الوحدة الثانية والعشرون: نختزل

الدرس الأول: اِختزال كسور

أمامكم أربعة تمارين.

أ. $\frac{5}{4\cdot5}$ ب. $\frac{4\cdot5}{5}$ ت. $\frac{4+5}{5}$ ث. $\frac{4-5}{5}$

قال **جلال**: يمكن أن نختزل على 5 ، في جميع التمارين، والنتيجة 4.

هل قول **جلال** صحيح؟

سنتعلّم متى يمكن الاختزال ومتى لا يمكن الاختزال.

1. تطرّقوا إلى المعطيات التي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

أ. حلّوا التمارين دون اختزال.

ب. اِفحصوا هل النتيجة 4 في جميع التمارين؟ واشرحوا.

2. أحيطوا التمارين الصحيحة. حددوا التمارين الّتي يمكن الاختزال فيها.

أ. $\frac{10\cdot2}{12\cdot2}=\frac{10}{12}$ ت. $\frac{1+10}{2+10}=\frac{1}{2}$ ج. $\frac{4\cdot4}{8\cdot4}=\frac{1}{2}$ خ. $\frac{10-1}{10-2}=\frac{1}{2}$

ب. $\frac{10+2}{12+2}=\frac{10}{12}$ ث. $\frac{1+10}{2+10}=\frac{11}{12}$ ح. $\frac{8}{4}\cdot\frac{4}{4}=2$ د. $\frac{10-1}{10-2}=\frac{9}{8}$

- نسمّي **الأعداد** الّتي نضربها ببعضها "**عوامل**".
يمكن أن نختزل الأعداد التى تظهر **كعوامل** في الكسر، إذا ظهرت في البسط والمقام أيضًا.

أمثلة: $\frac{\cancel{5}}{4\cdot\cancel{5}}=\frac{1}{4}$ يمكن الاختزال على 5

$\frac{7\cdot\cancel{9}}{5\cdot\cancel{9}}=\frac{7}{5}$ يمكن الاختزال على 9

$\frac{4\cdot\cancel{5}\cdot7}{\cancel{5}\cdot7}=4$ يمكن الاختزال على 7 وعلى 5

- نسمّي الأعداد الّتي نجمعها مع بعضها أو نطرحها من بعضها "**مضافات**" أو "**مطروحة**".

- **لا يمكن أنْ نختزل** أعدادًا تظهر كأعداد **مضافة** أو **مطروحة** في الكسر.

أمثلة: $\frac{5}{4-5}=\frac{5}{-1}=-5$ $\frac{7+3}{5+3}=\frac{10}{8}=1\frac{1}{4}$ لا يمكن الاختزال.

3. اِختزلوا على 3 ، في كلّ بند، إذا كان الأمر ممكنًا. وحلّوا.

أمثلة: $\frac{\cancel{12}^{4}\cdot 5}{\cancel{3}}=4\cdot 5=20$ $\qquad \frac{7\cdot\cancel{3}}{\cancel{3}}=7$ $\qquad \frac{6+3}{8+3}=\frac{9}{11}$ لا يمكن الاختزال.

أ. $\frac{5\cdot 3}{3}$ $\qquad$ ت. $\frac{6}{2\cdot 3}$ $\qquad$ ج. $\frac{5\cdot 3}{2\cdot 3}$ $\qquad$ خ. $\frac{5+3}{2+3}$

ب. $\frac{5+3}{3}$ $\qquad$ ث. $\frac{3}{2+3}$ $\qquad$ ح. $\frac{5-3}{2-3}$ $\qquad$ د. $\frac{5+6}{2+3}$

4. اِختزلوا، في كلّ بند، إذا كان الأمر ممكنًا. وحلّوا.

أ. $\frac{2\cdot 3}{5\cdot 3}$ $\qquad$ ب. $\frac{3\cdot 8}{5\cdot 8}$ $\qquad$ ت. $\frac{3\cdot 5}{5\cdot 3}$ $\qquad$ ث. $\frac{3\cdot 4\cdot 9}{6\cdot 4\cdot 9}$ $\qquad$ ج. $\frac{5\cdot 3\cdot 2}{2\cdot 3\cdot 7}$ $\qquad$ ح. $\frac{3+9+5}{9+5+6}$

5. اِفحصوا، في كلّ بند، أيّ كسر يمكن اختزاله. اِشرحوا.

أ. $\frac{3\cdot 8}{3\cdot 4}$ $\qquad$ $\frac{3\cdot 8}{3+4}$ $\qquad$ $\frac{3+8}{3+4}$ $\qquad$ $\frac{3+8}{3\cdot 4}$

ب. $\frac{7\cdot 4+5}{7\cdot 5}$ $\qquad$ $\frac{7\cdot(4+5)}{7\cdot 5}$ $\qquad$ $\frac{7+4+5}{7+5}$ $\qquad$ $\frac{7\cdot(4+5)}{7+5}$

ت. $\frac{14\cdot 4+5}{7\cdot 5}$ $\qquad$ $\frac{14\cdot(4+5)}{7\cdot 5}$ $\qquad$ $\frac{14+4+5}{7+5}$ $\qquad$ $\frac{14\cdot(4+5)}{7+5}$

ث. $\frac{14\cdot 5-4}{7\cdot 5}$ $\qquad$ $\frac{14\cdot(5-4)}{7\cdot 5}$ $\qquad$ $\frac{14-4-5}{7-5}$ $\qquad$ $\frac{14\cdot(4-5)}{7-5}$

6. أشيروا، في كلّ بند، إلى جميع الكسور الّتي تساوي العدد الّذي يظهر في الإطار.

أ. $3\frac{1}{2}$ $\qquad$ $\frac{7\cdot 3}{2\cdot 3}$ $\qquad$ $\frac{7\cdot 4}{4\cdot 2}$ $\qquad$ $\frac{7+4}{2+4}$

ب. 2 $\qquad$ $\frac{30\cdot 4}{15\cdot 4}$ $\qquad$ $\frac{30}{15}$ $\qquad$ $\frac{2\cdot 15}{30\cdot 2}$

ت. $\frac{1}{2}$ $\qquad$ $\frac{6\cdot 5}{5\cdot 12}$ $\qquad$ $\frac{5}{30}$ $\qquad$ $\frac{6}{12}$

ث. $\frac{2}{3}$ $\qquad$ $\frac{14}{7\cdot 3}$ $\qquad$ $\frac{4}{2\cdot 3}$ $\qquad$ $\frac{5+2}{5\cdot 3}$

7. أ. أُكتبوا كسرين **لا يمكن** اختزالهما.
ب. أُكتبوا كسرين **يمكن** اختزالهما.

مجموعة مهامّ

1. حدّدوا، في كلّ بند، هل يمكن أو لا يمكن الاختزال. وحلّوا.

أ. $\frac{9\cdot 2}{9}$ ت. $\frac{11}{2\cdot 11}$ ج. $\frac{5\cdot 7}{7\cdot 3}$

ب. $\frac{9-2}{9}$ ث. $\frac{11}{2+11}$ ح. $\frac{35}{5}$

2. اِختزلوا، في كلّ بند، وحلّوا.

أ. $\frac{3\cdot 8}{8}$ ت. $\frac{2\cdot 11}{2\cdot 11}$ ج. $\frac{3\cdot 5}{2\cdot 5}$ خ. $\frac{9}{18}$

ب. $\frac{3}{2\cdot 3}$ ث. $\frac{3\cdot 7}{7\cdot 8}$ ح. $\frac{27}{3}$ د. $\frac{2\cdot 3\cdot 11}{2\cdot 11}$

3. اِختزلوا، في كلّ بند، إذا كان الأمر ممكنًا.

أ. $\frac{7}{7\cdot 2}$ ت. $\frac{5\cdot 3\cdot 16}{5\cdot 16}$ ج. $\frac{3+5}{15}$ خ. $\frac{2-11}{2\cdot 11}$

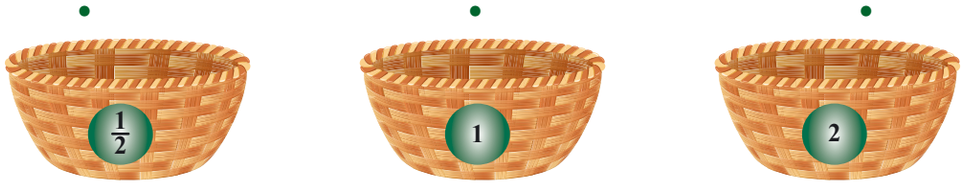
ب. $\frac{3}{2+3}$ ث. $\frac{3\cdot 7\cdot 8}{7\cdot 8\cdot 3}$ ح. $\frac{9\cdot 8}{8\cdot 3}$ د. $\frac{3+7}{7+3}$

4. لائموا كلّ كسر في السطر العلويّ إلى الحلّ المناسب في السطر السفليّ.

$\frac{3\cdot 4}{6\cdot 4}$	$\frac{2\cdot 9}{9}$	$\frac{5}{8\cdot 5}$	$\frac{80}{10}$	$\frac{2\cdot 5}{5\cdot 2}$
•	•	•	•	•
•	•	•	•	•
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	8	1	2

5. صلوا إلى السلة المناسبة.

$\frac{11}{22}$ $\frac{12}{3\cdot2}$ $\frac{5\cdot2}{2\cdot10}$ $\frac{18}{9\cdot2}$ $\frac{2\cdot2\cdot14}{4\cdot2\cdot7}$ $\frac{1+13}{13+1}$



6. أ. أُكتبوا كسرين **لا يمكن** اختزالهما.

ب. أُكتبوا كسرين **يمكن** اختزالهما.

7. أُكتبوا، في كلّ بند، صحيح أو غير صحيح.

أ. $\frac{6+1}{6}=2$ ت. $\frac{8\cdot2\cdot5}{8\cdot5}=2$ ج. $\frac{7\cdot3}{7\cdot6}=2$

ب. $\frac{5\cdot4}{2\cdot5}=2$ ث. $\frac{6+3}{9}=2$ ح. $\frac{2\cdot3+4}{5}=2$

8. أكملوا.

أ. $\frac{3\cdot\square}{7}=3$ ب. $\frac{3\cdot6}{\square}=2$ ت. $\frac{5\cdot\square}{5\cdot8}=\frac{1}{2}$

9. سجّل **يوسف** التمرين $\frac{30}{5+15}$ كالتالي: $\frac{30}{5+15}=\frac{30}{5}+\frac{30}{15}$

هل سجّل الإجابة بالشكل الصحيح؟ إذا كانت الإجابة لا فبماذا أخطأ؟

الدرس الثاني: مجال التعويض

أمامكم التعبير الجبريّ $\frac{6}{a-3}$

أعطوا أمثلة لأعداد إذا عوّضناها في التعبير (بدلًا من a) فنحصل على نتيجة موجبة.

أعطوا أمثلة لأعداد إذا عوّضناها في التعبير (بدلًا من a) فنحصل على نتيجة سالبة.

هل هنالك عدد إذا عوضناه في التعبير (بدلًا من a) فنحصل على النتيجة صفر؟

سنتعلّم عن أعداد يمكن تعويضها في كسور جبريّة.

1. نتطرّق إلى المعطيات التي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.

أ. عوِّضوا العدد 5 بدلًا من a وحلّوا.

ب. عوِّضوا العدد (1−) بدلًا من a وحلّوا.

ت. أيّ عدد يجب أن نعوِّضه بدلًا من a للحصول على 1؟

ث. أيّ عدد يجب أن نعوِّضه بدلًا من a للحصول على (6−)؟

ج. هل يمكن أن نعوِّض العدد 3 بدلًا من a ؟ اِشرحوا.

ح. هل يمكن أن نعوِّض العدد 0 بدلًا من a ؟ اِشرحوا.

2. أمامكم التعبير الجبريّ $\frac{6}{x}$

أ. عوِّضوا العدد 3 بدلًا من x وحلّوا.

ب. عوِّضوا العدد (1−) بدلًا من x وحلّوا.

ت. أيّ عدد يجب أن نعوِّضه بدلًا من x للحصول على 1؟

ث. أيّ عدد يجب أن نعوِّضه بدلًا من x للحصول على (1−)؟

ج. أعطوا مثالًا لعدد إذا عوضناه فيعطينا نتيجة سالبة.

ح. هل يمكن أن نعوِّض العدد 0 بدلًا من x؟ اِشرحوا.

نفكّر بـ ...

3. أمامكم التعبير الجبريّ $\frac{a-2}{a-3}$

قال **أيوب**: مجال التعويض في التعبير هو جميع الأعداد باستثناء العدد 3.

قال **أيمن**: مجال التعويض في التعبير هو جميع الأعداد باستثناء العدد 2.

قال **سامر**: مجال التعويض في التعبير هو جميع الأعداد باستثناء العدد 2 وباستثناء العدد3.

من منهم قوله صحيح؟ اِشرحوا.

- نسمّي الكسر الذي يوجد فيه تعبير جبريّ **"كسر جبريّ"** أيضًا.
- هنالك أعداد إذا عوّضناها (بدل المتغيّر) في كسور جبريّة معينة فتُنتج **تعبيرًا غير معرّف**.

يشتمل **مجال التعويض** على جميع الأعداد التي **يمكن** تعويضها في التعبير الجبريّ للحصول على تعبير معرّف.

أمثلة:	**التعبير**	**مجال التعويض**
	$\frac{5}{2a}$	جميع الأعداد باستثناء العدد 0 بكتابة رياضيّة: $a \neq 0$
	$\frac{7a}{a+3}$	جميع الأعداد باستثناء العدد (3−)بكتابة رياضيّة: $a \neq -3$
	$\frac{a}{3}$	جميع الأعداد

4. جِدُوا مجال التعويض في كلّ بند.

أ. $\frac{2}{x}$ ت. $\frac{7a}{a+2}$ ج. $\frac{5x}{3x}$ خ. $\frac{10}{4+k}$

ب. $\frac{6}{m-2}$ ث. $\frac{a-2}{2}$ ح. $\frac{c-3}{5-c}$ د. $\frac{a-9}{9a}$

5. أُذكروا مجال التعويض في كلّ بند واختزلوا بقدر الإمكان.

		مجال التعويض			**مجال التعويض**
أ.	$\frac{\square}{\square} = \frac{2 \cdot x}{x}$	_____	ج.	$\frac{3a}{a} = \frac{\square}{\square}$	_____
ب.	$\frac{\square}{\square} = \frac{a}{a \cdot 5}$	_____	ح.	$\frac{3x}{3-x} = \frac{\square}{\square}$	_____
ت.	$\frac{\square}{\square} = \frac{2+k}{k}$	_____	خ.	$\frac{7b}{3b} = \frac{\square}{\square}$	_____
ث.	$\frac{\square}{\square} = \frac{c}{3+c}$	_____	د.	$\frac{3+a}{3a} = \frac{\square}{\square}$	_____

6. أ. أعطوا مثالًا لكسرين جبريّين **لا يمكن** اختزالهما، ثمّ اُذكروا مجال التعويض.
ب. أعطوا مثالًا لكسرين جبريّين **يمكن** اختزالهما، ثمّ اُذكروا مجال التعويض.

- أحيانًا، يمكن أنْ نختزل تعابير في الكسور الجبريّة.
- **يمكن أنْ نختزل** أعدادًا أو تعابير تظهر **كعوامل** في الكسر الجبريّ، في البسط وفي المقام أيضًا.
  من المهم التذكر أنّ المتغيِّرات المختزلة تمثِّل أعدادًا من مجال التعويض في التعبير فقط.

أمثلة: $\frac{5}{5a}$ مجال التعويض: جميع الأعداد باستثناء العدد 0. بكتابة رياضيّة: $a \neq 0$
يمكن أن نختزل على 5 ونحصل على $\frac{5}{5a}=\frac{1}{a}$

$\frac{7\cdot a}{5\cdot a}$ مجال التعويض: جميع الأعداد باستثناء العدد 0. بكتابة رياضيّة: $a \neq 0$
يمكن أن نختزل على a ونحصل على $\frac{7\cdot a}{5\cdot a}=\frac{7}{5}$

- **لا يمكن أن نختزل** أعدادًا أو تعابير تظهر **كمضافات** أو **كأعداد مطروحة** في الكسر الجبريّ.

أمثلة: $\frac{a-5}{5}$ مجال التعويض جميع الأعداد لا يمكن أن نختزل

$\frac{7+a}{5+a}$ مجال التعويض: جميع الأعداد باستثناء العدد(5−). بكتابة رياضيّة $a \neq -5$
لا يمكن الاختزال

$\frac{7a-3}{a-3}$ مجال التعويض: جميع الأعداد باستثناء العدد (3). بكتابة رياضيّة $a \neq 3$
لا يمكن الاختزال

مجموعة مهامّ

1. أمامكم تعابير.

$\frac{5\cdot a}{5}$, $\frac{5}{a\cdot 5}$, $\frac{5\cdot 6}{5\cdot a}$, $\frac{5+6}{5+a}$, $\frac{5}{a+5}$

أ. لائموا كلّ تعبير لمجال التعويض المناسب.

جميع الأعداد باستثناء العدد 0 | جميع الأعداد باستثناء العدد (5−) | جميع الأعداد

ب. أحيطوا التعابير الّتي يمكن اختزالها على 5.

2. أُذكروا في كلّ بند، مجال التعويض، وحدّدوا هل يمكن الاختزال أو لا يمكن الاختزال؟ إذا استطعتم أنْ تختزلوا فاختزلوا.

أ. $\frac{9\cdot a}{9}$ ت. $\frac{x}{2\cdot x}$ ج. $\frac{5\cdot k}{7\cdot k}$ خ. $\frac{3+x}{3-x}$

ب. $\frac{9-a}{9}$ ث. $\frac{x}{x+10}$ ح. $\frac{5\cdot 3}{5\cdot b}$ د. $\frac{3+x}{3+x}$

3. أُذكروا مجال التعويض، في كلّ بند، واختزلوا.

أ. $\frac{3\cdot a}{12}$ ب. $\frac{9a}{11a}$ ت. $\frac{14a}{7}$ ث. $\frac{6}{9b}$ ج. $\frac{a+5}{a(a+5)}$

4. أ. أعطوا مثالًا لكسرين جبريّين **لا يمكن** اختزالهما.اذكروا مجال التعويض.

ب. أعطوا مثالًا لكسرين جبريّين **يمكن** اختزالهما.اذكروا مجال التعويض.

5. أُذكروا مجال التعويض، في كلّ بند، واختزلوا إذا كان الأمر ممكنًا.

	مجال التعويض		مجال التعويض
أ. $\frac{\square}{\square}=\frac{7-x}{x}$	_____	ج. $\frac{\square}{\square}=\frac{8+a}{8a}$	_____
ب. $\frac{\square}{\square}=\frac{a}{a+11}$	_____	ح. $\frac{\square}{\square}=\frac{4}{8b}$	_____
ت. $\frac{\square}{\square}=\frac{21k}{k}$	_____	خ. $\frac{\square}{\square}=\frac{7b}{3b}$	_____
ث. $\frac{\square}{\square}=\frac{c}{2c}$	_____	د. $\frac{\square}{\square}=\frac{4k}{4-k}$	_____

6. حدّدوا، في كلّ بند، هل مجال التعويض مناسب؟

أ. $\frac{a+4}{a}=4$ مجال التعويض $a\neq 0$

ب. $\frac{13b}{b}$ مجال التعويض $b\neq 0$

ت. $\frac{4a}{5a}$ مجال التعويض $a\neq 0$

ث. $\frac{a+4}{a+5}$ مجال التعويض $a\neq 5$

7. أكملوا. أُذكروا مجال التعويض.

أ. $\frac{3x}{\square}=x$ ب. $\frac{3x}{\square}=1$ ت. $\frac{3x}{\square}=\frac{x}{2}$ ث. $\frac{\square}{7x}=\frac{1}{7}$

الدرس الثالث: اِختزال كسور جبريّة

أمامكم التعبير الجبريّ $\frac{4a+a}{a}$ $(a \neq 0)$.

حلّ **أيمن:** $\frac{4\not{a}+a}{\not{a}}=4+a$

حلّ **عماد:** $\frac{4a+\not{a}}{\not{a}}=4a$

حلّ **عامر:** $\frac{4a+a}{a}=\frac{5\not{a}}{\not{a}}=5$

قال **يوسف:** ممنوع الاختزال.

من منهم حلّه صحيح؟ اِشرحوا.

نختزل كسورًا جبريّة.

1. أحيطوا، في كلّ بند، التعابير الّتي تساوي التعبير الّذي يظهر في الإطار.
(في الحالات الّتي لم يُسجّل فيها مجال التعويض، فإنّ المجال **جميع الأعداد**).

أ.	$4a$	$\frac{20a}{5}$	$\frac{2a+6a}{2}$	$(a\neq 0)$ $\frac{4a}{a}$	$\frac{3a+a}{4}$
ب.	a	$\frac{4+a}{4}$	$\frac{2a+a}{3}$	$(a\neq 0)$ $\frac{4a}{a}$	$(a\neq 0)$ $\frac{8a-5a}{a}$
ت.	4	$\frac{20a}{5}$	$(a\neq 0)$ $\frac{a+4}{a}$	$(a\neq 0)$ $\frac{2a+2a}{a}$	$(a\neq 0)$ $\frac{4a}{a}$

2. أُذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض واختزلوا بقدر الإمكان.

أمثلة: $(b \neq 0)$ $\frac{4a}{10b}=\frac{2a}{5b}$ $(a \neq 0)$ $\frac{8ab}{8a}=b$ $(a \neq 0,\ b \neq 0)$ $\frac{6ab}{6ab}=1$

أ. $\frac{6a}{12b}$ ت. $\frac{2xy}{xy}$ ج. $\frac{6x}{3x}$

ب. $\frac{6a}{12a}$ ث. $\frac{2x}{2xy}$ ح. $\frac{24xy}{3xy}$

3. سجّلوا، في كلّ بند، مجال التعويض، واذكروا التعبير الّذي لا يساوي التعابير الأخرى.

أ. $\frac{7\cdot 3}{2\cdot 3}$, $\frac{7\cdot a}{2\cdot a}$, $\frac{14a}{4a}$, $\frac{7a}{2b}$

ب. $\frac{30\cdot 4}{15\cdot 4}$, $\frac{30\cdot a}{15\cdot b}$, $\frac{2ab}{ab}$, 2

ت. $\frac{6\cdot 5}{5\cdot 12}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{12}{6}$, $\frac{6a}{12a}$

ث. $\frac{7}{2b}$, $\frac{14}{2b}$, $\frac{21}{3b}$, $\frac{7a}{ab}$

ج. $\frac{5a\cdot 5b}{15ab}$, $\frac{15ab}{3a\cdot 5b}$, $\frac{a\cdot 15b}{3a\cdot 5b}$, 1

ح. $\frac{2ac}{4ac}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{20a}{40a}$, $\frac{2a}{4}$

4. طُلب من التلاميذ أن يعوضوا العدد 3 (بدلًا من x) في التعبير $\frac{7(x+5)}{7}$ وأن يحلّوا.

حلّ **لؤي:** $\frac{7(3+5)}{7}=\frac{7\cdot 8}{7}=\frac{56}{7}=8$

حلّ **جمال:** $\frac{\cancel{7}(x+5)}{\cancel{7}}=x+5$ وبعد ذلك عوضّ 8 = 5 + 3

حلّ **رامي:** $\frac{\cancel{7}(3+5)}{\cancel{7}}=8$

أيّ طريقة حلّ تفضّلون؟ اِشرحوا.

هنالك عاملان في التعبير 7(x + 5) وهما: 7 وَ x + 5

بما أن هنالك عمليّة ضرب بين العاملين، فإنّ التعبير x + 5 نسمّيه "عامل".

أمثلة:

$\frac{7(x+5)}{7}$	مجال التعويض	كلّ الأعداد	نحصل على $\frac{\cancel{7}(x+5)}{\cancel{7}}=x+5$
$\frac{7(x+5)}{x+5}$	مجال التعويض	$x\neq -5$	نحصل على $\frac{7\cancel{(x+5)}}{\cancel{(x+5)}}=7$
$\frac{7(x+5)}{2+x+5}$	مجال التعويض	$x\neq -7$	لا يمكن الاختزال

5. أُذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض وحدّدوا صحيح أو غير صحيح.

أ. $\frac{\cancel{a}\cdot b}{\cancel{a}\cdot 5}=\frac{b}{5}$ ت. $\frac{\cancel{a}(5-b)}{\cancel{a}}=5-b$ ج. $\frac{a\cdot\cancel{(5-b)}}{\cancel{5-b}}=a$

ب. $\frac{\cancel{a}+b}{\cancel{a}+5}=\frac{b}{5}$ ث. $\frac{\cancel{a}\cdot 5-b}{\cancel{a}}=5-b$ ح. $\frac{a\cdot\cancel{5-b}}{\cancel{5-b}}=a$

مجموعة مهامّ

1. أُذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض واختزلوا بقدر الإمكان.

أ. $\frac{6+a}{a}$ ت. $\frac{6a}{a}$ ج. $\frac{6a+b}{b}$

ب. $\frac{6a+a}{a}$ ث. $\frac{6ab}{6}$ ح. $\frac{6ab}{6a}$

2. أُذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض واختزلوا.

أ. $\frac{17(a+3)}{3(a+3)}$ ب. $\frac{a(2+c)}{3(2+c)}$ ت. $\frac{17(a+3)}{17}$ ث. $\frac{(a+4)(a-4)}{a+4}$

3. أحيطوا، في كلّ بند، التعابير الّتي تساوي التعبير الّذي يظهر في الإطار.
(في الحالات التي لم يُسجّل فيها مجال التعويض، فإنّ المجال **جميع الأعداد**).

أ.	$3x$	$\frac{6x}{2}$	$\frac{2x+x}{3}$	$\frac{30x}{10x}$ $(x\neq 0)$	$\frac{9x}{3}$
ب.	x	$\frac{5+x}{5}$	$\frac{4x-x}{3}$	$\frac{4\cdot 5x}{5\cdot 4}$	$\frac{12xy}{12}$
ت.	5	$\frac{30x}{6}$	$\frac{x+5}{x}$ $(x\neq 0)$	$\frac{3x+2x}{x}$ $(x\neq 0)$	$\frac{20x}{4x}$ $(x\neq 0)$

4. أُذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض واختزلوا.

أ. $\frac{\square}{15\cdot a}=\frac{3\cdot a}{\square}$ مجال التعويض: _____

ب. $\frac{\square}{a}=\frac{ab}{\square}$ مجال التعويض: _____

ت. $\frac{\square}{5\cdot a}=\frac{5\cdot 2\cdot a}{\square}$ مجال التعويض: _____

ث. $\frac{a\cdot 7}{a\cdot 21}=\frac{\square}{\square}$ مجال التعويض: _____

ج. $\frac{18a}{9a}=\frac{\square}{\square}$ مجال التعويض: _____

ح. $\frac{5\cdot a\cdot b}{a\cdot 7\cdot b}=\frac{\square}{\square}$ مجال التعويض: _____

5. أُذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض واختزلوا.

أ. $\frac{\square}{21a}=\frac{7a}{\square}$ مجال التعويض: _____

ب. $\frac{\square}{5a}=\frac{20ab}{\square}$ مجال التعويض: _____

ت. $\frac{\square}{15a}=\frac{30a}{\square}$ مجال التعويض: _____

ث. $\frac{a\cdot 7\cdot b}{b\cdot 7}=\frac{\square}{\square}$ مجال التعويض: _____

ج. $\frac{5\cdot a\cdot 3}{a\cdot 7\cdot 3}=\frac{\square}{\square}$ مجال التعويض: _____

ح. $\frac{3abc}{ac}=\frac{\square}{\square}$ مجال التعويض: _____

6. أكملوا الناقص، في كلّ بند، واذكروا مجال التعويض.

أ. $\frac{9x}{\quad} = x$ ب. $\frac{5ab}{\quad} = 5b$ ت. $\frac{12c}{\quad} = 3$ ث. $\frac{\quad}{y} = 2x$

7. لائموا بين كلّ تعبير في السطر العلويّ والتعبير المختزل الّذي يساويه في السطر الثاني.
(في الحالات الّتي لم يُسجّل فيها مجال التعويض، فإنّ المجال **جميع الأعداد.**)

$(b \neq 0)\ \frac{5a}{5b}$	$(a \neq 0)\ \frac{5a}{10a}$	$(a \neq 0)\ \frac{5a}{a \cdot 5}$	$\frac{5a}{10}$	$(b \neq 0)\ \frac{5a}{10b}$
•	•	•	•	•
•	•	•	•	•
$(b \neq 0)\ \frac{a}{2b}$	$\frac{1}{2}$	$(b \neq 0)\ \frac{a}{b}$	1	$\frac{a}{2}$

8. صِلُوا بين كلّ تعبير والسلة المناسبة. (في جميع التعابير $a \neq 0$.)

$\frac{a}{2a}$	$\frac{8a}{4a \cdot 2}$	$\frac{a \cdot 7}{14 \cdot a}$	$\frac{4a \cdot 3}{12a}$	$\frac{5a + a}{3a}$	$\frac{12a}{3a \cdot 2}$
•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•

9. أُذكروا مجال التعويض واختزلوا إذا كان الأمر ممكنًا.

أ. $\frac{5(a+1)}{5a}$ ب. $\frac{5(a+1)}{a+1}$ ت. $\frac{5a+1}{a+1}$

10. حاولوا أنْ تصلوا الكنز. مرّوا عبر الغرف الّتي تحتوي على تمارين صحيحة فقط.
(في الحالات الّتي لم يُسجّل فيها مجال التعويض، فإنّ المجال **جميع الأعداد.**)

ابدأوا

$\frac{3}{5}\cdot\frac{7}{7}=\frac{3}{5}$	$6\cdot\frac{a}{4}=\frac{3a}{2}$	$(a\neq 0)\ \frac{3a}{a}=3$	$(a\neq 0)\ \frac{30}{5a}=6a$	$(a\neq 0)\ \frac{6ab}{6a}=ab$
$(a\neq 0)\ \frac{4a}{8a}=2$	$\frac{4a}{4\cdot 6}=\frac{a}{24}$	$(a\neq -6)\ \frac{a+6}{a+6}=1$	$\frac{6}{5\cdot 6}=\frac{1}{5}$	$(a\neq 0)\ \frac{2ab}{3a}=\frac{2b}{3}$
$(b\neq 0)\ \frac{6a}{2b}=3$		$(a\neq 0)\ \frac{2a}{4a}=2$	$\frac{3}{3\cdot 8}=0$	$\frac{2(2+a)}{2}=2+a$
$\frac{2\cdot 6a}{9}=\frac{a}{3}$	$\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$	$(a\neq 0)\ \frac{6a}{3a}=2$	$(a\neq 0)\ \frac{4a}{8a}=\frac{1}{2}$	$\frac{2\cdot 7}{3\cdot 7}=\frac{2}{3}$

11. أُذكروا، في كلّ بند، مجال التعويض وأشيروا إلى التعابير الّتي تساوي التعبير الّذي يظهر في الإطار.

أ. $\frac{8a}{2}$ $\frac{20a}{5}$ $\frac{2a\cdot 4}{2}$ $8a$ $4a$

ب. $\frac{8a}{a}$ $\frac{32a}{4}$ $\frac{24a}{3a}$ $8a$ $\frac{8a}{8}$

ت. $\frac{8+a}{a}$ $\frac{5(8+a)}{5a}$ $\frac{a+8}{a}$ a $\frac{8a}{a}$

12. أُذكروا مجال التعويض واختزلوا بقدر الإمكان.

أ. $\frac{3x^2}{xy}$ ب. $\frac{3x^2+y}{x+y}$ ت. $\frac{3x^2+y}{3x^2}$ ث. $\frac{3x^2y}{3y^2}$

الدرس الرابع: التحليل إلى عوامل واختزال

أمامكم تعابير جبريّة، مجال التعويض **جميع الأعداد**.

$\frac{4a+12}{4}$ $\frac{4a+13}{4}$ $\frac{4a+16}{4}$

خمّنوا أيّ تعابير يمكن اختزالها؟ اِشرحوا.

نتعلّم كيفيّة الاختزال بواسطة التحليل إلى عوامل.

1. اِقترحتْ **عدن** أنْ نختزل كالتالي: نسجِّل، في المرحلة الأولى، البسط كتعبير ضرب كالتالي: $\frac{4a+12}{4}=\frac{4(a+3)}{4}$
نختزل في المرحلة الثانية.

أكملوا في المرحلة الثانية: $\frac{4(a+3)}{4}=\frac{\quad}{\quad}$

2. أُكتبوا تعبير ضرب (أَخرجوا عاملًا مشتركًا).

أمثلة: $6a + 18 = 6(a + 3)$ $ab - 6b = b(a - 6)$

أ. $5a + 10$ ت. $8a + 4b$ ج. $8a + 6$ خ. $4a - 10$

ب. $5a + 10b$ ث. $4a + ab$ ح. $8b + 3ab$ د. $15a - 20b$

أحيانًا، لاختزال كسر معيّن نسجِّل البسط أو المقام كتعبير ضرب (هذا يعني أنْ نحلّل البسط أو المقام إلى عوامل).

للتذكير

حسب قانون التوزيع $ab + ac = a(b + c)$

عندما نُخرج a كعامل مشترك يتحوّل تعبير الجمع $ab + ac$ إلى تعبير ضرب $a(b + c)$

أمثلة:

- معطى التعبير $\frac{5a+10b}{5}$ مجال التعويض جميع الأعداد

نحلّل إلى عوامل، نختزل ونحصل على $\frac{5a+10b}{5}=\frac{\cancel{5}(a+2b)}{\cancel{5}}=a+2b$

- معطى التعبير $\frac{8}{2a+6}$ $(a\neq -3)$

نحلّل إلى عوامل، نختزل ونحصل على $\frac{8}{2a+6}=\frac{\overset{4}{\cancel{8}}}{\cancel{2}(a+3)}=\frac{4}{a+3}$

3. أُكتبوا كتعبير ضرب واختزلوا. (في الحالات التي لم يُسجّل فيها مجال التعويض، فإنّ المجال **جميع الأعداد.**)

أمثلة: $\frac{4a-12}{4}=\frac{4(a-3)}{4}=a-3$ $\frac{3}{6a+6}=\frac{3}{2\cdot 3(a+1)}=\frac{1}{2(a+1)}$ $(a\neq -1)$

أ. $\frac{8a+32}{8}$ ت. $\frac{10a+30}{10}$ ج. $\frac{7}{7a-14}$ $(a\neq 2)$

ب. $\frac{2a-4}{8}$ ث. $\frac{8a+12}{4}$ ح. $\frac{3}{3a+9}$ $(a\neq -3)$

4. أُكتبوا كتعبير ضرب واختزلوا.

مثال: $\frac{4a-ab}{a}=\frac{a(4-b)}{a}=4-b$ $(a\neq 0)$

أ. $\frac{9a+ab}{a}$ $(a\neq 0)$ ب. $\frac{2a-ac}{a}$ $(a\neq 0)$ ت. $\frac{a+ab}{a}$ $(a\neq 0)$

5. نعود إلى مهمّة الافتتاحيّة.

اِختزلوا التعابير الّتي يمكن اختزالها وقارنوا إجاباتكم مع تخميناتكم.

$\frac{4a+12}{4}$ $\frac{4a+13}{4}$ $\frac{4a+16}{4}$

6. معطى: $x + y = 5$

اِستعينوا بالمعطى، في كلّ بند، واحسبوا قيمة التعبير.

أ. $\frac{20}{x+y}$ ب. $\frac{2x+2y}{2}$ ت. $\frac{3x+3y}{x+y}$

مجموعة مهامّ

1. اِختزلوا.

أ. $\frac{6(a+4)}{3}$ ت. $\frac{12(a+6)}{8}$ ج. $\frac{8a(a+5)}{a}$ $(a\neq 0)$

ب. $\frac{6(a+3)}{8}$ ث. $\frac{4a(a+3)}{8}$ ح. $\frac{8a(a+1)}{8a}$ $(a\neq 0)$

2. أُكتبوا كتعبير ضرب (أَخرجوا عاملًا مشتركًا).

أ. $6a + 12$ ت. $5a - 15$ ج. $6a + 2$ خ. $6a + ab$

ب. $6a + 12b$ ث. $5a - 15b$ ح. $6a + 2b$ د. $ab - 2b$

3. أُكتبوا كتعبير ضرب واختزلوا.

أ. $\frac{3a+3b}{3}$ ت. $\frac{4a-8}{4}$ ج. $\frac{6a+8}{2}$

ب. $\frac{3a+3b}{6}$ ث. $\frac{4a-8}{8}$ ح. $\frac{6a+8}{4}$

4. أُكتبوا كتعبير ضرب واختزلوا.

أ. $\frac{12a+24}{12}$ ت. $\frac{3a+6b}{6}$ ج. $\frac{2a}{2a+8}$ $(a \neq -4)$

ب. $\frac{8a-24}{8}$ ث. $\frac{16a+12b}{8}$ ح. $\frac{9a}{9a-9}$ $(a \neq 1)$

5. أُكتبوا كتعبير ضرب واختزلوا.

أ. $\frac{12a+ab}{a}$ $(a \neq 0)$ ت. $\frac{3a+ab}{a}$ $(a \neq 0)$ ج. $\frac{ab+2a}{3a}$ $(a \neq 0)$

ب. $\frac{5b-4ab}{b}$ $(b \neq 0)$ ث. $\frac{ab+12b}{12b}$ $(b \neq 0)$ ح. $\frac{ab+a}{a}$ $(a \neq 0)$

6. حدّدوا، في كلّ بند، "صحيح" أو "غير صحيح". اشرحوا.

أ. $\frac{2x+4}{2} = x + 4$ ت. $\frac{4x-20}{4} = x - 5$ ج. $\frac{24}{8a-24} = \frac{1}{8a}$ $(a \neq 3)$

ب. $\frac{3x+12}{12} = \frac{1}{4}$ ث. $\frac{3+3a}{3a} = 3$ $(a \neq 0)$ ح. $\frac{2a+5}{a+5} = 2$ $(a \neq -5)$

7. أكملوا.

أ. $\frac{4a-12}{\quad} = a - 3$ ب. $\frac{4a-12}{\quad} = 2a - 6$ ت. $\frac{4a-12}{\quad} = \frac{a-3}{2}$

الدرس الخامس: نختار أعدادًا

نحلّ معادلات بمساعدة الاختزال

فكرتُ في عدد.
ضربته في 4 .
أضفتُ 12 إلى حاصل الضرب.
قسّمتُ المجموع على 4.
ما هي النتيجة الّتي حصلت عليها؟
نتعلّم كيفيّة حلّ مسائل ومعادلات بمساعدة الاختزال.

1. نتطرّق إلى المعطيات الّتي وردتْ في مهمّة الافتتاحيّة. أُكتبوا تمرينًا مناسبًا واحسبوا.

أ. اِخترتُ العدد 5، النتيجة التي حصلت عليها _____

اِخترتُ العدد 9، النتيجة التي حصلت عليها _____

ب. اِختاروا عددًا كما ترغبون. اكتبوا تمرينًا مناسبًا واحسبوا النتيجة.

ت. جِدُوا علاقة بين "العدد الذي اخترته" والنتيجة.

ث. أكملوا التعابير.

العدد الذي اخترته x

ضربتُ العدد في 4 _____

أضفتُ 12 إلى حاصل الضرب _____

قسّمتُ المجموع على 4 _____ (كسر جبريّ).

ج. أُكتبوا البسط كتعبير ضرب، واختزلوا الكسر.

افحصوا هل العلاقة التي وجدتموها هنا مناسبة للعلاقة في المهمة 1؟

ح. النتيجة الّتي حصلت عليها هي 7.

ما هو العدد الّذي اخترته؟

يمكن أن نحلّ، في المهمة 1، المعادلة $\frac{4x+12}{4}=7$ بطريقتين.

الطريقة أ: كتابة البسط كتعبير ضرب والاختزال

$$\frac{4(x+3)}{4}=7$$

$x + 3 = 7 \quad / -3$

$x = 4$

الطريقة ب: الضرب في مقام مشترك

$\frac{4x+12}{4}=7 \quad / \cdot 4$

$4x + 12 = 28 \quad / -12$

$4x = 16 \quad / :4$

$x = 4$

2.

اِخترتُ عددًا.
ضربتُه في 3.
أضفتُ 18 إلى حاصل الضرب.
قسّمتُ المجموع على 3.

أ. اِخترتُ العدد 10، النتيجة الّتي حصلتُ عليها _____
اِخترتُ العدد 7، النتيجة الّتي حصلتُ عليها _____
اِخترتُ العدد 0، النتيجة الّتي حصلتُ عليها _____

ب. أكملوا التعابير.

العدد الّذي اخترتُه x
ضربتُ العدد في 3 _____
أضفتُ 18 إلى حاصل الضرب _____
قسّمتُ المجموع على 3 _____

ت. ما هي العلاقة بين العدد الّذي اخترتُه والنتيجة الّتي حصلتُ عليها؟

ث. النتيجة الّتي حصلتُ عليها هي10
ما هو العدد الذي اخترته؟

3. حُلّوا.

أ. $\frac{3x+15}{3}=7$ ت. $\frac{7x+14}{7}=3$ ج. $\frac{3x+21}{3}=7$

ب. $\frac{5x-20}{5}=1$ ث. $\frac{9x-9}{9}=0$ ح. $\frac{6x+15}{3}=11$

4.

أحجية **عماد**
اخترت عددًا
ضربته في 8
أضفت 10 إلى حاصل الضرب
قسّمت المجموع على 2

أحجية **يوسف**
اخترت عددًا
ضربته في 12
أضفت 15إلى حاصل الضرب
قسّمت المجموع على 3

اِختار **عماد** و**يوسف** نفس العدد وحصلا على نفس النتيجة. هل يمكن ذلك؟ اِشرحوا.

مجموعة مهامّ

1.

اِخترتُ عددًا.
ضربته في 2
أضفت 10إلى حاصل الضرب.
قسّمت المجموع على 2

أ. اِخترتُ العدد 2، النتيجة الّتي حصلتُ عليها _____
اِخترتُ العدد 5، النتيجة الّتي حصلتُ عليها _____
اِخترتُ العدد 1، النتيجة الّتي حصلتُ عليها _____
اِخترتُ العدد 10، النتيجة الّتي حصلتُ عليها _____

ب. أكملوا.

العدد الّذي اخترته x
ضربتُ العدد في 2 _____
أضفتُ 10إلى حاصل الضرب _____
قسّمتُ المجموع على 2 _____

ت. ما هي العلاقة بين العدد الّذي اخترته والنتيجة الّتي حصلتُ عليها؟

2.

اِخترتُ عددًا.
ضربته في 6
أضفت 9 إلى حاصل الضرب.
قسّمت المجموع على 3

أ. اِخترتُ العدد 4، النتيجة الّتي حصلتُ عليها _____
اِخترتُ العدد 10، النتيجة الّتي حصلتُ عليها _____
اِخترتُ العدد 7، النتيجة الّتي حصلتُ عليها _____

ب. أكملوا.

العدد الذي اخترته x
ضربت العدد في 6 _____
أضفت 9 إلى حاصل الضرب _____
قسّمت المجموع على 3 _____

ت. ما هي العلاقة بين العدد الّذي اخترته والنتيجة الّتي حصلتُ عليها؟

ث. النتيجة الّتي حصلتُ عليها هي 5. ما هو العدد الذي اخترته؟

3. اِختارتْ **سميرة** و**أميرة** نفس العدد.

أحجية **سميرة**	أحجية **أميرة**
اِخترتُ عددًا.	اِخترتُ عددًا.
ضربته في 4	ضربته في 6
أضفت 8 إلى حاصل الضرب.	أضفت 12 إلى حاصل الضرب.
قسّمت المجموع على 4	قسّمت المجموع على 6

جِدُوا علاقة بين نتيجة **سميرة** ونتيجة **أميرة**.

4. حُلّوا.

أ. $\frac{2x+8}{2}=5$ ت. $\frac{3x+21}{3}=11$ ج. $\frac{8x+16}{8}=2$

ب. $\frac{4x-20}{4}=-3$ ث. $\frac{5x+5}{5}=0$ ح. $\frac{8x+12}{4}=9$

5. أشيروا، في كلّ بند، إلى التعبير الّذي يساوي التعبير الذي يظهر في الإطار.

أ.	$x+3$	$\frac{2x+6}{2}$	$\frac{2x+3}{2}$	$\frac{x+6}{2}$
ب.	$2x+1$	$\frac{4x+1}{2}$	$\frac{4x+2}{2}$	$\frac{2x+2}{2}$
ت.	$\frac{x+4}{3}$	$\frac{3x+12}{9}$	$\frac{x+24}{6}$	$\frac{6x+4}{2}$
ث.	$\frac{2x+1}{3}$	$\frac{10x+1}{15}$	$\frac{4x+2}{6}$	$\frac{2x+3}{3}$

6. اِختزلوا، في كلّ بند، إذا كان الأمر ممكنًا.

أ. $\frac{5\cdot6\cdot7}{7\cdot6\cdot2}$ ج. $\frac{9x}{9}$ ذ. $\frac{4x+8}{4}$

ب. $\frac{5+6+7}{7+6+2}$ ح. $\frac{9x}{18}$ ر. $\frac{8}{4x+8}$ $(x\neq2)$

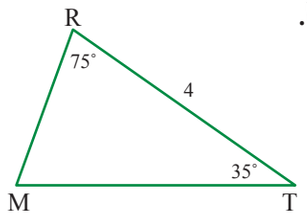
ت. $\frac{16\cdot9}{8\cdot3}$ خ. $\frac{9+x}{18}$ ز. $\frac{7x+x}{8}$

ث. $\frac{16-9}{8-3}$ د. $\frac{18x}{9x}$ $(x\neq0)$ س. $\frac{x}{7x-x}$ $(x\neq0)$

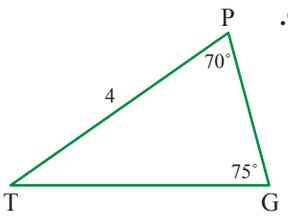
تطابق مثلثات

1. جِدُوا، في الرسمة، زوجًا من المثلّثات المتطابقة، وسجِّلوا نظرية التطابق.
(أُعِدّت الرسومات للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم).

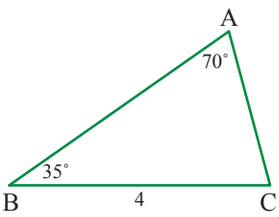
أ.



ب.



ت.



2. معطى: $\Delta ABC \cong \Delta DEG$

للتذكير: سُجِّلت الرؤوس بالتناظر.

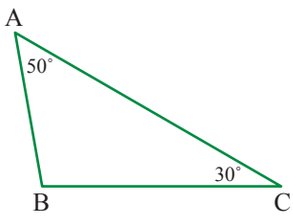
اِحسبوا مقدار الزوايا الآتية:

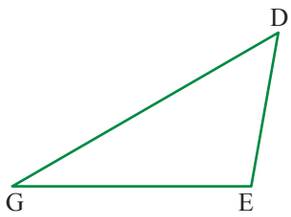
$\measuredangle D =$ _____

$\measuredangle B =$ _____

$\measuredangle G =$ _____

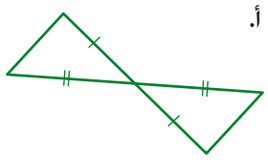
$\measuredangle E =$ _____



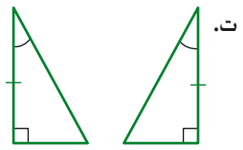


3. حدّدوا، في كلّ بند، بناءً على المعطيات المشار إليها في الرسمة هل يمكن الاستنتاج أنّ المثلّثين متطابقان. إذا كانت الإجابة نعم فاكتبوا حسب أيّ نظرية. إذا كانت الإجابة لا فاشرحوا.

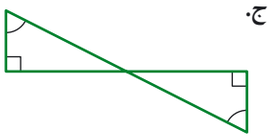
أ.



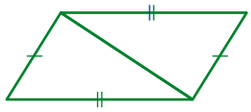
ت.



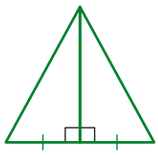
ج.



ب.



ث.



ح.