

יחידה 31: בעיות מילוליות

שיעור 1. פותרים בעיות מילוליות בעזרת משתנים



קבוצות תלמידים קנו מצרכים במכולות השכונתיות, לקראת הטיול השנתי. התלמידים קיבלו קבלות.

נחקור מידע שאפשר להפיק מהקבלות, בדרך חשבונית ובעזרת מערכת משוואות.

1. במכולת כהן

הקבוצה של מאיה:

הקבוצה של מיכל:

מכולת כהן קבלה			
המוצר	מספר הקופסאות	מחיר קופסה בשקלים	מחיר כולל בשקלים
שימורי תירס		5	25
שימורי טונה		4.60	36.80
סך-הכול			

מכולת כהן קבלה			
המוצר	מספר הקופסאות	מחיר קופסה בשקלים	מחיר כולל בשקלים
שימורי תירס	4	5	
שימורי טונה	6	4.60	
סך-הכול			

העתיקו והשלימו את הפרטים החסרים בכל קבלה.

2. במכולת פרץ

הקבוצה של אלכס:

הקבוצה של יוסי:

מכולת פרץ קבלה			
המוצר	מספר הקופסאות	מחיר קופסה בשקלים	מחיר כולל בשקלים
שימורי תירס	4		
שימורי טונה	8		
סך-הכול			58.40

מכולת פרץ קבלה			
המוצר	מספר הקופסאות	מחיר קופסה בשקלים	מחיר כולל בשקלים
שימורי תירס	8		
שימורי טונה	6		
סך-הכול			66.80

א. האם אפשר לקבוע, על סמך קבלות אלה, מה המחיר של קופסת תירס ומה המחיר של קופסת טונה במכולת פרץ? הסבירו.

ב. סמנו ב- x את המחיר (בשקלים) של קופסת תירס, וסמנו ב- y את המחיר (בשקלים) של קופסת טונה, במכולת פרץ.

אילו ערכים מתאימים ל- x , ואילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

ג. העתיקו והשלימו פרטים חסרים (בעזרת האותיות x ו- y) בשתי הקבלות.

ד. על סמך כל קבלה, רשמו משוואה מתאימה.

ה. פתרו את מערכת המשוואות שקיבלתם.

ו. מה מחיר קופסת תירס? ומה מחיר קופסת טונה? בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



תזכורת

למדנו לפתור בעיה מילולית בעזרת משוואות.

שלבי הפתרון של הבעיה הם:

- בניית מודל מתמטי הכולל: הגדרת משתנים, זיהוי תנאי הבעיה והגבלות על המשתנים, רישום ביטויים אלגבריים, ובניית משוואה (או מערכת משוואות) מתאימה.
- מציאת פתרון המשוואה (או מערכת המשוואות).
- ניסוח תשובה מילולית מתאימה תוך התייחסות לתנאי הבעיה, ולהגבלות על המשתנים.

צ/מ: במשימה 2,

x מייצג את מחירה בשקלים של קופסת תירס ($x > 0$)

y מייצג את מחירה בשקלים של קופסת טונה ($y > 0$)

$$\begin{cases} 8x + 6y = 66.80 \\ 4x + 8y = 58.40 \end{cases} \quad \text{מערכת משוואות מתאימה:}$$

פתרון מערכת המשוואות: $y = 5, x = 4.60$

תשובה: מחיר קופסת תירס 4.60 שקלים, ומחיר קופסת טונה 5 שקלים.

קופסאות שימורים



בשנת 1800 הציעה ממשלת נפוליאון פרס כספי גבוה למי שימציא שיטה זולה ויעילה לשימור כמויות גדולות של מזון שישמשו את הצבא הצרפתי במסעותיו.



הזוכה היה קונדיטור צרפתי שהמציא בשנת 1809 שיטה לשימור מזון בצננות זכוכית. בהמשך פותחה קופסת השימורים, שהיא פחית אטומה שהמזון שבה עבר תהליך עיקור להשמדת מיקרואורגניזמים מזדמנים. פותחן קופסאות השימורים הומצא רק 30 שנה מאוחר יותר. עד אז פתחו החיילים את קופסאות השימורים בעזרת כידון או אבן חדה.

בניגוד לאמונה המקובלת, לא תמיד מכילים השימורים חומרים משמרים. אין לשמור מזון בקופסת השימורים לאחר פתיחתה.



3. הקבוצה של גיא קנתה ב"סופר בוטיק".

לפניכם הקבלה שהם קיבלו:

- האם דרושים עוד נתונים כדי לדעת כמה קופסאות מכל סוג קנו? הסבירו.
- הגדירו שני משתנים ורשמו מערכת משוואות מתאימה.
- גליה רשמה משוואה עם משתנה אחד, וטענה שאפשר לפתור בעזרתה את הבעיה. הסבירו את הפתרון של גליה.

סופר-בוטיק קבלה			
המוצר	מספר הקופסאות	מחיר קופסה בשקלים	מחיר כולל בשקלים
שימורי תירס		9.20	
שימורי טונה		10	
סך-הכול	17		166



לפעמים אפשר לפתור בעיות מילוליות:
בעזרת מערכת משוואות בשני משתנים או בעזרת משוואה במשתנה אחד.

זלזל:
במשימה 3,

♦ פתרון בעזרת משוואה במשתנה אחד
מסמנים:

x מספר קופסאות התיירס
($0 \leq x \leq 17$, x מספר שלם)
 $17 - x$ מספר קופסאות הטונה
מקבלים את המשוואה:
 $9.2x + 10(17 - x) = 166$

♦ פתרון בעזרת מערכת משוואות בשני משתנים
מסמנים:

x מספר קופסאות שימורי התיירס ($x \geq 0$, x שלם)
 y מספר קופסאות שימורי הטונה ($y \geq 0$, y שלם)
מקבלים את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 9.2x + 10y = 166 \end{cases}$$

4. פתרו את הבעיה הבאה בדרך הנוחה לכם (בעזרת משתנה אחד או בעזרת שני משתנים).



36 תלמידים ביקרו בתיאטרון.
הם קנו כרטיסים משני סוגים:
במחיר 40 שקלים לכרטיס, ובמחיר 30 שקלים לכרטיס.
בסך-הכול שילמו 1,320 שקלים.
כמה כרטיסים מכל סוג קנו התלמידים?

5. בכל סעיף, פתרו את מערכת המשוואות, ובדקו את תשובותיכם.

ג.
$$\begin{cases} 5y - 4(x + 2) = 16 \\ 6x - 2(y + 3) = 3x - 17 \end{cases}$$

ב.
$$\begin{cases} x = 1 - 5y \\ x = 2y - 6 \end{cases}$$

א.
$$\begin{cases} 3x + y = 11 \\ 4x + 5y = 22 \end{cases}$$

6. פתרונות המשוואה $2x + 3y = 18$ הם זוגות של מספרים טבעיים.
מצאו את כל הפתרונות האפשריים.



מר ישראלי קונה בכל חודש בולי דואר ומעטפות, בסכום כולל של 44 שקלים. מחיר בול אחד 3 שקלים ומחיר מעטפה אחת 1 שקל. היעזרו בנתונים אלה כדי לענות על משימות 1 - 4



1. א. הציגו שלוש אפשרויות שונות למספר הבולים ולמספר המעטפות שקונה מר ישראלי בחודש אחד.
 - ב. האם ייתכן שהוא קנה 10 בולים? 15 בולים? הסבירו.
 - ג. בחודש תשרי קנה מר ישראלי 11 בולים. כמה מעטפות הוא קנה?
 - ד. בחודש חשוון קנה מר ישראלי 8 מעטפות. כמה בולים הוא קנה?



2. בחודש כסלו קנה מר ישראלי בסך-הכול 30 בולים ומעטפות. כמה בולים וכמה מעטפות קנה מר ישראלי בחודש זה?



3. בחודש טבת קנה מר ישראלי מספר שווה של בולים ושל מעטפות. כמה בולים וכמה מעטפות קנה מר ישראלי בחודש זה?



4. בחודש שבט היחס בין מספר הבולים למספר המעטפות שקנה מר ישראלי היה 3:2. כמה בולים וכמה מעטפות קנה מר ישראלי בחודש זה?

תאריך: 28/9/13

מכלול סופר טוב

סה"כ לתשלום	כמות	מחיר המוצר	שם המוצר
		6.23	מעדן פרי
	3	6.00	שמנת
	5	6.29	גבינה לבנה
86.83			סה"כ:

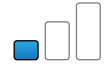


5. **יערית** קנתה מוצרי חלב בסופר-טוב. חלק מהנתונים שעל הקבלה נמחקו. התבוננו בקבלה וענו על השאלות.
 - א. כמה שילמה **יערית** עבור גבינה לבנה?
 - ב. כמה מעדני פרי קנתה **יערית**? הסבירו.



6. סכום שני מספרים הוא 16.

אם נכפול את המספר האחד ב- 2 ואת המספר האחר ב- 3 ונחבר את המכפלות, נקבל 28. מהם המספרים?



7. בכל סעיף, פתרו את מערכת המשוואות, ובדקו את תשובותיכם.

א. $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$	ג. $\begin{cases} x + 3y = 9 \\ 2x + 3y = 15 \end{cases}$	ה. $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = 6x + 5 \end{cases}$
ב. $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x - y = 1 \end{cases}$	ד. $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$	ו. $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 7x + 2y = 9 \end{cases}$



8. בכל סעיף, פתרו את מערכת המשוואות, ובדקו את תשובותיכם.

א. $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ y + 2x = 3 \end{cases}$	ג. $\begin{cases} y = 3x - 5 \\ x + y + 3 = 0 \end{cases}$	ה. $\begin{cases} 3(x + y) + 2(y + 5) = 20 \\ 5(x - 2) + 3(y - x) = 1 \end{cases}$
ב. $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$	ד. $\begin{cases} y = x + 3 \\ 2x + y + 3 = 0 \end{cases}$	ו. $\begin{cases} 6x + 5(y - 1) = 24 \\ 5(x - 2) + 3(y - x) = 1 \end{cases}$



9. בכל סעיף, פתרו את מערכת המשוואות, ובדקו את תשובותיכם.

א. $\begin{cases} y = x - 5 \\ 3x - 2y = 2 \end{cases}$	ג. $\begin{cases} \frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 5 \\ 2y - \frac{x}{2} = 12 \end{cases}$	ה. $\begin{cases} x + y = 8 \\ \frac{x+1}{2} + \frac{y+1}{3} = 4 \end{cases}$
ב. $\begin{cases} y - 2x = 4 \\ 3x - y = -6 \end{cases}$	ד. $\begin{cases} x - y = 5 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 0 \end{cases}$	ו. $\begin{cases} 2x - 3y + 1 = 0 \\ \frac{3x}{5} - \frac{2-y}{5} + 4 = 0 \end{cases}$



10. השלימו.



שיעור 2. משתנה אחד או שניים?

פתרון בעיות תנועה בעזרת משתנה אחד או בעזרת שני משתנים



בכל בוקר רצה **אסתר** ליעד אחר, וחוזרת לביתה בהליכה באותו מסלול. מהירות הריצה של **אסתר** היא 18 קמ"ש, ומהירות ההליכה שלה 6 קמ"ש. בבוקר יום ראשון יצאה **אסתר** בשעה 6:00 וחזרה בשעה 7:00. שער: איזה מרחק רצה **אסתר** באותו בוקר?

נפתור בעיות תנועה בדרכים שונות.

1. פתרון בעזרת שני משתנים

- עומר** סימן ב- x את זמן הריצה של **אסתר** בשעות, וסימן ב- y את זמן ההליכה שלה בשעות.
- א. אילו ערכים מתאימים ל- x , ואילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
- ב. העתיקו את הטבלה והשלימו.

מהירות (קמ"ש)	זמן (שעות)	דרך (ק"מ)
18	x	ריצה
	y	הליכה

ג. **עומר** רשם את מערכת המשוואות

$$\begin{cases} 18x = 6y \\ x + y = 1 \end{cases}$$

תארו במילים כל משוואה.

- ד. פתרו את מערכת המשוואות ומצאו כמה זמן רצה **אסתר** ביום ראשון, וכמה זמן הלכה.
- בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.
- ה. איזה מרחק רצה **אסתר** באותו בוקר?

2. פתרון בעזרת משתנה אחד

- שירלי** סימנה ב- x את זמן הריצה של **אסתר** בשעות.
- א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
- ב. העתיקו את הטבלה והשלימו.

מהירות (קמ"ש)	זמן (שעות)	דרך (ק"מ)
	x	ריצה
		הליכה

ג. **שירלי** רשמה את המשוואה

$$18x = 6(1 - x)$$

תארו במילים את המשוואה של **שירלי**.

- ד. פתרו את המשוואה ומצאו כמה זמן רצה **אסתר**, וכמה זמן הלכה.
- בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.
- ה. איזה מרחק רצה **אסתר** באותו בוקר?

3. פתרון אחר בעזרת משתנה אחד

- הדר** סימנה ב- x את אורך הדרך בק"מ שעברה **אסתר** בריצה (או בהליכה).
א. אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
ב. העתיקו את הטבלה והשלימו.

מהירות (קמ"ש)	זמן (שעות)	דרך (ק"מ)
18	$\frac{x}{18}$	x
		x

ג. **הדר** רשמה את המשוואה $\frac{x}{18} + \frac{x}{6} = 1$

תארו במילים את המשוואה שרשמה **הדר**.

- ד. פתרו את המשוואה ומצאו איזה מרחק רצה **אסתר** באותו בוקר.
בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



4. א. דונו ביתרונות ובחסרונות של כל דרך פתרון.
ב. איזו דרך פתרון אתם מעדיפים? הסבירו.



פעמים רבות מוצאים תשובה לבעיה מילולית בעזרת פתרון משוואה (או מערכת משוואות).
בדרך כלל אפשר לפתור בעיה באמצעות משוואות שונות. חלק מהן קל יותר לכתוב, חלק קל יותר לפתור.
במשוואות שונות המשתנים עשויים לייצג גדלים שונים. לכן, בפתרון בעיות בדרך אלגברית חשוב לציין מה מייצג כל משתנה.



5. **אסף** אמר: אני לא צריך משוואות כדי לפתור את השאלה שבמשימת הפתיחה.
אני יודע כי היחס בין מהירות הריצה למהירות ההליכה הוא 3:1, לכן היחס בין הזמנים הוא 1:3.
לכן אפשר להסיק כי **אסתר** רצה 15 דקות והלכה 45 דקות.
האם **אסף** צודק? הסבירו.

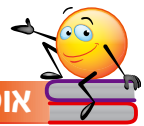
6. פתרו בדרך הנוחה לכם.
רוכב אופניים רכב מהקיבוץ לעיר במעלה הכביש, במהירות קבועה של 18 קמ"ש.
הוא חזר לקיבוץ במורד הכביש, במהירות קבועה של 30 קמ"ש.
כל הנסיעה נמשכה שעתיים.
מהו המרחק מהקיבוץ לעיר?



אסתר רוט-שחמורוב היא אחת הספורטאיות הבולטות בישראל. להישגה הגדול ביותר היא הגיעה באולימפיאדת מונטריאול, בשנת 1976, כאשר הגיעה למקום השישי בגמר ריצת מאה מטר משוכות. היא הספורטאית הישראלית הראשונה שעלתה לגמר אולימפי, והיה זה ההישג הטוב ביותר לאתלט ישראלי במשחקים האולימפיים עד אולימפיאדת סידני (2000). חלק משיאי ישראל שהיא השיגה נשברו רק בשנת 2000. שחמורוב נבחרה מספר פעמים כספורטאית המצטיינת של ישראל. היא זכתה בפרס ישראל בספורט ותרבות הגוף לשנת תשנ"ט (1999), והייתה בין מדליקי המשואות ביום העצמאות תשס"ד.



אוסף משימות



1. רוני הולכת ברגל לבית-הספר במשך 20 דקות במהירות קבועה. היא חוזרת באותה הדרך במהירות קבועה הנמוכה ב- 10 מטרים לדקה ממהירותה בהלוך, ולכן הדרך חזרה נמשכת 25 דקות.

מהו המרחק מביתה של **רוני** לבית-הספר?

א. **טל** השתמשה במשתנה אחד ורשמה:

מהירות (מטרים לדקה)	זמן (דקות)	דרך (מטרים)
x		הלוך
$x - 10$		חזור

העתיקו את הטבלה והשלימו לפי ההצעה של **טל**.

אילו ערכים מתאימים ל- x לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

כתבו משוואה מתאימה, ופתרו אותה.

ב. **מור** השתמשה בשני משתנים ורשמה:

מהירות (מטרים לדקה)	זמן (דקות)	דרך (מטרים)
x		הלוך
y		חזור

העתיקו את הטבלה והשלימו לפי ההצעה של **מור**.

אילו ערכים מתאימים ל- x , ואילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה? הסבירו.

כתבו מערכת משוואות מתאימה, ופתרו אותה.

ג. מה המרחק מביתה של **רוני** לבית-הספר? בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



2. אורי ואיתן נוסעים במהירויות קבועות באותה הדרך **מכפר שושנים לדבורית**. הנתונים בטבלה מתארים את נסיעתם.

מהירות (קמ"ש)	זמן (שעות)	דרך (ק"מ)	
90	x	y	אורי
75	x + 1		איתן

א. העתיקו את הטבלה והשלימו.

ב. אילו ערכים מתאימים ל- x, ואילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה?

ג. כתבו מערכת משוואות מתאימה ופתרו אותה.

ד. כמה זמן נסע **אורי**?

כמה זמן נסע **איתן**?

מה המרחק **מכפר שושנים לדבורית**?

בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



3. משאית נוסעת מאילת לתל-אביב.

היא יוצאת בשעה 5:00 בבוקר מאילת ונוסעת במהירות קבועה של 60 קמ"ש.

אם המשאית תגביר את מהירותה ב- 12 קמ"ש, היא תגיע שעה אחת יותר מוקדם.

באיזו שעה תגיע המשאית לתל אביב?

מה אורך הדרך מאילת לתל אביב?



4. המרחק מתל-אביב לאילת הוא 360 ק"מ.

בשעה 7:00 בבוקר יצאה משאית מתל-אביב לאילת,

ובשעה 8:00 בבוקר יצאה מכונית פרטית מאילת לתל-אביב.

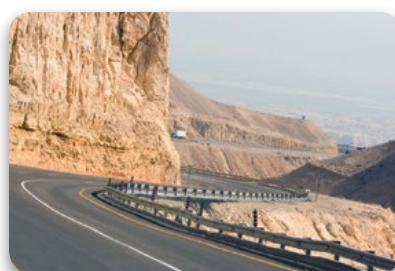
מהירות המשאית היא $\frac{3}{4}$ ממהירות המכונית.

המשאית והמכונית נסעו במהירויות קבועות על אותו כביש ונפגשו

בשעה 11:00.

מה מהירות המשאית?

מה מהירות המכונית הפרטית?





5. בכל יום נוסעת משאית הובלות מ-A ל-B וחוזרת באותה הדרך. המשאית נוסעת מ-A ל-B במהירות קבועה של 40 קמ"ש, וחוזרת במהירות קבועה של 60 קמ"ש. זמן הנסיעה הלוך וחזור ביחד הוא 5 שעות.
א. העתיקו את הטבלה והשלימו.

מהירות (קמ"ש)	זמן (שעות)	דרך (ק"מ)
מ-A ל-B	x	
מ-B ל-A	y	

- ב. אילו ערכים מתאימים ל-x, ואילו ערכים מתאימים ל-y לפי תנאי הבעיה?
ג. כתבו מערכת משוואות מתאימה ופתרו אותה.
ד. כמה זמן נסעה המשאית מ-A ל-B? כמה זמן נסעה המשאית מ-B ל-A? מה המרחק בין A ל-B? בדקו כי תשובותיכם מתאימות לתנאי הבעיה.



6. רון ושי יצאו לטיול באופניים. הנתונים על רכיבתם מוצגים בטבלה.

מהירות (קמ"ש)	זמן (שעות)	דרך (ק"מ)	
30	x	y	רון
20	x + 3	y - 10	שי

- א. ספרו סיפור מתאים לטבלה.
ב. אילו ערכים מתאימים ל-x, ואילו ערכים מתאימים ל-y לפי תנאי הבעיה?
ג. כתבו מערכת משוואות מתאימה לסיפור ופתרו אותה.
ד. כמה זמן רכב רון? איזה מרחק הוא עבר?
ה. כמה זמן רכב שי? איזה מרחק הוא עבר?
ו. בדקו כי תשובותיכם מתאימות לתנאי הבעיה.



7. בכל בוקר יוצאת משאית עמוסת סחורה מהמפעל ליעדים שונים.
קיבוץ חורש מרוחק מהמפעל 130 ק"מ.
בדרכה מהמפעל לקיבוץ נסעה המשאית שעתיים בכביש מסודר ושעתיים בכביש משובש.
מושב יער מרוחק מהמפעל 95 ק"מ.
בדרכה מהמפעל למושב נסעה המשאית 30 דקות בכביש מסודר ו-3 שעות בכביש משובש.
סמנו ב-x את המהירות הקבועה של המשאית בכביש מסודר (בקמ"ש), וסמנו ב-y את המהירות הקבועה בכביש משובש (בקמ"ש).
ךשמו מערכת משוואות מתאימה ומצאו את המהירות המשאית בכביש מסודר ואת המהירות בכביש משובש.
בדקו כי תשובותיכם מתאימה לתנאי הבעיה.



8. לפניכם פתרונות של מערכות משוואות שחלקם שגויים.

מצאו את השגיאות והציעו כיצד לתקן אותן.

ג. $y - 4x = 20$
 $2x + 3y = 18$
 $y = 20 + 4x$
 $2x + 3(20 + 4x) = 18$
 $2x + 60 + 4x = 18$
 $6x = -42$
 $x = -7$
 $y = 20 + 4 \cdot (-7) = -8$

א. $x - y = 3$
 $y = -2x$
 $x - 2x = 3$
 $-x = 3$
 $x = -3$
 $y = -2 \cdot (-3) = 6$

ד. $2x + 3y = 6$
 $x + y = 2$
 $y = 2 - x$
 $2x + 3(2 - x) = 6$
 $2x + 6 - 3x = 6$
 $-x + 6 = 6$
 $-x = 0$

ב. $x + 2y = 10$
 $x = 2y$
 $2y + 2y = 10$
 $4y = 10$
 $y = 2.5$
 $x = 2 \cdot 2.5 = 5$

9. יואב ועמית יצאו ביום ראשון זה לקראת זה ברגל, משני מקומות המרוחקים זה מזה 30 ק"מ.

הם נפגשו כעבור 4 שעות. מהירות ההליכה של כל אחד מהם קבועה.

ביום שני יצא עמית 5 שעות אחרי יואב, והם נפגשו שעתיים לאחר צאתו של עמית.

מה מהירות ההליכה של יואב? מה מהירות ההליכה של עמית?

10. ניר טייל במשך 5 שעות.

תחילה הלך בדרך רגילה במהירות קבועה של 4 קמ"ש.

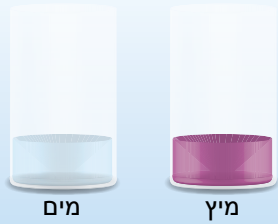
אחר-כך עלה ניר במעלה הר במהירות קבועה של 3 קמ"ש.

כשהגיע לראש ההר חזר באותה הדרך לביתו. בירידה מההר הייתה מהירותו 6 קמ"ש.

מה המרחק שעבר ניר בטיולו?



שיעור 3. פותרים בעיות מילוליות בעזרת איזון



קבוצות של תלמידים קיבלו שני כלים המכילים נוזלים.
בכלי אחד מים ובכלי האחר מיץ.

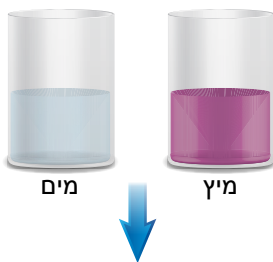
x מייצג את נפח המים בליטרים בכלי האחד ($x > 0$)

y מייצג את נפח המיץ בליטרים בכלי האחר ($y > 0$)

נוסה לגלות, אם אפשר, את כמות המים ואת כמות המיץ שהיו בכל כלי בהתחלה במקרים שונים.

במשימות 1 – 4 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

1. בקבוצה של אמיר



א. בהתחלה נפח המים היה שווה לנפח המיץ.
רשמו משוואה למצב בהתחלה.

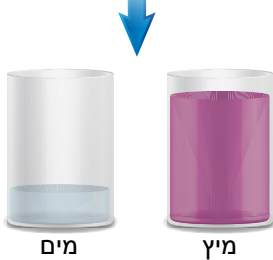
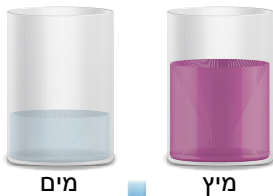
ב. בהמשך הועברו 4 ליטרים מן הכלי של המים אל הכלי של המיץ.
רשמו ביטויים אלגבריים המייצגים את נפח הנוזלים בכל כלי לאחר ההעברה.
אילו ערכים מתאימים ל- x , ואילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה?

ג. לאחר ההעברה מדדו וראו שנפח המים קטן פי 2 מנפח התערובת (מיץ ומים).

כתבו מערכת משוואות מתאימה ופתרו אותה.

ד. מה נפח המים ומה נפח המיץ שהיו בכלים בהתחלה?
בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.

2. בקבוצה של אורלי



בהתחלה נפח המיץ היה פי 2 מנפח המים.
לאחר מכן, העבירו 5 ליטרים מן הכלי של המים אל הכלי של המיץ.

מדדו וראו שנפח התערובת (מיץ ומים) הוא פי 4 מנפח המים.
א. רשמו ביטויים אלגבריים המייצגים את נפח הנוזלים בכל כלי בהתחלה ולאחר ההעברה.

אילו ערכים מתאימים ל- x , ואילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה?

ב. רשמו מערכת משוואות מתאימה ופתרו אותה.

ג. מצאו את נפח המים ואת נפח המיץ שהיו בכלים בהתחלה.
בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.

3. בקבוצה של הדר

בהתחלה נפח הנוזל בשני הכלים ביחד היה 16 ליטרים.
בהמשך, הוסיפו לכלי של המים 2 ליטרים, ושפכו מהכלי של המיץ 3 ליטרים.
ואז נפח המים היה פי 2 מנפח המיץ.

איזו מבין מערכות המשוואות מתאימה לסיפור? הסבירו.

$$\begin{cases} x + y = 16 \\ 2(x + 2) = y - 3 \end{cases} \quad \text{ב.} \quad \begin{cases} x + y = 16 \\ x + 2 = 2(y - 3) \end{cases} \quad \text{א.}$$



תזכורת

אם רוצים לרשום משוואה על כמויות שאינן שוות, יוצרים איזון בין האגפים כך: מקטינים את הכמות הגדולה יותר, או מגדילים את הכמות הקטנה יותר.

דוגמה: בקבוצה של אמיר, לאחר ההעברה, אפשר:

$$2 \cdot \underbrace{(x - 4)}_{\text{נפח המיץ}} = \underbrace{y + 4}_{\text{נפח המים}} \quad \text{לכפול ב-2 את נפח המים (הנפח הקטן יותר)}$$

או

$$\underbrace{x - 4}_{\text{נפח המים}} = \underbrace{(y + 4)}_{\text{נפח המיץ}} : 2 \quad \text{לחלק ב-2 את נפח המיץ (הנפח הגדול יותר)}$$



4. בכל סעיף, קבעו אם הנתונים אפשריים.

אם אפשר, מצאו את נפח המים ואת נפח המיץ שהיו בכלים בהתחלה. אם לא, הסבירו.

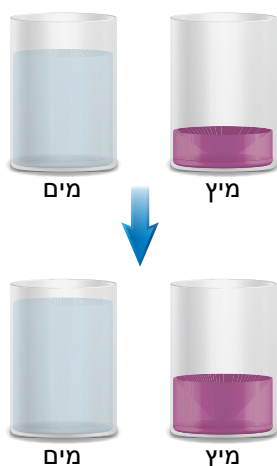
המצב בהתחלה	הפעולה שבצעו	לאחר הפעולה
א. נפח הנוזל בשני הכלים ביחד 12 ליטר	העבירו 3 ליטרים מהכלי של המים אל הכלי של המיץ	נפח הנוזל בשני הכלים שווה
ב. נפח המיץ הוא פי 3 מנפח המים	העבירו 2 ליטרים מים אל הכלי של המיץ	נפח המים שנשארו בכלי הוא פי 3 מנפח התערובת בכלי של המיץ
ג. נפח המיץ גדול ב-7 ליטרים מנפח המים	הגדילו את נפח המים פי 2	נפח המיץ הוא פי 3 מנפח המים

ראייה תבניתית

5. נתונה מערכת המשוואות
$$\begin{cases} 2x + 3y = 16 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases}$$
 שפתרונה (5, 2). בדקו.

בכל סעיף, היעזרו בפתרון המערכת הנתונה ומצאו את פתרון מערכת המשוואות.

א. $\begin{cases} 2(x - 1) + 3(y - 1) = 16 \\ 3(x - 1) - 4(y - 1) = 7 \end{cases}$	ג. $\begin{cases} 2(2x + 1) + 3(y - 2) = 16 \\ 3(2x + 1) - 4(y - 2) = 7 \end{cases}$
ב. $\begin{cases} 2(x - 4) + 3(y + 1) = 16 \\ 3(x - 4) - 4(y + 1) = 7 \end{cases}$	ד. $\begin{cases} 2(3x - 1) + 3(3y - 1) = 16 \\ 3(3x - 1) - 4(3y - 1) = 7 \end{cases}$



- 1. לרינה שני כלים.**
 בכלי הראשון x ליטר מים ($x > 0$) ובכלי השני y ליטר מיץ ($y > 0$).
 א. בהתחלה נפח המים היה פי 4 מנפח המיץ. קשמו משוואה מתאימה.
 ב. רינה הוסיפה 1 ליטר מים לכל כלי. קשמו ביטויים אלגבריים לנפח הנוזל בכל כלי לאחר ההוספה.
 ג. רינה מדדה וראתה שאחרי ההוספה נפח המים בכלי האחד היה פי 3 מנפח התערובת (מיץ ומים) בכלי האחר. קשמו משוואה מתאימה.
 ד. פתרו את מערכת המשוואות.
 ה. כמה ליטרים מים וכמה ליטרים מיץ היו בכלים בהתחלה? בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



- 2. מספר התלמידים שיצאו בהפסקה לחצר היה פי 2 ממספר התלמידים שנשארו בבניין. מאוחר יותר, יצאו 10 תלמידים נוספים לחצר. כתוצאה מכך, מספר התלמידים שהיו בחצר היה פי 3 ממספר התלמידים שהיו בבניין. כמה תלמידים יצאו בהפסקה לחצר בהתחלה?**



- 3. בשתי חביות יש ביחד 300 ליטר דלק. לאחר שהעבירו $\frac{1}{6}$ מנפח הדלק שבחבית הראשונה לחבית השנייה, היה נפח הדלק בשתי החביות שווה. כמה ליטרים דלק היו בכל חבית בהתחלה?**



- 4. בשתי כיתות ח למדו בתחילת השנה 69 תלמידים. במחצית השנה עזבו 3 תלמידים את כיתה ח1, ונוספו 2 תלמידים לכיתה ח2, ואז מספר התלמידים בשתי הכיתות השתווה. כמה תלמידים היו בכל כיתה בתחילת השנה? הדרכה: העתיקו את הטבלה והשלימו. קשמו מערכת משוואות (ציינו תנאים מגבילים), פתרו וקשמו תשובה לבעיה. בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.**

מספר תלמידים בכיתה ח2	מספר תלמידים בכיתה ח1	
y	x	בתחילת השנה
		במחצית השנה



5. **אמנון ומשה** עבדו בחופשת הקיץ.

השכר שקיבל **אמנון** היה גבוה ב- 200 שקלים מהשכר שקיבל **משה**.
לאחר **שאמנון** החזיר ל**משה** חוב של 300 שקלים, היה בידו מחצית מהסכום שבידי **משה**.
מה היה השכר של **אמנון**? מה היה השכר של **משה**?



6. בשני חדרים יש 38 שולחנות.

בחדר **א** יושבים 4 אנשים סביב כל שולחן, ובחדר **ב** יושבים 6 אנשים סביב כל שולחן.
אם יעברו 24 אנשים מחדר **ב** לחדר **א**, יהיה מספר האנשים בשני החדרים שווה.
כמה שולחנות בכל חדר?



7. תלמידים התבקשו להציע משוואות שאחד מהפתרונות שלהן הוא הזוג (1, 3).

להלן חלק מהמשוואות שהוצעו:

$$3x + y = 6$$

$$4x - y = 1$$

$$y = 10x - 8$$

$$2x + y = 5$$

$$y = x + 2$$

$$2x - y + 1 = 0$$

$$2x + 3y = 11$$

א. באילו מהמשוואות הזוג (1, 3) אכן פתרון?

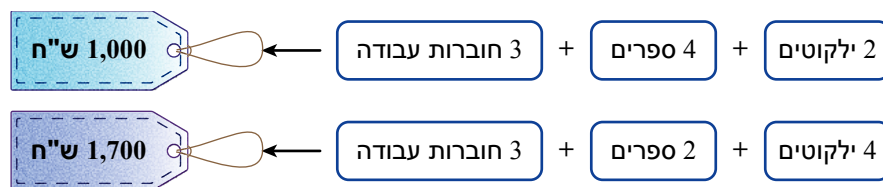
ב. **אריאל** בחר שתי משוואות מהרשימה ורשם כמערכת:

$$\begin{cases} 4x - y = 1 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$$

מה פתרון המערכת שרשם **אריאל**?



8.



א. כמה נשלם עבור



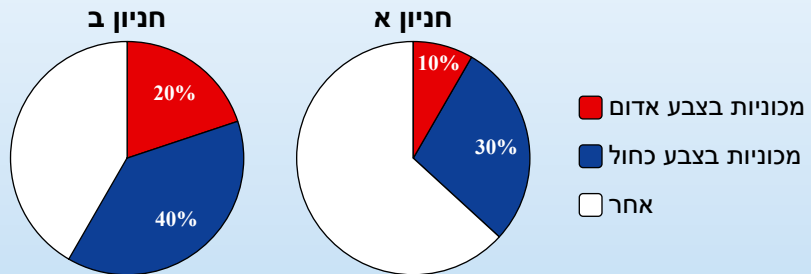
ב. מה עולה יותר: ילקוט או ספר? הסבירו.

שיעור 4. בעיות באחוזים



בשני חניונים ביחד יש 110 מכוניות בצבע אדום, 240 מכוניות בצבע כחול, ומכוניות בצבעים נוספים.

לפניכם דיאגרמות המייצגות את השכיחות היחסית של המכוניות בכל חניון.



שערו: כמה מכוניות יש בכל חניון?

נפתור בעיות עם אחוזים.

1. התייחסו לנתונים במשימת הפתיחה.

- סמנו ב- x את מספר המכוניות בחניון א
 - סמנו ב- y את מספר המכוניות בחניון ב
- אילו ערכים מתאימים ל- x , ואילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
- רשמו מערכת משוואות מתאימה, ופתרו אותה.
 - כמה מכוניות בכל חניון? בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.
 - כמה מכוניות מייצג האזור הלבן בכל דיאגרמה?

2. בכל שנה חוסך יוסי 10% מדמי הכיס שלו, ואחיו רמי חוסך 20% מדמי הכיס שלו.

- סמנו ב- x את הסכום בשקלים שמקבל יוסי כדמי-כיס בשנה.
 - סמנו ב- y את הסכום בשקלים שמקבל רמי כדמי-כיס בשנה.
- אילו ערכים מתאימים ל- x , ואילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
- רשמו ביטויים אלגבריים המתארים את הסכום בשקלים שחסך כל אחד בשנה.
- אחרי שנה של חיסכון הם החליטו לקנות מתנה, והתברר שחסכו יחד 60 שקלים. רשמו משוואה מתאימה.
 - לכל מקרה רשמו משוואה וחשבו את הסכומים שקיבלו יוסי ורמי כדמי-כיס, בעזרת הנתון הנוסף.
 - שניהם קיבלו סכום שווה של דמי-כיס.
 - יוסי קיבל סכום שהוא פי 2 מהסכום שקיבל רמי.
 - רמי קיבל 30 שקלים יותר מיוסי.
- בדקו כי תשובותיכם מתאימות לתנאי הבעיה.

3. לפניכם שש מערכות משוואות.

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \begin{cases} x + y = -1 \\ 4x - y = 6 \end{cases} & \text{ג.} & \begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases} & \text{ה.} & \begin{cases} x + y = 1 \\ y - x = 3 \end{cases} \\ \text{ב.} & \begin{cases} 2x + y = 0 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases} & \text{ד.} & \begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} & \text{ו.} & \begin{cases} 3x = 3 \\ 3x - 2y = 17 \end{cases} \end{array}$$

הפתרון של שתיים מהמערכות הוא $(1, -2)$. מצאו אותן.
מה הפתרון של המערכות האחרות?



אוסף משימות



1. בבית-ספר "אורנים" לומדים 270 תלמידים בשכבות של כיתות ח ו-ט. למועצת התלמידים של בית-הספר נבחרו 4% מתלמידי כיתות ח, ו-5% מתלמידי כיתות ט. בסך-הכול נבחרו משתי השכבות 12 תלמידים.
- א. סמנו ב- x את מספר התלמידים הלומדים בשכבת כיתות ח.
ב. סמנו ב- y את מספר התלמידים הלומדים בשכבת כיתות ט.
ג. אילו ערכים מתאימים ל- x , ואילו ערכים מתאימים ל- y לפי תנאי הבעיה? הסבירו.
ד. רשמו ביטויים אלגבריים המתארים את מספרי התלמידים שנבחרו למועצת התלמידים מכל שכבה.
ה. רשמו מערכת משוואות מתאימה, ופתרו אותה.
ו. כמה תלמידים לומדים בכל שכבה בבית-הספר?
ז. כמה תלמידים מכל שכבה נבחרו למועצה?
ח. בדקו כי תשובותיכם בסעיפים הקודמים מתאימות לתנאי הבעיה.



2. משפחת ברק החליטה לרכוש שולחן ו-6 כיסאות לפינת האוכל. הציעו להם דגם שעלה במבצע 2,500 שקלים. עד שסיימו לערוך סקר מחירים, והחליטו לקנות את הדגם שהוצע להם, התברר שהמחירים השתנו. הכיסא התייקר ב-10%, והשולחן הוזל ב-10%. לפיכך נאלצה משפחת ברק להוסיף 110 שקלים למחיר הקודם. מה היה מחיר הכיסא, ומה היה מחיר השולחן בהתחלה?



3. עבור 2 ק"ג תפוחים ו-5 ק"ג אגסים שילמו 59 שקלים. אם מחיר ק"ג תפוחים יעלה ב-10%, ומחיר ק"ג אגסים יעלה ב-20%, ישלמו עבור אותה קנייה 69.40 שקלים. מה מחיר ק"ג תפוחים, ומה מחיר ק"ג אגסים לפני ההתייקרות?



4. יוסף רוצה להשקיע בבנק 10,000 שקלים למשך שנה. הוא החליט לחלק את השקעתו לשתי תכניות חסכון. בתכנית הראשונה מקבלים 4% רווח. בתכנית השנייה מקבלים 5% רווח. כמה השקיע **יוסף** בכל תכנית, אם בסוף השנה הוא קיבל רווח בגובה 440 שקלים?

תכנית חסכון ב	תכנית חסכון א	סכום ההשקעה (בשקלים)
y	x	ריווח (בשקלים)

הדרכה: העתיקו את הטבלה והשלימו. רשמו מערכת משוואות (ציינו תנאים מגבילים), פתרו ורשמו תשובה לבעיה. בדקו כי תשובתכם מתאימה לתנאי הבעיה.



5. בשתי חביות ביחד 720 ליטר יין. אם נעביר 20% מן הכמות שבחבית הראשונה לחבית השנייה, יהיה נפח היין בשתי החביות שווה. מהו נפח היין בכל חבית בהתחלה?



6. בשתי חביות ביחד 960 ליטר יין. אם נעביר 20% מן הכמות שבחבית הראשונה לחבית השנייה, יהיה נפח היין בחבית השנייה פי 2 מנפח היין בחבית הראשונה. מהו נפח היין בכל חבית בהתחלה?



7. העתיקו והשלימו מספרים מתאימים כך שנקבל מערכת משוואות שפתרונה הוא (5, 3).

$$\begin{cases} x + 2y = \square \\ 3x - y = \square \end{cases}$$



8. נתונה מערכת המשוואות

$$\begin{cases} 4x + 2(y - x) = y - 3x \\ 3(x + y) - y = 2x + y + 4 \end{cases}$$

אסף אמר: פתרון המערכת הוא מהצורה (□, -1).

יואב אמר: פתרון המערכת הוא מהצורה (5, □).

אם ידוע ששניהם צדקו, מה פתרון המערכת?



9. כשמחלקים מספר טבעי ב- 5 מקבלים מנה ושארית. כשמחלקים אותו מספר ב- 7 מקבלים מנה הקטנה ב- 1 מהמנה הקודמת, ושארית שהיא פי 4 מהשארית הקודמת. מהו המספר?