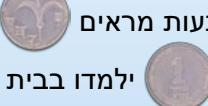



יחידה 20: הסתברות

שיעור 1. הוגן או לא הוגן



רינה וגילה רצו להתכונן ביחד למבחן. כל אחת רצתה שילמדו אצלה בבית. לאחר שלא הצליחו לשכנע זו את זו, החליטו להטיל שני מטבעות של שקל. אם שני המטבעות מראים אותו צד - לומדים בבית של **רינה**. אם שני המטבעות מראים צדדים שונים - לומדים בבית של **גילה**. האם המשחק הוגן? אם לא, במקום מי הייתם בוחרים לשחק? **שרה** ביקשה להצטרף.

הן החליטו שאם שני המטבעות מראים  ילמדו בבית של **רינה**. אם שני המטבעות מראים  ילמדו בבית של **שרה**. אם המטבעות מראים צדדים שונים ילמדו בבית של **גילה**. האם המשחק הוגן?

נלמד לקבוע אם משחק הוגן או לא הוגן.



1. **שירה וחנה** משחקות בקוביית משחק רגילה. **שירה** תנצח - אם על הקובייה מתקבל 1, 3 או 5. **חנה** תנצח - אם על הקובייה מתקבל 2, 4 או 6. האם המשחק הוגן?

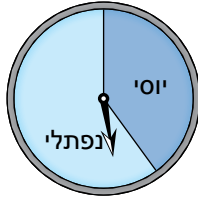
2. **יפה ודינה** משחקות בקוביית משחק רגילה. **יפה** תנצח - אם המספר שעל הקובייה הוא כפולה של 3. **דינה** תנצח - אם המספר שעל הקובייה אינו כפולה של 3. א. האם המשחק הוגן? אם לא, במקום מי הייתם בוחרים לשחק?

דינה מנצחת (לא כפולות של 3)	יפה מנצחת (כפולות של 3)

ב. כל תלמידה בכיתה מטילה קובייה 20 פעם. אספו תוצאות מהכיתה ורשמו בטבלה.
ג. האם התוצאות תואמות לתשובתכם לסעיף א?



- **הסתברות** היא תחום מתמטי העוסק בחישוב או בניתוח של סיכויי תוצאות. אי-אפשר לחזות מראש תוצאה של ניסוי אחד או של משחק יחיד. אם מבצעים מספר רב של ניסויים אפשר לחזות סיכויים של תוצאות בסבירות גבוהה.
- **משחק הוגן** הוא משחק שבו לכל אחד מהמשתתפים סיכויים שווים לנצח. *מציפה: במשימה 1 מתואר משחק הוגן.*



3. מסובבים מחוג על לוח ה"שעון" שבשרטוט. **יוסי** ינצח - אם המחוג ייעצר בשטח שלו. **נפתלי** ינצח - אם המחוג ייעצר בשטח שלו.
- א. האם המשחק הוגן? אם לא, למי סיכוי גבוה יותר לנצח?
- ב. מסובבים את המחוג רק פעם אחת. האם אפשר לחזות מראש מי ינצח בסיבוב זה?
- ג. מסובבים את המחוג 1,000 פעמים. האם אפשר לחזות מראש מי ינצח יותר פעמים?
- כמה פעמים סביר להניח כי המחוג יעצור בשטח של **נפתלי**: יותר מ- 500 או פחות מ- 500? הסבירו.

4. **מירי ומיכל** מטילות קוביות משחק וצוברות נקודות. בכל פעם הן קובעות כללים אחרים. **למירי** קובייה לבנה ול**מיכל** קובייה אדומה. שתיהן מטילות את הקוביות בו זמנית.
- א. כללי המשחק הראשון:



- מירי** תזכה בנקודה - אם על הקובייה הלבנה מתקבל 5.
- מיכל** תזכה בנקודה - אם על הקובייה האדומה מתקבל 5.
- האם המשחק הוגן? הסבירו.
- ב. כללי המשחק השני:
- מירי** תזכה בנקודה - אם על הקובייה הלבנה מתקבל 3.
- מיכל** תזכה בנקודה - אם על הקובייה האדומה מתקבל 4.
- האם המשחק הוגן? הסבירו.



קבוצת תוצאות של ניסוי נקראת **מאורע**.



מאורע שיש בו תוצאה יחידה נקרא **מאורע פשוט**.

חז"ח: בהטלת קובייה מקבלים אחת משש תוצאות: 1, 2, 3, 4, 5 או 6

קבוצת התוצאות "התקבל מספר גדול מ- 2": 3, 4, 5 או 6, היא **מאורע**.

התוצאה "התקבל המספר 2", היא **מאורע פשוט**.

5. נתייחס למשימה 4.
- א. כללי המשחק השלישי:
- מירי** תזכה בנקודה - אם סכום המספרים על שתי הקוביות הוא 6.
- מיכל** תזכה בנקודה - אם סכום המספרים על שתי הקוביות הוא 5.
- האם המשחק הוגן? הסבירו.
- אם לא, הציעו שינוי כדי להפוך את המשחק למשחק הוגן.
- ב. כמה מאורעות פשוטים יכולים להתקבל בזריקת שתי הקוביות? הסבירו.

כשמטילים נעץ אפשר לקבל "ראש" או "צד"  או  ככל שקוטר ה"ראש" גדול יותר יחסית לאורך ה"חוד", הסיכוי שהנעץ ייפול על "ראש" גבוה יותר. הסיכויים לקבל "ראש" או "צד" אינם שווים. תוכלו לשער מהו הסיכוי לקבלת "ראש" ומהו הסיכוי לקבלת "צד" בקופסת נעצים על-ידי הטלת כל הנעצים מהקופסה ובדיקה: כמה נעצים נפלו על "ראש" וכמה על "צד"?



אוסף משימות



1. מטילים קוביית משחק רגילה.

עדינה תזכה בנקודה - אם על הקובייה מתקבל מספר זוגי.

חני תזכה בנקודה - אם על הקובייה מתקבל מספר אי-זוגי.

האם המשחק הוגן? אם לא, במקום מי הייתם בוחרים לשחק?



2. **איילת וחגית** משחקות בהטלת קוביית משחק רגילה.

איילת תזכה בנקודה - אם על הקובייה מתקבל מספר קטן מ-4.

חגית תזכה בנקודה - אם על הקובייה מתקבל מספר גדול מ-3.

האם המשחק הוגן? הסבירו מדוע.



3. מטילים שתי קוביות משחק.

שחקן **א** ינצח - אם על שתי הקוביות מתקבל אותו מספר.

שחקן **ב** ינצח - אם על שתי הקוביות מתקבלים מספרים שונים.

האם המשחק הוגן? אם לא, במקום מי הייתם בוחרים לשחק? הסבירו.



4. מטילים שתי קוביות משחק.

שחקן **א** ינצח - אם סכום המספרים על שתי הקוביות הוא 8.

שחקן **ב** ינצח - אם סכום המספרים על שתי הקוביות הוא 7.

האם המשחק הוגן? הסבירו. אם לא, הציעו שינויים כדי להפוך את המשחק למשחק הוגן.

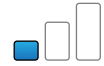


5. אלישבע והדסה משחקות בסביבון.

אלישבע תזכה בנקודה - אם על הסביבון מתקבל פ או ג או ה.

הדסה תזכה בנקודה - אם על הסביבון מתקבל נ.

האם המשחק הוגן? אם לא, הציעו שינויים כדי להפוך את המשחק למשחק הוגן.



6. מטילים 200 פעם מטבע של שקל.

כמה פעמים צפויה התוצאה **עץ**?



7. **קובי** הטיל מטבע של שקל פעמים רבות.

מתוכן, 496 פעמים התקבל המספר 1.

כמה פעמים בערך הטיל **קובי** את המטבע?



8. **יוסי ורמי** משחקים בשעונים (ראו ציור).

בוחרים שעון ומסובבים את המחוג. השחקן שהמחוג עוצר בשטח שלו הוא המנצח.

א. באיזה שעון כדאי לכל אחד מהמשתתפים לבחור? הסבירו.

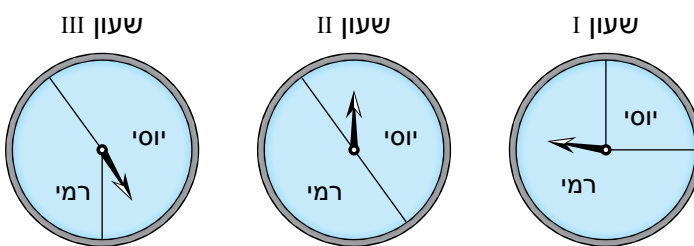
ב. האם המשחק באחד השעונים נראה לכם הוגן? אם כן, באיזה שעון?

ג. מסובבים את המחוג בכל פעם 600 פעמים.

שערו: כמה פעמים צפוי **רמי** לנצח אם משחקים בשעון I? בשעון II? בשעון III?

ד. **יוסי ורמי** מתכוננים לשחק **פעם אחת** בשעון I.

האם אפשר לחזות מראש מי ינצח? מדוע?



9. **דני** עובד בחנות. הוא משתכר 50 שקלים ליום.

בעל החנות הציע ל**דני**: במקום לקבל 50 שקלים ליום, נטיל קוביית משחק.

- אם תתקבל התוצאה תתקבל 200 שקלים.

- אם יתקבל מספר אחר (שונה מ-1), תקבל 10 שקלים.

האם כדאי ל**דני** להסכים להצעה החדשה? נמקו.

שיעור 2. מהי הסתברות?



משה מטיל קוביית משחק רגילה, ומתכנן כך:
אם על הקובייה יתקבל 6, אלך לשחק בחוץ.
אם על הקובייה יתקבל מספר קטן מ-6, אלך לחבר.
אם על הקובייה יתקבל מספר גדול מ-6, אתחיל להכין שיעורי-בית.
קבעו לכל אחד מהמאורעות הבאים אם ייתכן שיקרה, חייב לקרות, או בלתי אפשרי שיקרה.

- **משה** יכין שיעורי-בית
- **משה** יילך לשחק בחוץ
- **משה** יילך לחבר
- **משה** ייצא מהבית

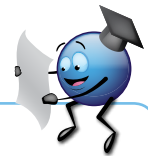
נחקור סיכויים של מאורעות שונים.

1. מטילים קוביית משחק רגילה.

רשמו לכל מאורע אם הוא אפשרי (ייתכן שיקרה), ודאי (חייב לקרות) או בלתי אפשרי.



- א. יתקבל המספר 5.
- ב. יתקבל מספר אי-זוגי.
- ג. יתקבל המספר 7.
- ד. יתקבל מספר קטן מ-7.



מאורע אפשרי הוא מאורע שיכול לקרות.

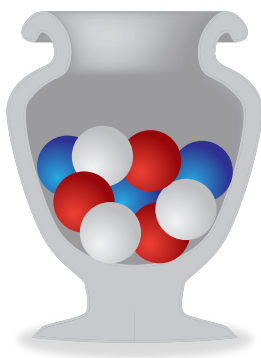
מאורע בלתי-אפשרי: המאורע "לקבל מספר גדול מ-2 בהטלת קוביית משחק", הוא **מאורע אפשרי**.

מאורע ודאי הוא מאורע שחייב לקרות.

מאורע בלתי-אפשרי: המאורע "לקבל מספר טבעי בהטלת קוביית משחק רגילה", הוא **מאורע ודאי**.

מאורע בלתי-אפשרי הוא מאורע שלא יכול לקרות.

מאורע בלתי-אפשרי: המאורע "לקבל 8 בהטלת קוביית משחק רגילה", הוא **מאורע בלתי-אפשרי**.



2. בכד 3 כדורים אדומים, 3 כדורים לבנים ו-3 כדורים כחולים.

מוציאים מהכד, בלי להסתכל, 4 כדורים.

בכל סעיף רשמו אם המאורע הוא אפשרי, ודאי או בלתי אפשרי.

א. לכל ארבעת הכדורים צבע זהה.

ב. שניים מהכדורים לבנים ושניים אדומים.

ג. לכל אחד מארבעת הכדורים צבע שונה.

ד. בין ארבעת הכדורים אין כדור לבן.

ה. לשניים מבין ארבעת הכדורים צבע זהה.

ו. לשלושה מבין ארבעת הכדורים צבע זהה.

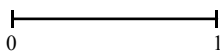


- המספר המבטא את הסיכוי לקבלת תוצאה מסוימת הוא **ההסתברות** לקבלת אותה תוצאה.
דוגמה: אם נטיל קובייה פעמים רבות, נקבל את המספר 2 בערך ב- $\frac{1}{6}$ מן ההטלות.
 לכן, נוכל לומר כי ההסתברות לקבלת המספר 2 היא $\frac{1}{6}$
 ההסתברות לקבלת כל אחד מהמספרים האחרים על הקובייה גם היא $\frac{1}{6}$

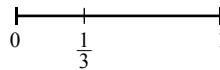
- ההסתברות של **מאורע בלתי-אפשרי** היא 0.
 ההסתברות של **מאורע ודאי** היא 1.

בכל מקרה אחר, ההסתברות של מאורע היא מספר בין 0 ל- 1.

אפשר לתאר את ההסתברות על ציר המספרים כנקודה הנמצאת על הקטע שקצותיו ב- 0 וב- 1.



- **דוגמה:** בהטלת קובייה, קבלת מספר קטן מ- 3 היא מאורע אפשרי.
 ההסתברות שלו $\frac{1}{3}$



- במשחק הוגן, לכל המשתתפים אותה ההסתברות לנצח.

- **דוגמה:** בהטלת מטבע, למאורע "לקבל מספר" ולמאורע "לקבל עץ" אותה ההסתברות.
 לכן ההסתברות של כל אחד מהם היא $\frac{1}{2}$, והמשחק הוגן.



- 3. בסל 3 כדורים ירוקים ו- 2 כדורים כחולים.

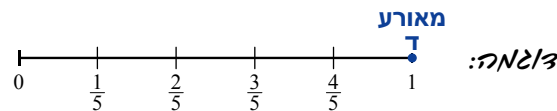
מוציאים כדור אחד בלי להסתכל.

קבעו לכל מאורע אם הוא **אפשרי**, **בלתי-אפשרי** או **ודאי**.

- א. להוציא כדור ירוק
- ב. להוציא כדור כחול
- ג. להוציא כדור אדום
- ד. להוציא כדור שאינו אדום

מצאו את ההסתברות של כל מאורע.

העתיקו וסמנו מעל קטע ציר המספרים את האות המתאימה (ראו דוגמה).



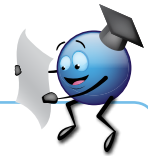
- 4. משחקים בקובייה רגילה.

א. מטילים את הקובייה 3,000 פעם.

כמה פעמים צפוי שיופיעו מספרים זוגיים? מה ההסתברות לקבל מספרים זוגיים? הסבירו.

ב. מטילים את הקובייה פעמיים.

האם נקבל שני מספרים שאחד מהם זוגי והאחר אי-זוגי? הסבירו.

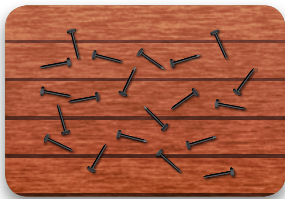


בדרך כלל, אי-אפשר לחזות מראש את התוצאה של ניסוי אחד או של ניסויים בודדים. אפשר לחזות מראש בצורה די מדויקת, את התוצאה שתתקבל כאשר מבצעים מספר רב של ניסויים. **מל/3**: בהטלת קובייה פעמיים אי-אפשר לצפות את התוצאה. בהטלת קובייה רגילה 1,200 פעמים, נקבל כ- 600 פעמים מספר זוגי, כי מחצית מהמספרים על הקובייה זוגיים.

5. מסובבים סביבון 1,000 פעמים, ורושמים כמה פעמים התקבלה האות ג. ציינו אילו מהמספרים הבאים מתאימים כהשערה למספר הפעמים בו התקבל האות ג.
- 243 999 100 239 532 261 50

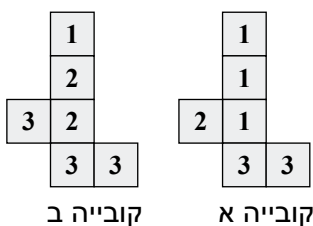


6. קראו את הקטע הבא.



נדמיין לעצמנו רצפת עץ המורכבת מלוחות עץ צרים שווי רוחב המוצמדים זה אל זה. נפזר מסמרים באופן אקראי על הרצפה. חלק מהמסמרים יגעו בחריצים שבין לוחות העץ. (בציור 8 מסמרים נוגעים בחריצים ו- 12 מסמרים אינם נוגעים). חזרה על הניסוי מספר רב של פעמים מאפשרת לנו לבחון וללמוד על התכיפות בה יפגע מסמר באחד מחריצי הרצפה.

- א. האם אפשר לקבוע את ההסתברות למאורע: "המסמר יגע בחריץ", על-סמך הציור שלמעלה?
 ב. פיזרו על רצפת העץ 1,200 מסמרים. 315 מסמרים נגעו בחריצים ושאר המסמרים לא נגעו. מהי ההסתברות שמסמר יפול בין שני חריצים (לא יגע בחריץ)?
 ג. **גבריא** אמר: ההסתברות היא $\frac{3}{4}$.
 האם **גבריא** צודק? הסבירו.



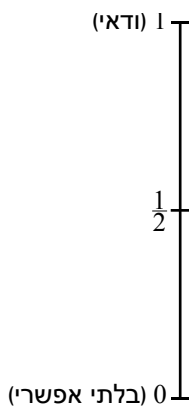
7. לפניכם פריסה של שתי קוביות מיוחדות. מטילים את שתי הקוביות.
- א. מצאו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים:
- קבלת 4 בקובייה א - קבלת 4 בקובייה ב
 - קבלת 2 בקובייה א - קבלת 2 בקובייה ב
- ב. מצאו מספר שההסתברות לקבל אותו גדולה יותר בקובייה א.
 ג. מצאו מספר שההסתברות לקבל אותו גדולה יותר בקובייה ב.



אוסף משימות



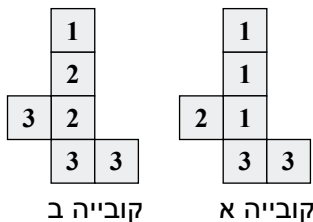
1. א. מטילים קוביית משחק רגילה. מהי ההסתברות לקבלת התוצאה 6?
 ב. מטילים את הקובייה 6,000 פעם. כמה פעמים צפוי לקבל את התוצאה 6?
 ג. **ברכה** הטילה את הקובייה שלוש פעמים, ובכל ההטלות קיבלה את המספר 6.
ברכה מתכוונת להטיל את הקובייה פעם נוספת. מהי ההסתברות ש**ברכה** תקבל 6 גם בהטלה הזאת? מדוע?



2. מספר תלמידים רצו לערוך מסיבת הפתעה לחברה.
זהבה הציעה תאריך לפגישה.
רחל אמרה: הסיכויים שאגיע הם חצי-חצי.
עדינה אמרה: רוב הסיכויים שאגיע.
דינה אמרה: הסיכויים שאגיע קלושים.
זהבה אמרה: מאה אחוז שאגיע.
נחמה אמרה: באותו יום אני מחוץ לעיר.
 העתיקו את הציר, וסמנו בערך את מקום ההסתברות המתאימה להשתתפותה של כל תלמידה במסיבה.



3. לפניכם פריסה של שתי קוביות מיוחדות.



- א. מטילים קובייה א. לקבלת איזה מספר יש הסתברות קטנה ביותר?
 ב. מטילים קובייה ב. לקבלת איזה מספר יש הסתברות קטנה ביותר?
 ג. באיזו משתי הקוביות ההסתברות לקבלת המספר 3 גדולה יותר?
 ד. מצאו שני מספרים שלהם אותה הסתברות, וכל אחד מהם רשום על קובייה שונה.



4. מטילים קוביית משחק רגילה.
 רשמו דוגמה למאורע:

א. בלתי-אפשרי (הסתברות 0) ב. ודאי (הסתברות 1) ג. ההסתברות $\frac{1}{2}$



5. מטילים קוביית משחק רגילה.

בכל סעיף, רשמו שני מאורעות מתאימים להסתברות הנתונה.

א. ההסתברות $\frac{1}{2}$ ב. ההסתברות $\frac{1}{3}$ ג. ההסתברות 1 ד. ההסתברות 0



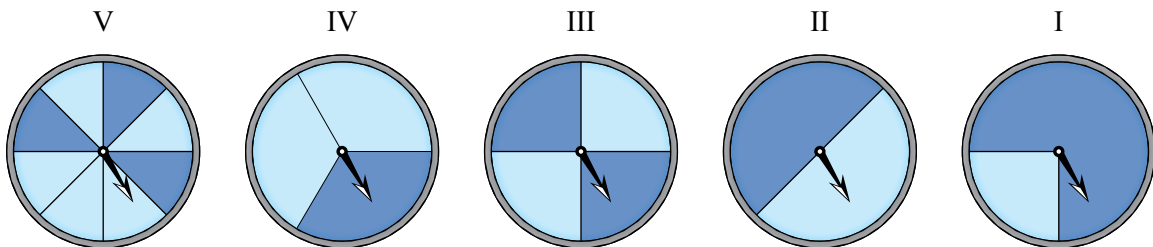
- 6.** מטילים קובייה אחת פעמיים וכותבים מספר דו-ספרתי מהמספרים שהתקבלו.
 המספר המתקבל בהטלה הראשונה הוא ספרת העשרות, והמספר השני הוא ספרת האחדות.
- רשמו שני מאורעות ודאיים.
 - רשמו שני מאורעות אפשריים.
 - רשמו שני מאורעות בלתי אפשריים.



- 7.** מטילים קוביית משחק רגילה.
 בכל מקרה, קבעו את סוג המאורע (אפשרי, ודאי או בלתי-אפשרי) ורשמו את ההסתברות שלו.
- יתקבל המספר 10.
 - יתקבל מספר המתחלק ב-5.
 - יתקבל מספר קטן מ-3.
 - יתקבל מספר ראשוני (זכרו, 1 אינו ראשוני).
 - יתקבל מספר שונה מ-4.
 - יתקבל מספר קטן מ-10.
 - יתקבל מספר דו-ספרתי.
 - יתקבל מספר זוגי גדול מ-4.
 - יתקבל מספר שלילי.
 - יתקבל מספר זוגי.



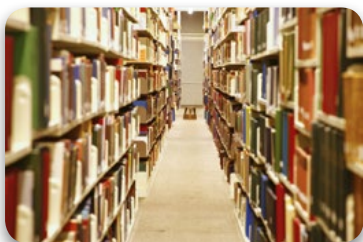
- 8.** מסובבים את המחוג בכל שעון.



- בכל שעון, ציינו איזו מבין שלוש הטענות הבאות נכונה. הסבירו.
- הסיכוי שהמחוג ייעצר באזור הצבוע בכחול גבוה יותר.
 - הסיכוי שהמחוג ייעצר באזור הצבוע בתכלת גבוה יותר.
 - הסיכוי שהמחוג ייעצר באזור הצבוע בכחול והסיכוי שהמחוג ייעצר הצבוע בתכלת, שווים.



- 9.** על מדף בספרייה 90 ספרים.



- $\frac{2}{3}$ מהספרים הם בעברית, והשאר ספרים באנגלית.
- בוחרים באקראי ספר מהמדף. מה ההסתברות שהוא ספר באנגלית?
 - רשמו דוגמה למאורע ודאי, דוגמה למאורע אפשרי, ודוגמה למאורע בלתי-אפשרי.

שיעור 3. השערות ותחזיות

בטבלה מוצגת שכיחות המשכורות של עובדים במפעל "שבבים".

17,500	11,000	9,500	6,200	5,500	5,100	4,700	4,500	משכורת חודשית (שקלים)
1	2	1	5	8	2	4	2	מספר עובדים (שכיחות)

כמה עובדים במפעל?

בחרים באקראי עובד, מה ההסתברות שמשכורתו של העובד תהיה 5,500 שקלים?

נלמד על הקשר בין הסתברות לשכיחות יחסית.

במשימות 1 ו-2 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

- א. כמה עובדים משתכרים מעל 6,000 שקלים?

ב. חשבו את המשכורת הממוצעת במפעל "שבבים".

ג. עובד נבחר באקראי. חשבו את ההסתברות:

 - שכרו גבוה מ-2,000 שקלים.
 - שכרו נמוך מהמשכורת הממוצעת של עובדי המפעל.
 - שכרו גבוה מ-20,000 שקלים.

ד. רשמו דוגמה למאורע ודאי, דוגמה למאורע אפשרי ודוגמה למאורע בלתי-אפשרי.

ה. רשמו דוגמה לשני מאורעות שונים שהם בעלי אותה הסתברות.



- 8 מתוך העובדים של מפעל "סלילים" משתכרים 5,500 שקלים כל אחד.

- בחרים באקראי עובד במפעל "שבבים" ועובד במפעל "סלילים". האם נוכל לקבוע כי ההסתברות לבחירת עובד המשתכר 5,500 שקלים זהה בשני המפעלים? במה תלויה התשובה?

ב. מספר העובדים במפעל "סלילים" גדול פי שניים ממספר העובדים במפעל "שבבים". מהי ההסתברות לפגוש עובד המשתכר 5,500 שקלים במפעל "סלילים"?



תזכורת

בעבר למדנו כי **שכיחות יחסית** של נתון מסוים היא החלק של הנתון הזה מתוך סך-כל הנתונים. בהסתברות אנו עוסקים בשכיחות יחסית של מאורעות.

שכיחות יחסית של מאורע היא היחס בין שכיחות המאורע ובין סך-כל השכיחויות. כדי לקבוע הסתברות, לא די לדעת מהי השכיחות של המאורע. חייבים לדעת מהי השכיחות היחסית שלו.

כלומר חשוב להתייחס ליחס:

$$\text{השכיחות היחסית} = \frac{\text{השכיחות של המאורע}}{\text{סך-כל השכיחויות}}$$

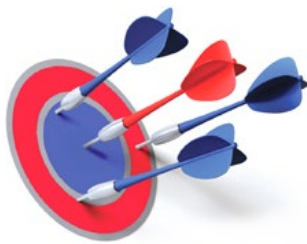
3. במדינת "הפילנד" נערכו בחירות לראשות הערים. מועמד הזוכה ביותר מ- 50% מהקולות (כלומר, אם בוחרים בו יותר ממחצית המשתתפים בבחירות) נבחר לראש עיר.
- בעיר א, קיבל מר לוי 40,000 מקולות המצביעים לראשות העיר. בעיר ב, קיבל מר כהן 30,000 מקולות המצביעים לראשות העיר.
- א. האם אפשר לדעת, מי משני המועמדים נבחר לראשות עירו? הסבירו.
- ב. האם ייתכן שמר כהן נבחר ומר לוי לא נבחר? אם כן, הדגימו. אם לא, הסבירו.
- ג. אילו נתונים דרושים כדי לענות על סעיף א? הסבירו.



אוסף משימות



1. א. בכיתה ח 1 הצליחו בבחינה 12 תלמידות מתוך 20. בכיתה ח 2 הצליחו באותה בחינה 18 תלמידות מתוך 20. באיזו כיתה ההסתברות לפגוש באקראי תלמידה שהצליחה במבחן גבוהה יותר? הסבירו.
- ב. בכיתה ח 3 הצליחו בבחינה 12 תלמידות מתוך 20. בכיתה ח 4 הצליחו בבחינה 18 תלמידות מתוך 40. באיזו כיתה ההסתברות לפגוש באקראי תלמידה שהצליחה במבחן גבוהה יותר?



2. אורי ויואב יורים חיצים למטרה. ההסתברות של אורי לפגוע במטרה היא 0.2. ההסתברות של יואב לפגוע במטרה היא 0.5.
- א. יום אחד ירה כל אחד 100 פעמים. כמה פעמים בערך פגע כל אחד במטרה?
- ב. ביום אחר פגע כל אחד מהם 40 פעמים במטרה. כמה פעמים בערך ירה כל אחד?



3. על המדף סוגים שונים של מחברות (ראו טבלה).

סוג	שורות	משבצות	חלק	מעבדה	יומן
כמות	10	12	7	3	8

- א. כמה מחברות על המדף?
 ב. שולפים באקראי מחברת מהמדף, מה ההסתברות שנשלף יומן?
 ג. שולפים באקראי מחברת מהמדף, מה ההסתברות שנשלפה מחברת שורות?
 ד. איזה סוג של מחברות, ההסתברות לשלוף באקראי היא $\frac{3}{10}$?



4. בכיתה ח בִּדְקוּ את הציון במתמטיקה בתעודות והתקבלו התוצאות הבאות.

ציון	4	5	6	7	8	9	10
מספר התלמידות	1	2	4	10	7	4	2

- א. כמה תלמידות בכיתה?
 ב. כמה תלמידות קיבלו ציון 6?
 מה השכיחות היחסית של תלמידות שקיבלו ציון 6?
 ג. כמה תלמידות קיבלו ציון מעל 8?
 מה השכיחות היחסית של תלמידות שקיבלו ציון גבוה מ-8?
 ד. מה ההסתברות שאם נבחרה תלמידה באקראי היא קיבלה ציון 7?
 ה. מה ההסתברות שאם נבחרה תלמידה באקראי היא קיבלה ציון "חיובי" (6 ומעלה)?



5. ביישוב מסוים ספרו את מספר הילדים בכל משפחה, וריכזו את התוצאות בטבלת השכיחויות הבאה.

מספר ילדים במשפחה	1	2	3	4	5
מספר משפחות (שכיחות)	5	20	40	25	10

- א. כמה משפחות ביישוב?
 ב. חשבו את מספר הילדים הממוצע למשפחה.
 ג. בוחרים משפחה באקראי.
 מצאו את ההסתברות שבמשפחה שנבחרה:
 - יהיו 3 ילדים
 - מספר הילדים נמוך מהממוצע
 - יהיו פחות מ-3 ילדים
 - יהיו בדיוק 6 ילדים
 ד. רשמו דוגמה למאורע אפשרי, דוגמה למאורע ודאי ודוגמה למאורע בלתי-אפשרי.



שיעור 4. מחשבים הסתברויות

לכל זוג תלמידות עשרה פתקים.



מוציאים פתק אחד לפי התור, מסתכלים על המספר הרשום עליו ומחזירים אותו לקופסה. משחקים בשני משחקים שונים.

משחק ראשון

- א זוכה בנקודה - אם על הפתק רשום מספר קטן מ-6.
 ב זוכה בנקודה - אם על הפתק רשום מספר המתחלק ב-5.
 האם המשחק הוגן?

משחק שני

- א זוכה בנקודה - אם על הפתק רשום מספר המתחלק ב-3 או מספר המתחלק ב-5.
 ב זוכה בנקודה - אם על הפתק רשום מספר דו-ספרתי או מספר קטן מ-6.
 האם המשחק הוגן?

נחשב הסתברויות של מאורעות שונים.

במשימות 1 - 3 נתייחס לנתונים במשימת הפתיחה.

- בכל סעיף, קבעו את סוג המאורע (אפשרי, ודאי או בלתי-אפשרי) ומצאו את ההסתברות שלו.

 - המספר חד-ספרתי.
 - המספר דו-ספרתי.
 - המספר תלת-ספרתי.
 - המספר מתחלק ב-4.
 - המספר קטן מ-8.
 - המספר קטן מ-15.
- בכל סעיף, רשמו "נכון" או "לא נכון".

 - ההסתברות להוציא מספר חד-ספרתי המתחלק ב-5, שווה להסתברות להוציא מספר דו-ספרתי המתחלק ב-5.
 - ההסתברות להוציא מספר קטן מ-9 שווה להסתברות להוציא מספר גדול מ-9.
 - ההסתברות להוציא מספר ראשוני היא $\frac{3}{10}$.
 - ההסתברות להוציא מספר אי-זוגי היא $\frac{1}{2}$.
 - ההסתברות להוציא מספר גדול מ-2 היא 1.
 - ההסתברות להוציא את המספר 13 היא 1.
 - הסתברות להוציא מספר ראשוני קטן מ-10, גדולה מההסתברות להוציא מספר ראשוני גדול מ-10.
- בכל סעיף, רשמו מאורע מתאים להסתברות.

 - $\frac{2}{5}$
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{1}{5}$
 - 1
 - 0



4. על 60 פתקים רשומים המספרים 1, 2, 3 בלבד. האם ייתכן שבהוצאת פתק: ההסתברות לקבל 1 היא $\frac{1}{2}$, ההסתברות לקבל 2 היא $\frac{1}{4}$, וההסתברות לקבל 3 היא $\frac{1}{3}$? הסבירו.

5. רושמים על כל פתק מספר תלת-ספרתי שאפשר להרכיב מהספרות 1, 2, 5 (כל ספרה פעם אחת). מניחים את הפתקים בקופסה.



- א. רשמו את כל המספרים האפשריים. כמה מספרים קיבלתם?
 ב. מהי ההסתברות להוציא את המספר 125?
 ג. כמה מבין המספרים הרשומים מתחלקים ב-5?
 מהי ההסתברות להוציא מספר המתחלק ב-5?
 ד. מהי ההסתברות להוציא מספר שסכום ספרותיו 8?
 ה. מהי ההסתברות להוציא מספר זוגי? להוציא מספר אי-זוגי?
 ו. רשמו מאורע שההסתברות שלו 0, מאורע שההסתברות שלו 1, ומאורע שההסתברות שלו $\frac{1}{2}$.



אוסף משימות



1. על שמונה פתקים רשומים המספרים מ-1 עד 8. מקפלים את הפתקים היטב, שמים אותם בקופסה ומוציאים פתק אחד בלי להסתכל.

- בכל סעיף, קבעו אם לשני המאורעות סיכוי שווה. אם לא, קבעו לאיזה מאורע סיכוי גבוה יותר.
 א. להוציא פתק שרשום עליו מספר זוגי או להוציא פתק שרשום עליו מספר אי-זוגי.
 ב. להוציא פתק שרשום עליו 1 או להוציא פתק שרשום עליו מספר שונה מ-1.
 ג. להוציא פתק שרשום עליו מספר זוגי או להוציא פתק שרשום עליו מספר המתחלק ב-3.
 ד. להוציא פתק שרשום עליו מספר קטן מ-9 או להוציא פתק שרשום עליו מספר גדול מ-1.
 ה. להוציא פתק שרשום עליו מספר גדול מ-1 או להוציא פתק שרשום עליו מספר קטן מ-8.



2. רושמים על פתקים את כל המספרים מ-1 עד 50 (כולל) ומניחים בקופסה. מוציאים פתק אחד בלי להסתכל.

א. חשבו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

- להוציא מספר זוגי
- להוציא מספר חד-ספרתי
- להוציא מספר אי-זוגי
- להוציא מספר דו-ספרתי
- להוציא מספר שיחידות שלו 7
- להוציא את המספר 110



ב. רשמו מאורע שההסתברות שלו 0.

ג. רשמו מאורע שההסתברות שלו 1.



3. בקופסה פתקים שעליהם רשומים המספרים מ-1 ועד 40 (כולל). לכל מספר פתק אחד בלבד.

מוציאים מהקופסה פתק בלי להסתכל.

א. חשבו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

- להוציא את המספר 4
- להוציא מספר קטן מ-17
- להוציא מספר המתחלק ב-5
- להוציא מספר דו-ספרתי
- להוציא מספר זוגי
- להוציא מספר תלת-ספרתי
- להוציא מספר אי-זוגי
- להוציא מספר המתחלק ב-10

ב. רשמו מאורע שההסתברות שלו 0, ומאורע שההסתברות שלו 1.

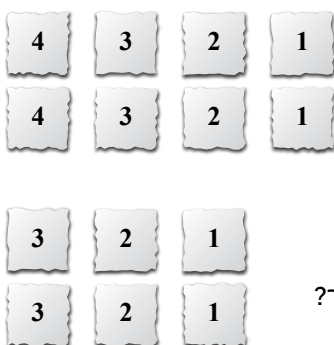


4. רושמים על פתקים את כל המספרים מ-1 עד 80 (כולל) ומניחים בקופסה. מוציאים פתק אחד בלי להסתכל.

א. חשבו את ההסתברות של כל אחד מהמאורעות הבאים.

- להוציא מספר גדול מ-20
- להוציא מספר זוגי קטן מ-61
- להוציא מספר קטן מ-21
- להוציא מספר גדול מ-20 ומתחלק ב-3
- להוציא מספר המתחלק ב-8
- להוציא מספר המתחלק גם ב-2 וגם ב-3
- להוציא מספר קטן מ-100
- להוציא מספר המתחלק ב-67

ב. רשמו מאורע: שההסתברות שלו 0, מאורע שההסתברות שלו 1, ומאורע שההסתברות שלו $\frac{1}{2}$.



5. על שמונה פתקים רשומים המספרים 1, 2, 3, 4 (כל מספר פעמיים).

מקפלים את הפתקים ושמים בקופסה. מוציאים שני פתקים בלי להסתכל.

א. קבעו לאיזה מאורע סיכוי גבוה יותר.

- המספרים על שני הפתקים שווים או המספרים על שני הפתקים שונים
- מכפלת המספרים הרשומים זוגית או המכפלה אי-זוגית
- מכפלת המספרים גדולה מ-15 או מכפלת המספרים קטנה מ-1?

ב. האם תשובתכם לסעיף א תשתנה אם בקופסה רק 6 פתקים, כמו בציור?

הסבירו.



שומרים על כושר

ביטויים זהים

1. בכל סעיף, קבעו אם שני הביטויים האלגבריים הם ביטויים זהים.

א. $5(a + 3)$ $5a + 3$ ד. $3a$ $2a + a$

ב. $\frac{4-a}{2}$ $2 \cdot a$ ה. $(3 + a)$ $3 + (a + 5)$

ג. $(5 + 3)a$ $5a + 3a$ ו. $a \cdot 8$ $8a$

2. נתונים שני ביטויים אלגבריים $\frac{4}{x^2}$ ו- $5 - x^2$ ($x \neq 0$)

- א. הציבו בשני הביטויים את המספרים: $1, 2, -1, -2$
- ב. האם שני הביטויים זהים? הסבירו.

3. בכל סעיף, הוסיפו סוגריים באחד מהביטויים, כך שתקבלו ביטויים אלגבריים זהים.

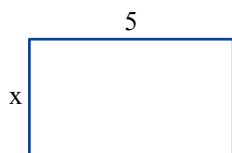
א. $x \cdot 2 + 5$ $7x$ ד. $3 - 2 + x$ $1 - x$

ב. $3 - 2x$ x ה. $-1 + 5x$ $-1 - 5x$

ג. $2x + 1$ $4 - 2x + 1$ ו. $2 - 2x$ $4 - 2x + 1$

4. פשטו.

א. $5(a - 2) + 13$ ב. $5 - a \cdot (7 - a) + 2a$ ג. $7a - 2(a + 3) \cdot 5$ ד. $5a(a - 3) - 8a$

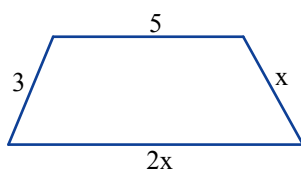


5. בחרו ביטויים המייצגים את היקף המלבן שבשרטוט.

(השרטוט להדגמה, והמידות נתונות בס"מ, $x > 0$)

$x \cdot 5$ $2x + 10$ $2 \cdot 5x$ $5x$ $x + 5$

$2(x + 5)$ $x + 5 + x + 5$ $2x + 5$



6. א. כתבו שלושה ביטויים אלגבריים להיקפו של הטרפז בשרטוט.

(השרטוט הוא להדגמה, ומידות האורך נתונות בס"מ, $x > 0$)

ב. האם כל הביטויים שכתבתם הם ביטויים זהים? הסבירו.