם נמצאות במרחק 0.5 מטר מהקיר, וראשו בגובה 2.5 מטר. (ראו שרטוט מדגים). חשבו את אורך הסולם.



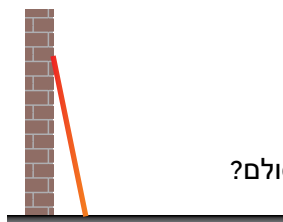
2.* סולם נשען על הקיר. רגלי הסולם נמצאות במרחק 50 ס"מ מהקיר,

וראשו בגובה 2.5 מטר. (ראו שרטוט מדגים).

(תזכורת: 1 מטר = 100 ס"מ)

א. חשבו את אורך הסולם.

ב. הסולם החליק, ורגליו עתה במרחק של 60 ס"מ מהקיר. לאיזה גובה מגיע הסולם?



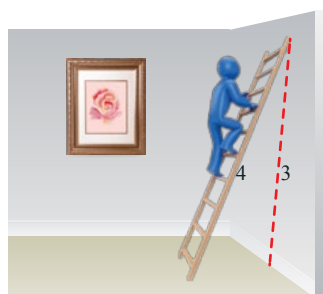
שם המשימה החלופית באתר: סולם מחליק.



3. במשולש ישר-זווית, אורך ניצב אחד הוא 8 ס"מ.

אורך היתר גדול פי 3 מאורך הניצב השני.

מצאו את אורך היתר ואת אורך הניצב השני.



4. רוצים לתלות תמונה על קיר בגלריה.

לשם כך, נעזרים בסולם באורך של 4 מ'.

מציבים את ראש הסולם בגובה של 3 מ' מהקרקע.

א. באיזה מרחק מהקיר יש להציב את רגלי הסולם?
שרטטו משולש מדגים.

ב. רוצים להנמיך את ראש הסולם בחצי מטר.
באיזה מרחק מהקיר יש להניח עתה את הסולם?
שרטטו משולש מדגים.



5. אורך צלע הריבוע החיצוני 6 ס"מ.

הריבוע הפנימי מחבר את אמצעי הצלעות הריבוע החיצוני.

א. מצאו את אורך צלע הריבוע הפנימי.

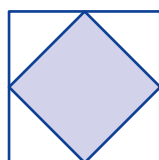
ב. פי כמה גדול אורך הצלע של הריבוע החיצוני מאורך הצלע של הריבוע הפנימי?

ג. מצאו את השטחים של שני הריבועים. פי כמה גדול שטח הריבוע החיצוני משטח הריבוע הפנימי?

ד. הריבועים דומים. הסבירו.

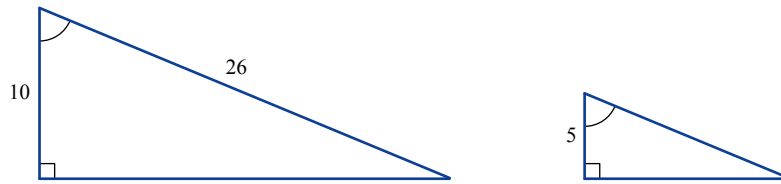
ה. למדנו כי היחס של שטחי צורות דומות הוא כריבוע יחס הצלעות.

בדקו אם תשובותיכם לסעיפים הקודמים מתאימות לטענה.

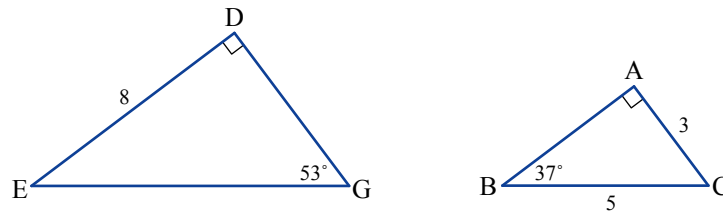




6. בשרטוט משולשים דומים. הזוויות השוות צבועות באותו צבע. חשבו את אורכי הצלעות החסרים.



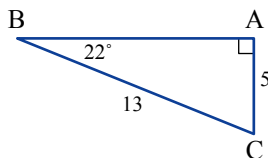
7. א. חשבו אורך הצלע AB ב- $\triangle ABC$.



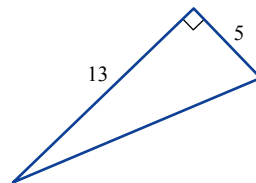
ב. האם המשולשים דומים? הסבירו.
 אם כן, קשמו את יחס הדמיון.
 ג. חשבו את אורכי הצלעות של משולש EDF.



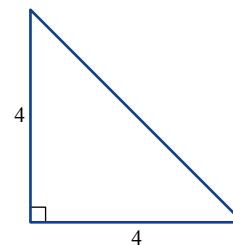
8. א. איזה משלושת המשולשים (I, II, III) דומה למשולש ABC? הסבירו.



III

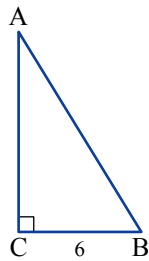
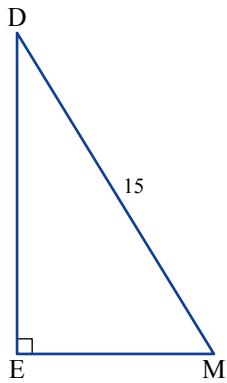


II



I

ב. מצאו את אורכי הצלעות המשולש הדומה, וקשמו את יחס הדמיון.



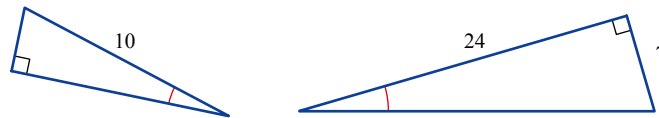
9. משולש DEM הוא הגדלה פי 1.5 של $\triangle ACB$.

א. מצאו את אורך הצלע AB.

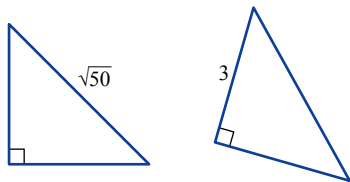
ב. חשבו את אורכי שאר הצלעות במשולשים ACB ו-DEM.



10. המשולשים בשרטוט דומים. הזוויות השוות צבועות באותו צבע.



חשבו את אורכי הצלעות החסרים.

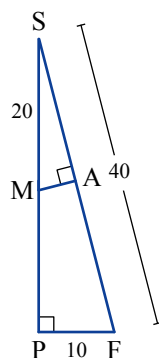


11. בשרטוט שני משולשים ישרי-זווית ושווי-שוקיים.

א. האם המשולשים דומים? הסבירו. אם כן, חשבו את יחס הדמיון.

ב. תנו דוגמה למידות של משולש שווה-שוקיים וישר-זווית.

האם משולש זה דומה למשולשים שבשרטוט? הסבירו.



12. נתון: משולש ישר-זווית, $SF \perp AM$,

(השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ).

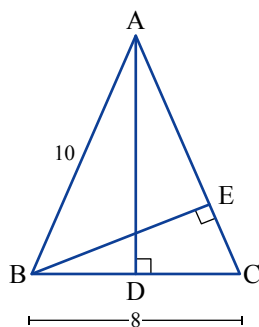
א. האם המשולשים SFP, SMA דומים? הסבירו.

אם כן, חשבו את יחס הצלעות המתאימות.

ב. חשבו את אורך AM.

ג. חשבו את אורך הצלע SA במשולש SMA.

ד. חשבו את אורך הצלע SP במשולש SFP.



13. משולש ABC שווה-שוקיים ($AC = AB$)

AD גובה לבסיס, BE גובה לשוק.

א. מצאו משולש דומה למשולש BEC (רשמו בעזרת הסימן \sim)

ב. האם יש בשרטוט זוג משולשים חופפים? הסבירו.

ג. חשבו את אורך AD .

ד. היעזרו בשוויון היחסים בין אורכי הצלעות של המשולשים הדומים, שהתקבלו בסעיף א,

וחשבו את אורכי שאר הצלעות של $\triangle BEC$.



14. א. רשמו את אורכי הצלעות של המלבן הכחול שבשרטוט, וחשבו את אורכי צלעות המלבן האדום.

(ביחידות של אורך צלע משבצת).

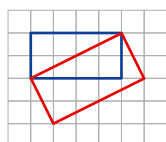
אם אורך צלע אינו מספר שלם, תוכלו לבטא אותו בכתיב שורשים (למשל, $\sqrt{8}$).

האם המלבנים דומים?

אם כן, מה היחס בין אורכי הצלעות המתאימות?

מה היחס בין שטחי המלבנים?

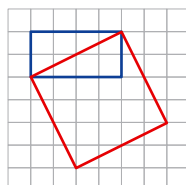
האם היחס בין השטחים שווה לריבוע היחס בין אורכי הצלעות?



ב. רשמו את אורכי הצלעות של המלבן הכחול שבשרטוט, וחשבו את אורכי צלעות המלבן האדום.

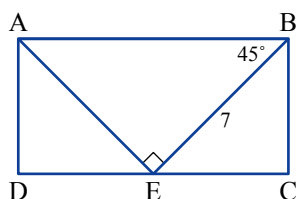
האם המלבנים דומים?

אם כן, מה היחס בין אורכי הצלעות המתאימות?



15. לפניכם מלבן.

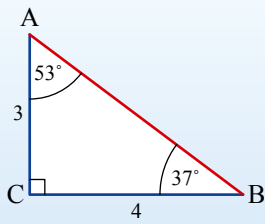
חשבו את שטח המלבן לפי הנתונים.



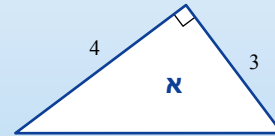
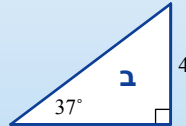
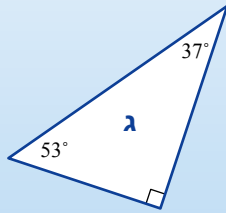
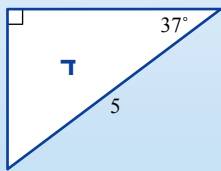
16. א. אורך צלע של ריבוע 8 ס"מ. חשבו את אורך האלכסון.

ב. האם תוכלו למצוא ריבוע, שאורך הצלע שלו ואורך האלכסון שלו הם מספרים שלמים? הסבירו.

שיעור 5. חפיפה של משולשים ישרי-זווית



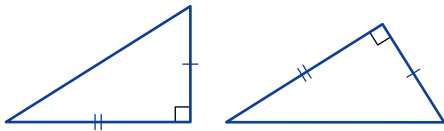
נתון $\triangle ABC$ וארבעה משולשים נוספים.
(השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.)
קבעו לכל משולש אם אפשר להסיק לפי הנתונים שהוא חופף ל- $\triangle ABC$.
נמקו.



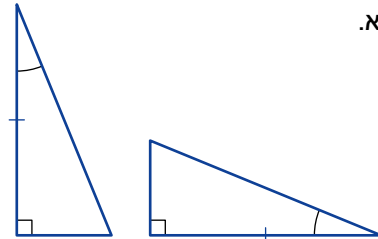
נעסוק בחפיפת משולשים ישרי-זווית, ונלמד משפט חפיפה נוסף.

- 1.** לפניכם זוגות של משולשים ישרי-זווית. גדלים שווים מסומנים באותו סימון. בכל סעיף, קבעו אם אפשר להסיק לפי הנתונים המסומנים, שהמשולשים חופפים. אם כן, ציינו לפי איזה משפט.

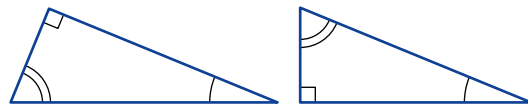
ג.



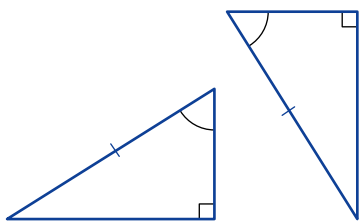
א.



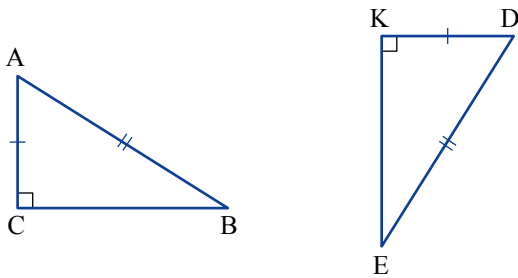
ב.



ד.



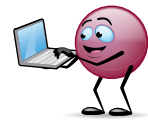
- 2.** המורה ביקש לשרטט באמצעות סרגל וזווית ישרה, משולש ישר-זווית שבו אורך אחד הניצבים הוא 5 ס"מ ואורך היתר 6.5 ס"מ.
יעל אמרה: חישבתי את אורך הניצב השני. כך אוכל לשרטט, לפי שני הניצבים והזווית הישרה שביניהם. שרטטו את המשולש לפי הצעתה של **יעל**.



3. לפניכם שני משולשים ישרי-זווית השווים באורך אחד הניצבים ובאורך היתר.
- א. קְשְׁמו את הנתונים בכתיב מתמטי.
- ב. הסבירו מדוע $BC = EK$.
- ג. הסבירו מדוע מתקיים: $\triangle ABC \cong \triangle DEK$.



משפט: אם שני משולשים ישרי-זווית שווים באורך היתר ובאורך אחד הניצבים, אז המשולשים חופפים.

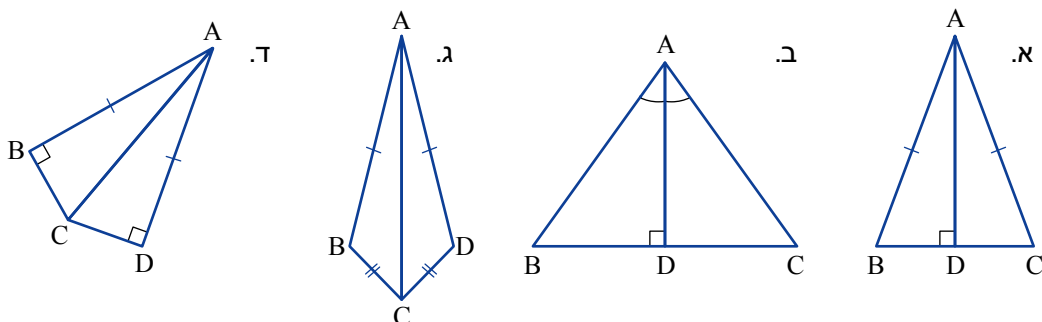


4. באתר "מתמטיקה משולבת" במדור "פעילויות באמצעות מחשב" תמצאו את הפעילות "משולש ישר-זווית לפי ניצב ויתר". במהלך הפעילות תבנו משולש ישר-זווית השווה באורך ניצב ובאורך היתר, למשולש ישר-זווית נתון, ותבדקו אם המשולשים חופפים. בצעו את הפעילות על-פי ההוראות.



5. **נעמי** אמרה: אני יכולה לשרטט את המשולש ישר-הזווית שבו אורך ניצב אחד 5 ס"מ, ואורך היתר 6.5 ס"מ, ללא חישוב אורך הניצב השני. שרטטו או תארו את שלבי השרטוט של **נעמי**.

6. בכל שרטוט מסומנים נתונים. קְשְׁמו שלושה שוויונות לפיהם אפשר להסיק שהמשולשים בשרטוט חופפים. קְשְׁמו את החפיפה ואת משפט החפיפה המתאים.

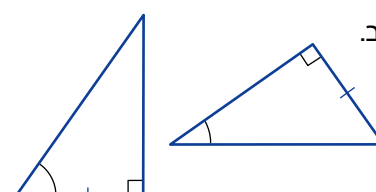
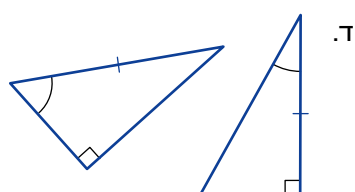
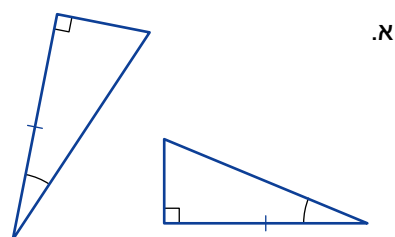
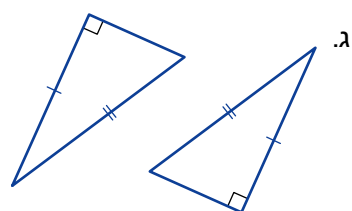




באתר "מתמטיקה משולבת", במדור "פעילויות באמצעות מחשב", תמצאו משימה חלופית למשימה 8 שבאוסף זה. המשימה מסומנת כאן ב-*, ומתחת לה רשום שם המשימה החלופית שבאתר.



1. בכל סעיף, קבעו אם אפשר להסיק לפי הנתונים שהמשולשים המשורטטים חופפים. אם כן, ציינו על-סמך איזה משפט. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

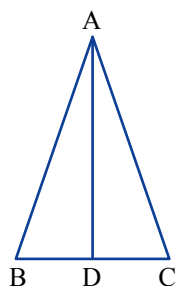


2. א. נתון: $AB = AC$

$AD \perp BC$

האם אפשר להסיק כי $\triangle ADB \cong \triangle ADC$?

אם כן, על-סמך איזה משפט. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

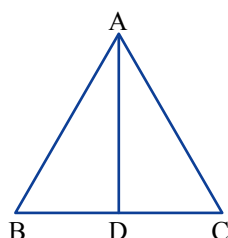


ב. נתון: $BC = AB$

$AD \perp BC$

האם אפשר להסיק כי $\triangle ADB \cong \triangle ADC$?

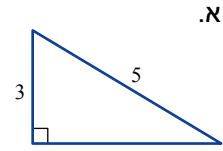
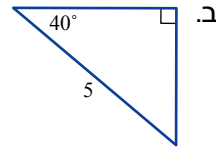
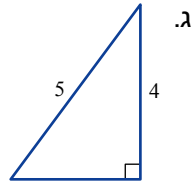
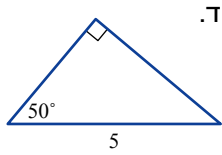
אם כן, על סמך איזה משפט. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.



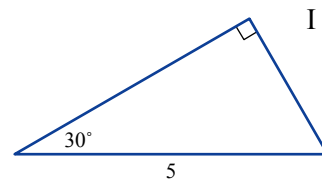
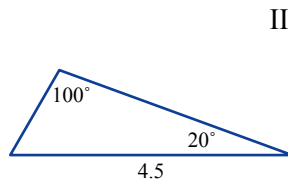
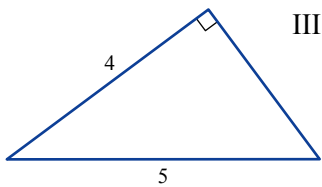
במשימות 3 ו-4 השרטוטים הם להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ.



3. זהו משולשים חופפים על-סמך הנתונים הרשומים בשרטוטים. הסבירו.



4. א. בכל משולש, מצאו גודל נוסף שאפשר לחשב בעזרת הנתונים.



ב. הסתמכו על הגודל הנוסף שחישבתם, ושרטטו באמצעות סרגל ומד-זווית, משולש חופף לכל משולש.

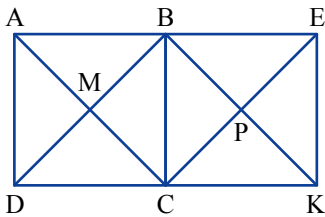


5. בשרטוט שני ריבועים צמודים והאלכסונים שלהם.

א. הסבירו מדוע הריבועים חופפים.

ב. מצאו בשרטוט שני זוגות של משולשים ישרי-זווית חופפים, ורשמו אותם.

ג. מצאו בשרטוט שלושה משולשים ישרי-זווית שאינם חופפים, ורשמו אותם.



6. התייחסו לשרטוט ולנתונים במשימה 5, ורשמו שלושה תנאים המוכיחים כי $\triangle BAD \cong \triangle BEK$



7. התייחסו לשרטוט ולנתונים במשימה 5, ורשמו שלושה תנאים המוכיחים כי $\triangle DBK \cong \triangle ACE$



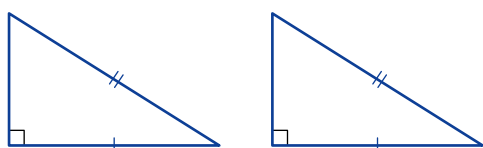
8* בכל סעיף, בנו משולש ישר-זווית לפי הנתונים. היעזרו בסרגל, במד-זווית, ובמחוגה.

- אורכי הניצבים 4 ס"מ ו- 5 ס"מ.
- אורך אחד הניצבים 3 ס"מ, וגודל הזווית החדה שלידו 60° .
- אורך היתר 5 ס"מ, וגודל הזווית החדה שלידו 35° .
- אורך אחד הניצבים 4 ס"מ, ואורך היתר 6 ס"מ.

שם המשימה החלופית באתר: בניית משולשים ישרי-זווית.



9 נתונים שני משולשים ישרי-זווית השווים בניצב וביתר.



- כמה משולשים שאינם חופפים, אפשר ליצור על-ידי הצמדת צלעות שוות של שני המשולשים? שרטטו אותם.
- כמה מרובעים שאינם חופפים, אפשר ליצור על-ידי הצמדת צלעות שוות של שני המשולשים? שרטטו אותם.

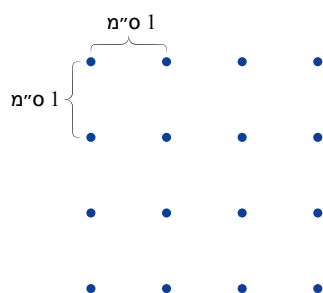


10 נתונים שני משולשים ישרי-זווית השווים בניצב וביתר.

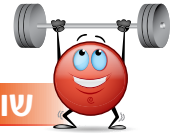
- כשמצמידים את היתר של משולש אחד ליתר של המשולש האחר, יכולים להתקבל שני מרובעים. מה שמם?
- באחד משני המרובעים היתר המשותף חוצה שתי זוויות של המרובע. באיזה מהם? הסבירו.
- הוכיחו כי המרובע השני שהתקבל הוא מלבן.



11 העתיקו מספר פעמים את השריג שלפניכם (בשריג נקודות 4×4).



- שרטטו ריבועים שונים שקודקודיהם בנקודות השריג. כמה ריבועים שונים מצאתם?
- מצאו את השטח של כל ריבוע בסמ"ר. (בחלק מהריבועים יש להיעזר במשפט פיתגורס.)



בעיות מילוליות במשתנה אחד

- 1.** בחרתי מספר. כפלתי אותו ב- 4. קיבלתי 60.
א. קשמו משוואה מתאימה.
ב. הייתכן שהמספר שבחרתי הוא: 15 ? 40 ? 30 ? הסבירו.
- 2.** בחרתי מספר. הוספתי לו 3. את הסכום כפלתי ב- 2. קיבלתי 20.
א. קשמו משוואה מתאימה.
ב. הייתכן שהמספר שבחרתי הוא: 14 ? 7 ? 0 ? -7 ?
- 3.** בחרתי מספר וכפלתי אותו ב- 3. למכפלה הוספתי 5.
מהסכום שהתקבל חיסרתי פעמיים את המספר שבחרתי. קיבלתי 5.
א. קשמו משוואה מתאימה.
ב. קשמו משוואה פשוטה יותר ומצאו את המספר שבחרתי.
- 4.** נתונה המשוואה $2x - 5 - x = 0$
ספרו "סיפור" מתאים למשוואה ומצאו מהו המספר שבחרתי.
- 5.** בחרתי מספר. כפלתי אותו ב- 2. מהמכפלה חיסרתי את פעמיים המספר הקטן ב- 10, מהמספר שבחרתי. קיבלתי מספר שהוא גדול פי 5 מהמספר שבחרתי. איזה מספר בחרתי? הסבירו.
- 6.** מספר התלמידים שנרשמו לחוג שחמט גדול פי 2 ממספר הנרשמים לחוג דרמה. לאחר המפגש הראשון, עברו 8 תלמידים מחוג שחמט לחוג דרמה, ואז היה מספר התלמידים בחוג דרמה גדול פי 1.5 ממספר התלמידים בחוג השחמט. כמה תלמידים נרשמו לכל חוג בהתחלה?
- 7.** מר הלוי שכר דירה. הוא התלבט אם להתקין בדירה דוד שמש לחימום המים או דוד חשמלי. מחיר התקנה של דוד שמש הוא 2,100 שקלים, מחיר התקנה של דוד חשמל הוא 575 שקלים. ההוצאות עבור הפעלת דוד החשמל הן 50 שקלים בחודש. מר הלוי החליט להתקין דוד שמש. כמה חודשים צריך מר הלוי לגור בדירה השכורה, כך שהחלטתו תהיה זולה יותר?