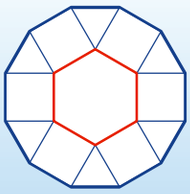
الوحدة الثالثة عشرة: براهين بواسطة نظريّات سابقة

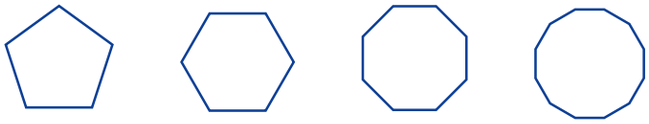
الدرس الأوّل: كيف نبرهن؟



المضلّع الملوّن **بالأزرق** هو مضلّع منتظم مكوّن من 12 ضلعًا.
رُسمت مربّعات على ستة أضلاع ونتج شكلًا سداسيًّا لُوّن **بالأحمر**. (انظروا الرسمة).*
هل الشكل السداسيّ الناتج هو شكل سداسيّ منتظم؟

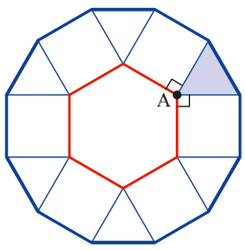
نتناقش حول أنواع البراهين.

للتذكير: نسمّي المضلّع الذي جميع أضلاعه متساوية في الطول وجميع زواياه متساوية **"مضلّع منتظم"**.



1. أ. ما اسم المثلّث المنتظم؟
ب. برهنوا أنّ جميع زوايا مثلّث متساوي الأضلاع متساوية بالمقدار ومقدار كلّ واحدة منها 60°.

برهان بالكلمات وبرهان بكتابة رياضيّة



2. نتطرّق إلى مهمّة الافتتاحيّة.
برهن **ضياء** أنّ الشكل السداسيّ الملوّن **بالأحمر** هو شكل سداسيّ منتظم.
أكملوا التعليلات في برهان **ضياء**:

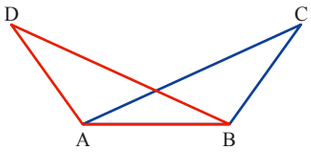
- جميع أضلاع الشكل السداسيّ متساوية في الطول، لأنّ .....
- جميع المثلّثات متساوية الأضلاع، لأنّ .....
- جميع زوايا الشكل السداسيّ متساوية في المقدار، لأنّ .....

* يمكن أن نبرهن أنّه عندما نرسم مربّعات على أضلاع مضلع منتظم مكوّن مِن 12 ضلعًا كما في الرسمة، فكلّ مربّعين متجاورين يوجد لهما رأس مشترك.

3. معطى $\measuredangle DAB = \measuredangle CBA$

$AD = BC$

المطلوب برهانه $\Delta ABC \cong \Delta BAD$



أمامكم اقتراحان للبرهان:

برهن **جمال** بالكلمات: يوجد ضلع مشترك AB للمثلثين.

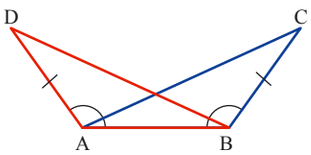
لذا مع المعطيين الآخرين، المثلّثان متطابقان حسب نظريّة التطابق ض.ز.ض.

برهنت **جميلة** بكتابة رياضيّة: $AD = BC$ معطى

$AB = AB$ ضلع مشترك

$\measuredangle DAB = \measuredangle CBA$ معطى

$\Delta ABC \cong \Delta BAD$ حسب ض.ز.ض.



هل برهن **جمال** و**جميلة** التطابق؟

هنالك طرائق مختلفة لتسجيل البرهان:

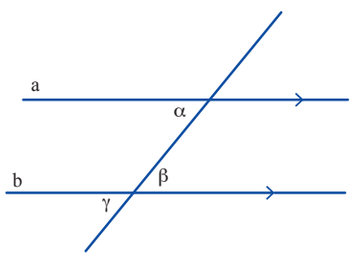
- برهان بواسطة تسجيل رياضيّ (كبرهان **جميلة**)،
- برهان كلاميّ (كبرهان **جمال**)،
- برهان كلاميّ بمساعدة الرسومات (كبرهان **ضياء** في المهمّة 2).

مستقيمات متوازية وبراهين

للتذكير

معطى مستقيمان ومستقيم يتقاطع معهما.

إذا كان المستقيمان متوازيين فإنّ الزوايا المتبادلة متساوية، والزوايا المتناظرة متساوية.



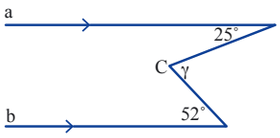
بكتابة رياضيّة: معطى $a \parallel b$

استنتاج $\alpha = \beta$ (متبادلة بين متوازيين)

$\alpha = \gamma$ (متناظرة بين متوازيين)

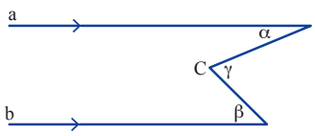
4. معطى $a \parallel b$

احسبوا مقدار الزاوية γ. علّلوا.



5. معطى $a \parallel b$

عبّروا عن مقدار الزاوية γ بمساعدة α وَ β. علّلوا.



مجموعة مهامّ

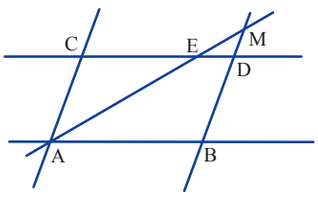
1. معطى $AB \parallel CD$

$AC \parallel BD$

AE ينصّف ∢CAB

$\measuredangle EAB = \alpha$

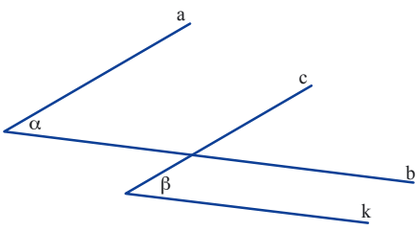
سجّلوا 3 زوايا إضافيّة تساوي الزاوية α، وعلّلوا.



2. معطى $a \parallel c$

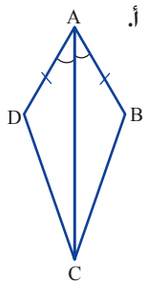
$b \parallel k$

برهنوا: $\alpha = \beta$

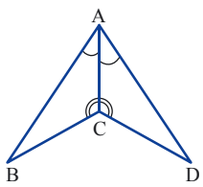


3. أشرنا في كلّ رسمة إلى معطيات يمكن أن نستنتج منها أنّ المثلّثات متطابقة.
اكتبوا المعطيات والاستنتاج بكتابة رياضيّة، وبرهنوا التطابق.

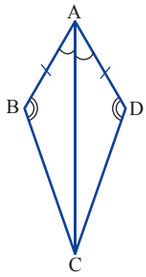
أ.



ب.

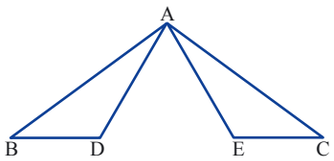


ت.

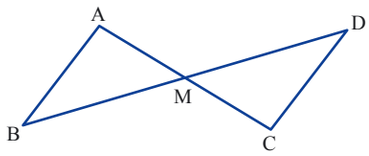


4. حدّدوا هل تكفي المعطيات المسجّلة لبرهان الاستنتاج؟
إذا كانت الإجابة معًا فسجّلوا برهانًا. وإذا كانت الإجابة لا فارسموا مثالًا مضادًّا أو اشرحوا.

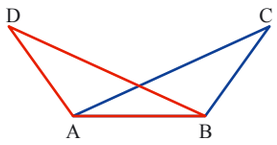
أ. معطى $AB = AC$
$BD = CE$
استنتاج $\Delta ABC \cong \Delta BAD$



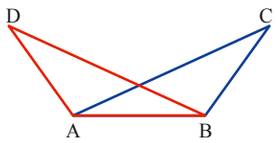
ب. معطى $AB = CD$
$AB \parallel CD$
استنتاج $\Delta AMB \cong \Delta CMD$



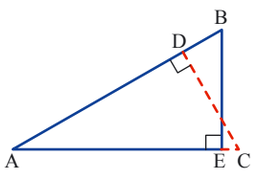
ت. معطى $AD = BC$
استنتاج $\Delta ADB \cong \Delta BCA$



ث. معطى $AD = BC$
$DB = CA$
استنتاج $\Delta ADB \cong \Delta BCA$

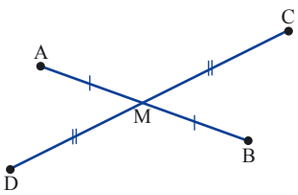


ج. معطى $CD \perp AB$
$BE \perp AC$
استنتاج $\Delta AEB \cong \Delta ADC$



5. معطى ينصّف AB وَ CD الواحد منهما الآخر (انظروا إلى الإشارات في الرسمة).
استنتاج $\Delta AMD \cong \Delta BMC$

أ. انسخوا وأكملوا الرسمة.
سجّلوا المعطيات والمطلوب برهانه بكتابة رياضيّة.
ب. برهنوا التطابق.
ت. هل $AD = BC$؟ علّلوا.

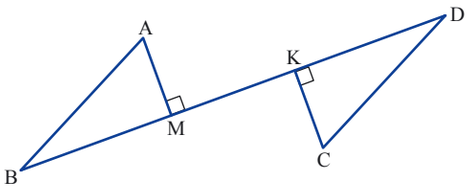


6. معطى $AB = CD$

$AB \parallel CD$

$CK \perp BD$

$AM \perp BD$

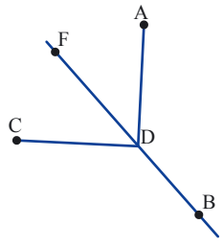


أ. **برهنوا:** $CK = AM$

ب. ارسموا القطعتين AD وَ CB، وبرهنوا أنّ مساحة المثلّث ΔABD تساوي مساحة المثلّث ΔCDB.

7. معطى المستقيم BF ينصّف الزاوية ADC.

$AD = CD$



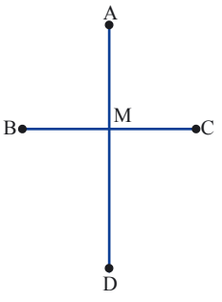
أ. انسخوا وأكملوا الرسمة، وأشيروا فيها إلى المعطيات.

ب. **برهنوا:** $\Delta FAD \cong \Delta FCD$

ت. **برهنوا:** $\Delta BAD \cong \Delta BCD$

ث. **برهنوا:** $\Delta FAB \cong \Delta FCB$

8. القطعة AD تنصّف القطعة BC وتتعامد معها.



أ. انسخوا وأكملوا رسمة الشكل الرباعيّ ABDC.

ب. اكتبوا المعطيات بكتابة رياضيّة.

ت. **برهنوا:** $\Delta AMC \cong \Delta AMB$

ث. **برهنوا:** $\Delta BDM \cong \Delta CDM$

ج. استعينوا بالتطابق الذي برهنتموه وبرهنوا:

i. $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ ii. AD ينصّف $\measuredangle A$ وَ $\measuredangle D$ في الشكل الرباعيّ.

9. انسخوا القطعة AD ، في كلّ بند، وأكملوا إلى مثلّث ABC حسب المعطى في البند.

حدّدوا بعد ذلك، هل يمكن الاستنتاج أنّ $\Delta ADB \cong \Delta ADC$؟

إذا كانت الإجابة نعم فبرهنوا.

إذا كانت الإجابة لا فارسموا مثالًا مضادًّا.

أ. AD ارتفاع للضلع BC في المثلّث ΔABC.

ب. AD متوسط للضلع BC في المثلّث ΔABC.

ت. AD ينصّف $\measuredangle A$ في المثلّث ΔABC.

ث. AD هو ارتفاع ومتوسط أيضًا للضلع BC في المثلّث ΔABC.

10. نظريّة منصّفات الزوايا المتناظرة في المثلّثات المتطابقة متساوية.

أ. انسخوا الرسمة.

ب. سجّلوا المعطيات والمطلوب برهانه.

ت. برهنوا.

11. يوجد لدى **رجب** و**جواد** قطعتان من الأرض تقعان بين خطّين متوازيين مِنَ الحدود.

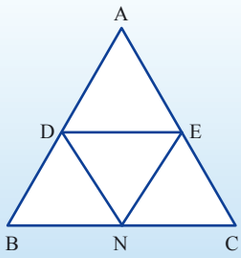
هنالك جدار يفصل بين القطعتين كما هو مرسوم في الرسمة أ.

قرّرا أن يضعا الجدار بشكل عموديّ لخطيّ الحدود المتوازيين كي يوفّرا في طول الجدار، كما هو مرسوم في الرسمة ب.

أ. اقترحوا عليهما المكان الذي يجب أن يضعا عليه الجدار كي يحصل كلّ واحد منهما على المساحة الأصليّة.

ب. برهنوا أن اقتراحكم يفي بالمطلوب.

الدرس الثاني: براهين بمراحل

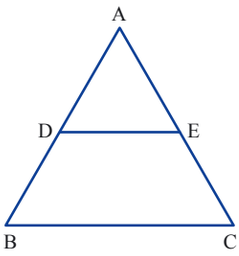


معطى المثلّث ABC هو مثلّث متساوي الأضلاع.
النقطة D هي منتصف AB.
EN || AB DE || BC.

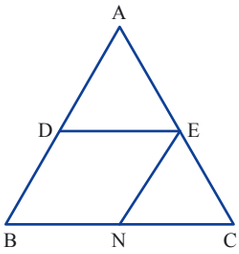
استنتاج المثلّثات الأربعة التي نتجت في المثلّث ΔABC متطابقة ومتشابهة لـ ΔABC.

نتناقش حول البرهان بمراحل، ونتعرّف على سلسلة براهين متشابهة.

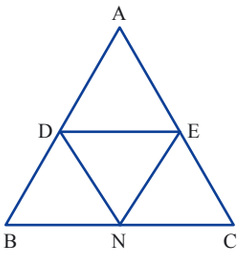
1. معطى المثلّث ABC هو مثلّث متساوي الأضلاع.
رُسمت القطعة DE من منتصف الضلع AB وهي موازية للضلع BC.



أ. **برهنوا** أن المثلّث ADE يتشابه مع المثلّث ABC.
علّلوا: أطوال أضلاع المثلّث ΔADE تساوي نِصف أطوال أضلاع المثلّث ΔABC.



ب. معطى EN يوازي AB.
برهنوا: ΔECN ~ ΔACB
برهنوا: ΔECN ≅ ΔAED



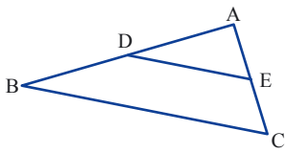
ت. احسبوا مقدار زوايا المثلّث ΔDBN وبرهنوا أن ΔDBN ~ ΔABC.
علّلوا: المثلّثات الأربعة التي نتجت في المثلّث ΔABC متطابقة ومتشابهة لـ ΔABC.

ث. ما النسبة بين مساحة كلّ مثلث منَ المثلّثات الصغيرة ومساحة المثلّث ΔABC؟ اشرحوا.
برهنا في الماضي أنّ العلاقة بين مساحات المضلّعات المتشابهة هي مربّع نسبة التشابه.
هل النسبة الناتجة في بند ب مناسبة لهذه النظريّة؟

برهنا في مهمّة 1 مهمّة الافتتاحيّة **بمراحل**.
نعتمد في البرهان، المكوّن من عدّة مراحل، على المعطيات والاستنتاجات من المراحل السابقة.

مِن مهمّة برهان واحدة إلى أخرى

2. المثلّث ABC هو مثلّث مختلف الأضلاع.
رُسمت القطعة DE مِن منتصف الضلع AB وهي موازية للضلع BC.



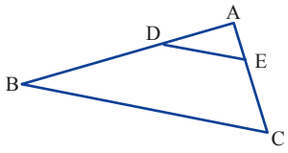
أ. **برهنوا:** $\Delta ADE \sim \Delta ABC$

ب. ما نسبة التشابه؟

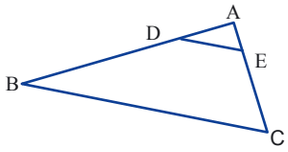
ت. ما النسبة بين مساحتيِ المثلّثين؟

3. علّلوا في كلّ بند لماذا $\Delta ADE \sim \Delta ABC$، احسبوا نسبة التشابه وجدوا النسبة بين مساحتيِ المثلّثين.

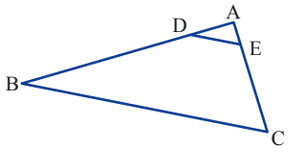
أ. قسّموا الضلع AB في المثلّث ΔABC كالتالي: $AD = \frac{1}{3}AB$
وارسموا القطعة DE بحيث توازي الضلع BC.



ب. قسّموا الضلع AB في المثلّث ΔABC كالتالي: $AD = \frac{1}{4}AB$
وارسموا القطعة DE بحيث توازي الضلع BC.



ت. قسّموا الضلع AB في المثلّث ΔABC كالتالي: $AD = \frac{1}{10}AB$
وارسموا القطعة DE بحيث توازي الضلع BC.

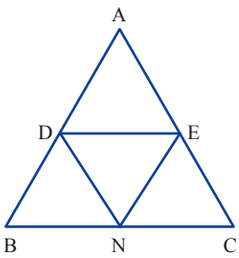


ث. قسّموا الضلع AB في المثلّث ΔABC كالتالي: $AD = \frac{1}{n}AB$
وارسموا القطعة DE بحيث توازي الضلع BC.

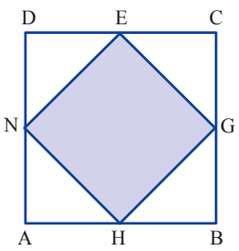
انتقلنا في المهمّتين 2 وَ 3 مِن مهمّة إلى مهمّة تليها حتّى وصلنا التعميم في المهمّة 3 (بند ث).
كان **المبنى نفسه** لجميع هذه البراهين.

مجموعة مهامّ

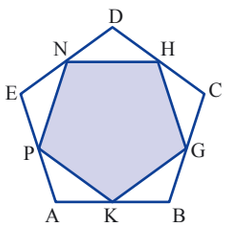
1. معطى المثلّث ABC هو مثلّث متساوي الأضلاع.
D, E, N هي منتصفات أضلاع المثلّث ABC.
برهنوا أنّ المثلّث ΔDEN هو مثلّث متساوي الأضلاع.



2. معطى ABCD هو مربّع.
E, G, H, N هي منتصفات أضلاع المربّع ABCD.
برهنوا أنّ الشكل الرباعيّ EGHN هو مربّع.



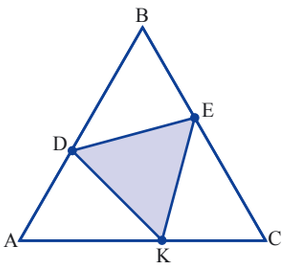
3. معطى الشكل الخماسيّ ABCDE هو مخمّسٍ منتظم.
ربطوا بين منتصفات الأضلاع ونتج شكلًا خُماسيًّا.
برهنوا أنّ الشكل الخماسيّ KGHNP هو مخمّس منتظم.
(**للتذكير:** المضلع المنتظم هو مضلع جميع أضلاعه متساوية في الطول، وزواياه متساوية في المقدار).



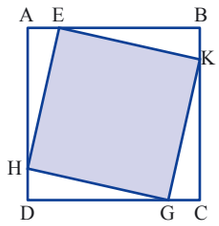
4. ارسموا وصوغوا نظريّة للمسدس المنتظم بحيث تشبه النظريّات التي وردت في المهامّ السابقة.
برهنوا النظريّة التي صغتموها.

5. صوغوا استنتاجًا عامًا حول الربط بين منتصفات أضلاع مضلّع منتظم مكوّن من n أضلاع.

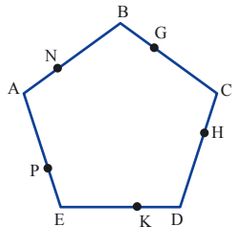
6. المثلّث ABC هو مثلّث متساوي الأضلاع.
أشرنا إلى قطع متساوية على أضلاع المثلث AD = BE = CK.
برهنوا أنّ المثلث ΔDEK هو مثلّث متساوي الأضلاع.



7. أشرنا إلى قِطع متساوية على أضلاع المربّع ABCD:
$AE = BK = CG = DH$.
برهنوا أنّ الشكل الرباعيّ EKGH هو مربّع.

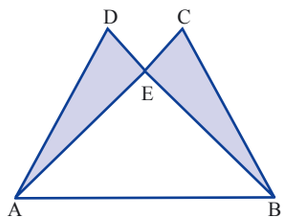


8. أشرنا إلى قِطع متساوية على أضلاع الشكل الخماسيّ ABCDE:
$AN = BG = CH = DK = EP$
برهنوا أنّ الشكل الخماسيّ PNGHK هو مخمّس منتظم.

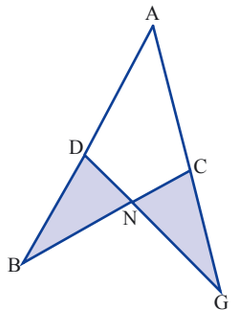


9. ارسموا وصوغوا نظريّة للمسدس المنتظم بحيث تشبه النظريّات التي وردت في المهامّ السابقة.
برهنوا النظريّة التي صغتموها.

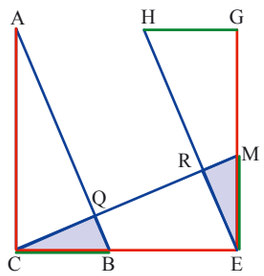
10. معطى $AD = BC$
$DB = AC$
برهنوا: $\Delta ADE \cong \Delta BCE$
(برهنوا في البداية أنّ $\Delta ADB \cong \Delta BCA$)



11. معطى $AB = AG$
$AD = AC$
برهنوا: $\Delta DBN \cong \Delta CGN$
(برهنوا في البداية أنّ $\Delta AGD \cong \Delta ABC$)



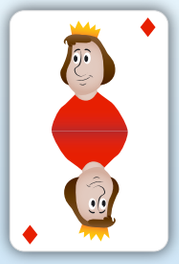
12. معطى $AC = CE = EG$
$CB = EM = GH$
$\measuredangle ACB = \measuredangle CEG = \measuredangle EGH = 90^\circ$
برهنوا: $\Delta CQB \cong \Delta ERM$
(برهنوا في البداية أنّ $\Delta EGH \cong \Delta CEM \cong \Delta ACB$ وجدوا زوايا متساوية).



الدرس الثالث: نبدّل بين المعطيات والاستنتاجات

وردت محادثة في كتاب "أليس في بلاد العجائب" حول حفلة الشاي التي أجراها صانع القبعات المجنون:

قال أرنب الربيع:"إذا كان الأمر كذلك، فيجب أن تقولي ما تفكري".
أجابت إليس بسرعة: "أنا أقول كذلك"، "على أي حال **أفكر أنا فيما أقوله**، وهذا بالطبع الشيء نفسه".



قال صانع القبعات: "هذا ليس نفس الشيء بتاتًا"، "إذا كان الأمر كذلك يمكنك القول:

ترى عيناي ما آكله مثل **أنا آكل ما تراه عيني!**".

أضاف الأرنب: "إذا كان الأمر كذلك يمكنك القول: **"أنا أريد ما يعطوني مثل يعطوني ما أريد"**.

قال الجرذان هي تتحدث وكأنها نائمة: "إذا كان الأمر كذلك يمكنك القول: "أنا أتنفس عندما **أكون نائمًا مثل أنا نائم عندما أتنفس"**.

ماذا حاول الضيوف أن يشرحوا لإليس في احتفال الشاي؟

نفحص هل التبديل بين معطى واستنتاج في نظريّة أو جملة صحيحة يُنتج نظريّة أو جملة صحيحة أيضًا؟

1. زوجا الجُمل الآتية هي صياغة الجُمل في الإطار بواسطة "إذا - فإنّ".
الأرنب: "**إذا** أنت تفكري **فإنّك** تقولي". إليس: "**إذا** أنا قُلت **فإنّني** أفكر".
صانع القبعات: "**إذا** أنا آكل **فإنني** أرى (الطعام) هذا مثل **إذا** أرى (شيء معيّن) **فإنّني** آكله".

صوغوا بواسطة "إذا - فإنّ" الجملتين الآتيتين:
الأرنب: "أنا أريد ما يعطوني مثل يعطوني ما أريد".
الجرذان: "أنا أتنفس عندما أكون نائمًا مثل أنا نائم عندما أتنفس".

2. أمامكم عدّة جُمل صحيحة.
بدّلوا بين المعطى والاستنتاج وافحصوا هل الادّعاء الجديد هو ادّعاء صحيح أيضًا؟

أ. **إذا** كان يسكن شخص في تل أبيب **فإنّه** يسكن في دولة إسرائيل.

ب. **إذا** كان اليوم عيد الأم **فإنّ** الشهر هو نيسان.

ت. **إذا** كان اليوم الإثنين فإنّ البارحة كان يوم الأحد.

ث. **إذا** كان رقم آحاد عدد معيّن هو 5 **فإنّ** العدد يقبل القسمة على 5.

ج. **إذا** كان رقم آحاد عدد معيّن هو 0 **فإنّ** العدد يقبل القسمة على 10.

ح. **إذا** كانت الزوايا متقابلة بالرأس **فإنّها** متساوية في المقدار.

عندما نبدّل بين المعطيات والاستنتاجات في نظريّة صحيحة فالادّعاء العكسيّ غير صحيح بالضرورة.
إذا كان الادّعاء صحيحًا فنحصل على **نظريّة عكسيّة.**

أمثلة

نظريّة إذا كان المثلّثان متطابقين فإنّ زوايا المثلّثين متساوية بالمقدار.

ادّعاء عكسيّ للنظريّة:

إذا كانت زوايا مثلّث واحد تساوي بالمقدار زوايا مثلّث آخر فإن المثلّثين متطابقان. .

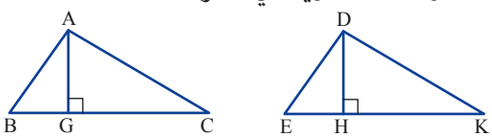
هذا الادّعاء **غير صحيح.**

نظريّة إذا كان مثلّثان متشابهين فإنّ زوايا المثلّثين متساوية بالمقدار.

ادّعاء عكسيّ للنظريّة: إذا كانت زوايا مثلث واحد تساوي بالمقدار زوايا مثلّث آخر فإن المثلّثين متشابهان.

هذا الادّعاء **صحيح.**

3. نظريّة إذا كان $\Delta DEK \cong \Delta ABC$ فإن الارتفاعين للضلعان BC وَ EK متساويان في الطول.



أ. سجّلوا المعطيات والمطلوب برهانه في النظريّة.

ب. برهنوا النظريّة بواسطة تطابق المثلّثات.

ت. أكملوا الادّعاء العكسيّ للنظريّة المعطاة:

إذا كان في المثلّثين ABC وَ DEK الارتفاعين للضلعين BC وَ EK متساويين في الطول فإنّ...

ث. هل الادّعاء العكسيّ هو ادّعاء صحيح؟ إذا كانت الإجابة نعم فبرهنوا. وإذا كانت الإجابة لا فارسموا مثالًا مضادًّا.

4. نظريّة إذا كان زوج مِنَ المثلّثات متطابقة فإنّ المساحتين متساوية.

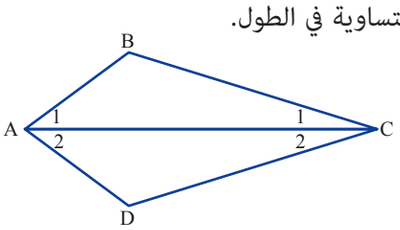
أ. سجّلوا المعطيات والمطلوب برهانه في النظريّة.

ب. برهنوا النظريّة. (استعينوا بالمهمّة 3.)

ت. صوغوا ادّعاء عكسيّ للنظريّة المعطاة.

ث. هل الادّعاء العكسيّ للنظريّة المعطاة هو ادّعاء صحيح؟ إذا كانت الإجابة نعم فبرهنوا. إذا كانت الإجابة لا فارسموا مثالًا مضادًّا أو اشرحوا.

5. نظريّة يوجد في الشكل الرباعيّ ABCD زوجان مِنَ الأضلاع المتجاورة المتساوية في الطول.



معطى $AB = AD$

$BC = DC$

استنتاج $\measuredangle A_1 = \measuredangle A_2$

$\measuredangle C_1 = \measuredangle C_2$

أ. برهنوا النظريّة..

ب. بدلوا بين المعطيات والاستنتاجات.

هل الادّعاء العكسيّ للنظريّة المعطاة هو ادّعاء صحيح؟

إذا كانت الإجابة نعم فبرهنوا. إذا كانت الإجابة لا فارسموا مثالًا مضادًّا أو اشرحوا.

مجموعة مهامّ

1. أمامكم عدّة جُمل أو نظريّات صحيحة. صوغوا ادّعاءً عكسيًّا لكلّ واحدة منها.
افحصوا هل الادّعاء العكسيّ للجملة أو النظريّة المعطاة هو ادّعاء صحيح؟ اشرحوا.

أ. **إذا** سقط مطر **فإنّه** يوجد غيوم في السماء.

ب. **إذا** كنت تسكن في مدينة القدس **فإنّك** تسكن في عاصمة إسرائيل.

ت. **إذا** كانت الزاويتان مُكملتين **فإنّ** مجموعهما $180°$.

ث. **إذا** كان مجموع أرقام عدد هو 3 **فإنّ** العدد يقسم على 3.

ج. **إذا** كانت معطاة المعادلة $2x + 3 = 11$ **فإنّ** حلّ المعادلة هو $x = 4$.

2. أمامكم عدّة نظريّات صحيحة. صوغوا ادّعاءً عكسيًّا لكلّ واحدة منها.
افحصوا هل الادّعاء العكسيّ للنظريّة المعطاة هو ادّعاء صحيح؟ اشرحوا.

أ. **إذا** كان مثلّثان متطابقين **فإنّ** الزوايا المتناظرة متساوية بالمقدار.

ب. **إذا** كان مثلّثان متطابقين **فإنّ** الأضلاع المتناظرة متساوية في الطول.

ت. **إذا** كان الشكل الرباعيّ مربّعًا **فإنّ** جميع زواياه قائمة.

ت. **إذا** كان الشكل الرباعيّ مستطيلًا **فإنّ** جميع زواياه قائمة.

ج. **إذا** كان المثلّث متساوي الأضلاع **فإنّه** متساوي الساقين.

3. أمامكم نظريّات صحيحة.

أ. في المثلّثات المتطابقة جميع الارتفاعات المتناظرة متساوية في الطول.

ب. مساحات المثلّثات المتطابقة متساوية.

ت. محيطات المثلّثات المتطابقة متساوية.

ث. في المربّع جميع الأضلاع متساوية في الطول.

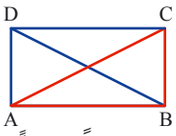
ج. في المربّع جميع الزوايا متساوية بالمقدار.

ح. في المستطيل جميع الزوايا متساوية بالمقدار.

في كل بند:

- صوغوا النظريّة المعطاة بمساعدة "إذا - فإنّ".
- صوغوا ادّعاء عكسيًّا للنظريّة المعطاة.
- افحصوا هل الادّعاء العكسيّ هو ادّعاء صحيح؟ واشرحوا.

4. نظريّة إذا كان الشكل الرباعيّ مستطيلًا فإنّ قُطريه متساويان في الطول.

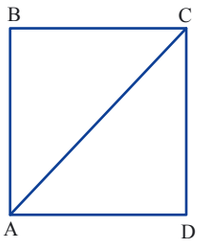


أ. سجّلوا المعطيات والمطلوب إثباته وبرهنوا النظريّة.

ب. صوغوا ادّعاءً عكسيًّا للنظريّة المعطاة.

ث. هل الادّعاء العكسيّ هو ادّعاء صحيح؟ إذا كانت الإجابة نعم فبرهنوا. وإذا كانت الإجابة لا فارسموا مثالًا مضادًّا.

5. نظريّة إذا كان الشكل الرباعي ABCD مربّعًا فإنّ القطر AC ينصّف الزاويتين A وَ C.



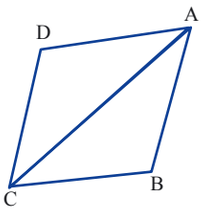
أ. سجّلوا المعطيات والمطلوب إثباته وبرهنوا النظريّة.

ب. صوغوا ادعاءً عكسيًّا للنظريّة المعطاة.

ت. هل الادّعاء العكسيّ هو ادّعاء صحيح؟

إذا كانت الإجابة نعم فبرهنوا. وإذا كانت الإجابة لا فارسموا مثالًا مضادًّا.

6. نظريّة إذا كانت جميع الأضلاع في الشكل الرباعيّ ABCD متساوية في الطول فإنّ القطر AC ينصّف الزاويتين A وَ C.



أ. برهنوا النظرية.

ب. صوغوا ادّعاءً عكسيًّا للنظريّة المعطاة.

ت. هل الادّعاء العكسيّ هو ادّعاء صحيح؟

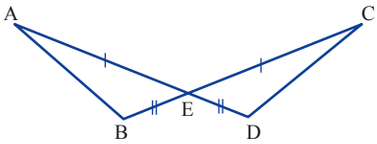
إذا كانت الإجابة نعم فبرهنوا. وإذا كانت الإجابة لا فارسموا مثالًا مضادًّا.

7. معطى $AE = CE$

$BE = DE$

استنتاج $\measuredangle A = \measuredangle C$

$\measuredangle B = \measuredangle D$

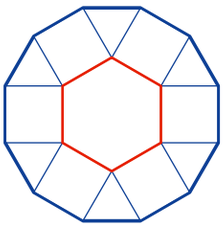


أ. برهنوا الاستنتاج.

ب. بدّلوا بين المعطيات والاستنتاجات وسجّلوها.

ت. هل تنبع الاستنتاجات التي سجّلتموها مِنَ المعطيات التي سجّلتموها؟

إذا كانت الإجابة نعم فبرهنوا. وإذا كانت الإجابة لا فارسموا مثالًا مضادًّا.



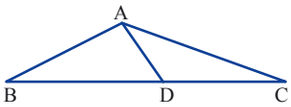
8. برهنا في الدرس 1: إذا كان المضلّع الملوّن **بالأزرق** هو مضلّع منتظم مكوّن من 12 ضلعًا ورُسمت مربّعات على ستة أضلاع كما يظهر في الرسمة فإنّ المسدس الملوّن **بالأحمر** الناتج هو مسدّس منتظم.

أمامكم نظرية، بُدّل فيها قسم منَ المعطيات بالاستنتاج.

إذا رسمنا مربّعات على أضلاع المسدس المنتظم (الملوّن **بالأحمر**)، وربطنا بين رؤوس مربّعات متجاورة فإنّ المضلّع الملوّن **بالأزرق** الناتج (المكوّن من 12 ضلعًا) هو مضلّع منتظم.

برهنوا النظريّة.

9. نظريّة إذا كان AD متوسّط في المثلّث ABC فإنّ مساحة المثلّث ABDΔ تساوي مساحة ACDΔ.



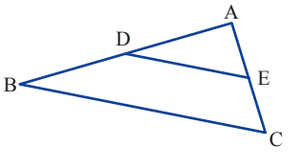
أ. برهنوا النظريّة.

ب. أكملوا صياغة النظريّة العكسيّة للنظريّة المعطاة:

إذا رسمنا القطعة AD في المثلّث ABC (D على BC) بحيث تساوي مساحة...

ت. هل النظريّة العكسيّة هي نظريّة صحيحة؟ إذا كانت الإجابة نعم فبرهنوا. وإذا كانت لا فاشرحوا.

10. نظريّة إذا كانت النقطتان D وَE على الضلعين AB وَ AC في المثلّث ABC وَ DE يوازي الضلع BC فإنّ ABCΔ ~ ADEΔ.



أ. سجّلوا المعطيات بكتابة رياضيّة وبرهنوا: ABCΔ ~ ADEΔ.

ب. بدّلَ **راني** بين أحد المعطيات والاستنتاج في النظريّة التي برهناها:

إذا كانت النقطتان D وَE على الضلعين AB وَ AC في المثلّثABC، والمثلث الناتج يشبه المثلّث ABC فإنّ DE يوازي الضلع BC.

ادّعت **رانية** أنّ النظرية غير صحيحة وسجّلت مثالًا مضادًّا.

حاولوا أن ترسموا المثال المضادّ لها.