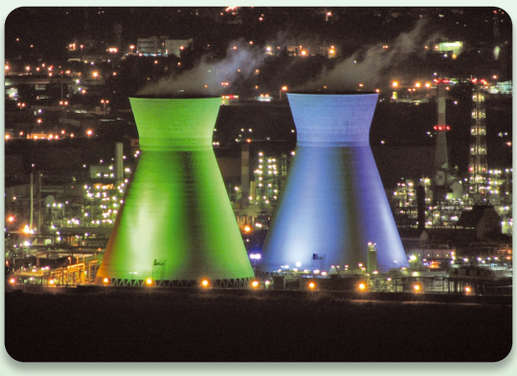
الوحدة ثلاثون: الأسطوانة

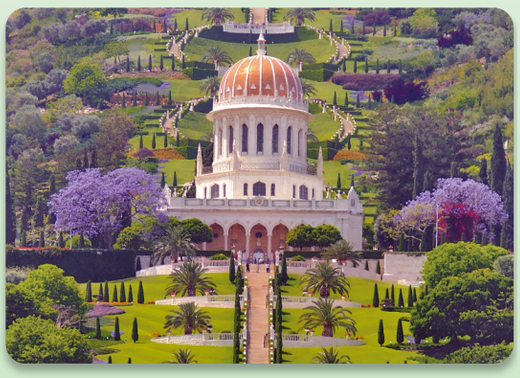
الدرس الأوّل: أجسام دورانيّة

ما هو المشترك لجميع البنايات في الصور؟

برج الماء وبناية التاريخ، معهد وايزمن



مفاعل التكرير، حيفا

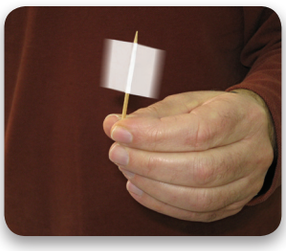


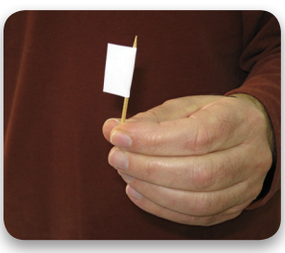
معبد البهائيون، حيفا

بناية هوليدي إين، أشكلون

سنتعرّف على أجسام دوارنيّة بشكل عامّ وعلى الأسطوانات بشكل خاصّ.

1. قصّوا قطعة ورقية مستطيلة الشكل، ثم ألصقوها على مسواك كالعلَم. دوروا المسواك كالمحور.
أيّ جسم يَنْتُج بواسطة الدوران؟

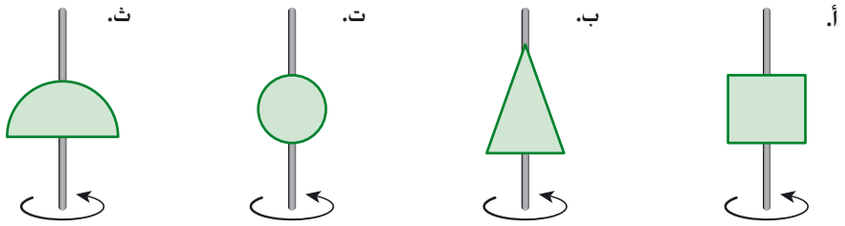




الجسم الدورانيّ هو جسم ينتج من دوران شكل مستوي حول محور.

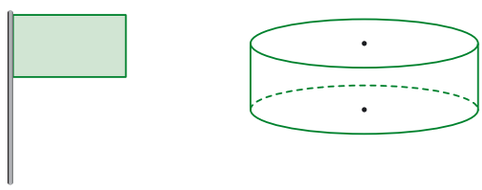
2. صِفُوا الجسم الذي يشبه الجسم الناتج من دوران كلّ عَلم، من الأعلام الآتية، حول المحور.
(اِبنوا هذه الأجسام بواسطة مسواك، قطع ورقية وصمغ).

أ. ب. ت. ث.



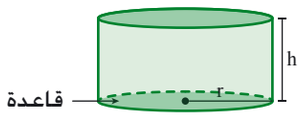
3. ألصقوا، في كل بند، قطعة ورقيّة مستطيلة الشكل على مسواك، دوروا المسواك حول ذاته. أنتجتم شكلًا يشبه الأسطوانة.
أُرسموا وسجّلوا نِصف القُطر (r) وارتفاع الأسطوانة (h) في الأماكن المناسبة في رسمة العَلم وفي رسمة الأسطوانة.

أ.

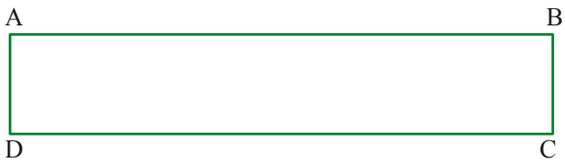


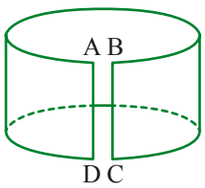
ب.

الأسطوانة هو جسم يُنْتِج بواسطة دوران مستطيل حول أحد أضلاعه.
الضلع المجاور لمحور الدوران هو ارتفاع الأسطوانة، والضلع الثاني للمستطيل هو نِصف قُطر قاعدة الأسطوانة.
يوجد للأسطوانة القائمة قاعدتان دائريّتان متطابقتان وغلاف.
في الرسمة: r هو طول نِصف قُطر القاعدة، وَ h طول ارتفاع الأسطوانة $(h > 0 ,r > 0)$.

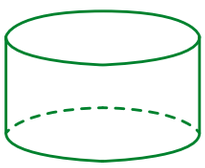


4. أ. خُذوا قطعة كرتون (بريستول) مستطيلة الشكل وابنوا منها غلاف الأسطوانة.

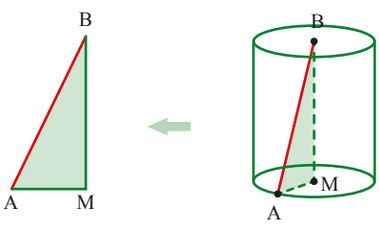




ب. أُرسموا نِصف قُطر قاعدة الأسطوانة وسجّلوا r.
سجّلوا h على ارتفاع الأسطوانة.

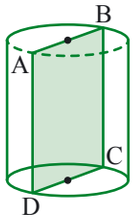


5. طول نِصف قُطر قاعدة الأسطوانة 4 سم وطول ارتفاع الأسطوانة 8 سم.
B وَ M مركزا القاعدتان (أُعِدَّت الرسمتان للتوضيح.)
احسبوا طول القطعة AB.

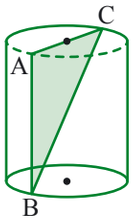


6. حدّدوا، في كلّ بند، ما هو الشكل الملوّن؟

أ.



ب.



AB وَ CD هما قطران متوازيان

هنالك أشكال أجسام دورانيّة كثيرة في صناعة الفخار (مثل: الجرار، المزهريات، الصحون والشمعدانات). يضع الفخاري كتلة من طين الصلصال الرطب على عجل يدور (حجر) ويصممه بيديه (انظروا الصور). تمرّ الأدوات التي صُممت من مادّة رطبة بعملية الطلاء و"الحرق" في أفران خاصة تُنتج حرارة عالية جدًّا (800 حتّى 1,200 درجة سلزيوس).

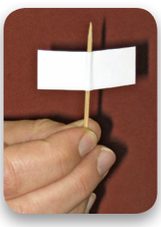
مجموعة مهامّ

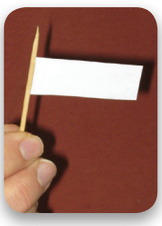
1. معطى مستطيل:

ألصقوا المستطيل بالمسواك بطريقتين مختلفتين، ودوروا العَلم الناتج.

أ. أيّ أجسام نتجت؟

ب. هل الأجسام متطابقة؟ اِشرحوا.





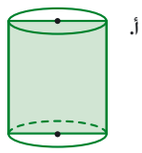
2. أمامكم قِطع من لعبة الشطرنج.

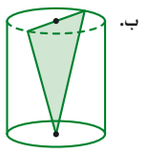
حصان فيل قلعة جندي

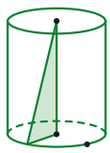
أ. أيّ قِطع، من القطع التي تظهر في الرسمة، هي أجسام دورانيّة؟

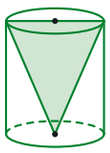
ب. اِختاروا جسمًا دورانيًّا من بين هذه القطع، ثم ارسموا العَلم الذي ينتج حوله هذا الجسم.

3. حدّدوا، في كلّ بند، ما هو الشكل الملوّن؟

أ. 

ب. 

ت. 

ث. 

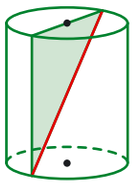
4. معطى طول نِصف قُطر قاعدة أسطوانة قائمة 6 سم. طول ارتفاع الأسطوانة هو 4 سم.
(أُعِدَّت الرسومات للتوضيح.)

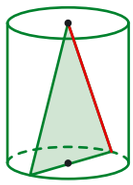
أ. ما هو نوع المثلّث الملوّن؟

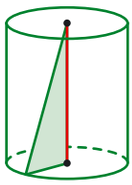
أُرسموا المثلّث، وسجّلوا، في الرسمة، المقادير المعطاة.

ب. اِحسبوا أطوال أضلاع المثلّث الملوّن ومساحته.

5. أمامكم رسومات أسطوانات متطابقة. لُوِّن مثلّث في كلّ أسطوانة ولُوِّن أحد الأضلاع بالأحمر.

I 

II 

III 

أ. أُرسموا المثلّث الملوّن الذي يظهر في كلّ أسطوانة وسجّلوا نوعه.

ب. **معطى**: طول نِصف قُطر قاعدة كلّ أسطوانة 4 سم وطول ارتفاع كلّ أسطوانة 10 سم.
(أُعِدَّت الرسومات للتوضيح.)

سجلوا المعطيات في كلّ أسطوانة، واحسبوا طول الضلع البارز في كلّ مثلث.

ت. في أيّ أسطوانة الضلع البارز هو الأقصر؟

في أيّ أسطوانة الضلع البارز هو الأطول؟

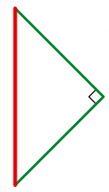
6. تظهر في الصورة ثلاث صوامع (حاويات كبيرة لتخزين الحبوب.)

هل الصومعة جسم دورانيّ؟

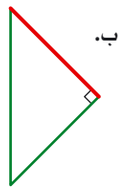
إذا كانت الإجابة نعم فارسموا العَلم الذي ينتج حوله هذا الجسم.

7. جميع المثلّثات المرسومة هي مثلّثات متساوية الساقين.
صِفُوا أو ارسموا، في كلّ بند، الجسم الناتج من دوران الشكل حول القطعة الحمراء.
(اِبنوا أعلامًا كي تفحصوا إجاباتكم.)

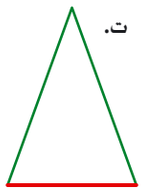
أ.



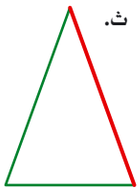
ب.



ت.

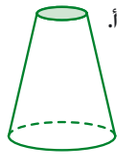


ث.

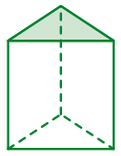


8. نصب ماءً في كلّ وعاء من الأوعية الآتية بوتيرة ثابتة.
أُذكروا الأوعية التي يرتفع فيها الماء بوتيرة ثابتة.

أ.



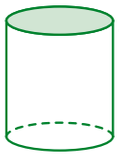
ب.



ت.

ث.

ج.



9. هل الإيجلو (البيت من جليد) هو جسم دورانيّ؟
إذا كانت الإجابة نعم فارسموا العَلم الذي ينتج حوله هذا الجسم. إذا كانت الإجابة لا فاشرحوا لماذا؟

معنى كلمة إيجلو بلغة الإسكيمو هو بيت من جليد. يقضي الإسكيمو فصل الشتاء في الإيجلو، أما في فصل الصيف فهو يعيش في خيمة مصنوعة من جلد. الإيجلو مبني من كُتل جليديّة وشكله دائريّ. هنالك طبقة جليدية في رأس القبّة كي تُتيح دخول الضوء. السرير في الإيجلو مصنوع من كُتل جليدية مغطاة بفرو وبجلد. تُستعمل الرفوف المثبتة بالحوائط لتخزين أدوات الطهي، السلاح، أدوات العمل والمصابيح. اِشترك جميع الناس، في القرية، في بناء البيت من جليد استعدادًا لفصل الشتاء، أما اليوم فيعيش عدد قليل من الإسكيميون في مثل هذا البيت.

الدرس الثاني: حجم الأسطوانة

أمامكم صورتا برجان للماء.

في البرج أ: طول قُطر البركة 12 م،
وطول ارتفاع البركة 10 م.

في البرج ب: طول قُطر البركة 10 م،
وطول ارتفاع البركة 12 م.

البركتان مليئتان بالماء.

خمّنوا هل كمّيّة الماء متساوية في البركتين؟ اِشرحوا.

نحسب حجم الأسطوانة.

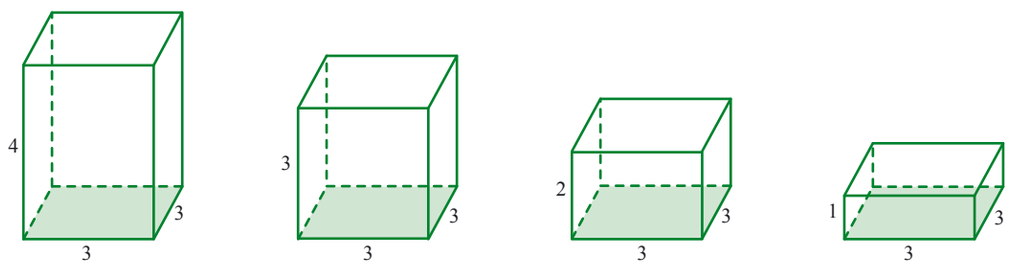
البرج أ

البرج ب

بُرج الماء هو خزان مياه ضخم عالٍ جدًّا، يُستعمل كجهاز لتزويد الماء لسكان المنطقة المحيطة به. يَنْتُج الضغط المطلوب لتزويد الماء بفضل رفع الماء إلى ارتفاع عالٍ. تستعمل دول كثيرة اليوم مضخات الماء فقط لتزويد السكان بالمياه. هنالك أبراج مياه كثيرة مُزيّنة بأعمال الطوب الفاخر، بالسياج المغطى بالنباتات، بالرسومات أو بكتابات تدل على اسم البلدة مثل برج قرية جفتون كما يظهر في الصورة.

برج ماء - قرية جفتون

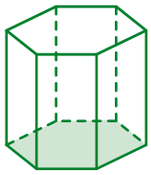
1. أمامكم رسومات أربعة أوعية أشكالها صناديق.
السطح السفليّ، في كل وعاء، هو مربّع.
طول ضلع المربّع 3 سم.
معطى طول الارتفاع في الرسمة.
(أُعِدّت الرسومات للتوضيح وقياسات الطول معطاة بالسم.)



أ. اِحسبوا مساحة السطح السفلي في كلّ وعاء.

ب. اِحسبوا حجم كلّ وعاء.

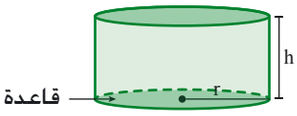
للتذكير



حجم الصندوق الّذي أطوال أضلاع c, b, a هو حاصل ضرب أطوال الأضلاع: $a \cdot b \cdot c$
($a > 0, b > 0, c > 0$ أطوال الأضلاع بوحدات الطول، الحجم بوحدات الحجم المناسبة).

الصندوق هو منشور.

حجم **المنشور** يساوي حاصل ضرب مساحة قاعدة المنشور في طول ارتفاع المنشور.

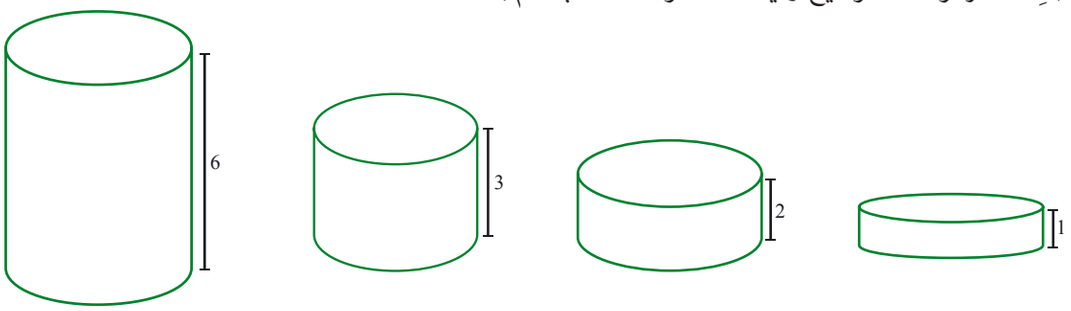


كما هو الأمر مع حجم المنشور، فإنّ **حجم الأسطوانة** يساوي حاصل ضرب **مساحة القاعدة** في طول **الارتفاع**.

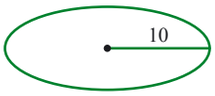
نحسب حجم الأسطوانة كالتالي: $\pi r^2 h$.

(r طول نِصف قُطر قاعدة الأسطوانة وَ h طول ارتفاع الأسطوانة، $r > 0, h > 0$، الحجم بوحدات الحجم المناسبة.)

2. أمامكم رسومات أربعة أوعية أشكالها أسطوانات.
طول نِصف قُطر القاعدة، في كلّ وعاء، 10 سم، وطول الارتفاع معطى في الرسمة.
(أُعِدّت الرسومات للتوضيح وقياسات الطول معطاة بالسم.)



أ. اِحسبوا مساحة القاعدة.



للتذكير: مساحة الدائرة تساوي πr^2 (r طول نِصف القُطر، $r > 0$).

ب. احسبوا حجم كل وعاء، وأكملوا.

الارتفاع 1 سم، الحجم _____ سنتمتر مكعّب.
الارتفاع 2 سم، الحجم _____ سنتمتر مكعّب.
الارتفاع 3 سم، الحجم _____ سنتمتر مكعّب.
الارتفاع 6 سم، الحجم _____ سنتمتر مكعّب.

نفكّر بـ ...

3. طول نِصف قُطر قاعدة علبة فاكهة مسلوقة (كومبوت) هو 4 سم، وطول ارتفاع العلبة 12 سم.

أ. اِحسبوا مساحة قاعدة العلبة.

ب. اِحسبوا حجم العلبة.

(وحدة الحجم هي سنتمتر مكعّب).

في أعقاب...

4. تُرزم كرات التنس عادةً في علب أسطوانيّة الشكل تحتوي على 3 كرات.

طول قُطر قاعدة علبة كرات التنس هو 7 سم.

طول قُطر كرة التنس هو 6.5 سم.

اِرتفاع العلبة أكبر بـ $\frac{1}{2}$ سم من ارتفاع الكرات الثلاثة.

أ. ما هو طول نِصف قُطر قاعدة العلبة، وما هي مساحة القاعدة؟

ب. ما هو ارتفاع العلبة؟

ت. ما هو حجم العلبة؟

وحدات الحجم

وحدات الحجم: 1 لتر = 1,000 سنتمتر مكعّب = 1,000 ميليتر (ملل)

نفكّر بـ ...

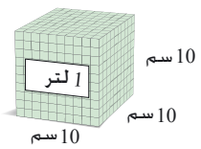
5. يحتوي كأس عاديّ على حوالي $\frac{1}{4}$ لتر.

أ. ما هو حجم كأس عاديّ بالسنتمتر المكعّب؟

ب. كم كأسًا عاديًّا يمكن أن نملئ بواسطة لتر واحد من العصير؟

ت. كم سنتمترًا مكعّبًا يوجد في $2\frac{1}{2}$ لتر؟

ث. كم سنتمترًا مكعّبًا يوجد في علبة عصير تحتوي على $\frac{1}{3}$ لتر؟



6. أمامكم صورة دلو أسطواني الشكل.
طول قُطر قاعدة الدلو 28 سم وطول ارتفاع الدلو 30 سم.

أ. ما هو حجم الدلو بالسنتمتر المكعّب؟

ب. ما هو حجم الدلو باللترات؟

7. نتطرّق إلى المعطيات التي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.
في البرج أ: طول قُطر البركة 12 م،
وطول ارتفاع البركة 10 م.
في البرج ب: طول قُطر البركة 10 م،
وطول ارتفاع البركة 12 م.
البركتان مليئتان بالماء.

أ. اِحسبوا حجم الماء في كلّ بركة (بوحدة الحجم أمتار مكعّبة - كوب).

ب. اِفحصوا تخمينكم الذي اقترحتموه في مهمّة الافتتاحيّة: هل تحتوي البركتان على نفس حجم الماء؟

البرج ب

البرج أ

مجموعة مهامّ

1. أمامكم كأس عصير شكله أسطوانيّ.
طول نصف قُطر قاعدة الكأس 4 سم.
طول ارتفاع الكأس 11 سم.

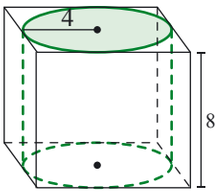
أ. ما هي مساحة قاعدة الكأس؟

ب. ما هي كمية العصير في الكأس المليئة؟

2. مساحة قاعدة علبة مشروب خفيف 30 سنتمترًا مربّعًا.
حجم العلبة 330 سنتمترًا مكعّبًا.
اِحسبوا طول ارتفاع العلبة.

3. حجم قنينة دواء للسعال هو 150 ملليترًا.
تناول طفل ملعقة دواء صغيرة حجمها 5 ملليترات، 3 مرات في اليوم.
كم يومًا يكفي الدواء الموجود في القنينة؟

4. أمامكم رسمة أسطوانة محصورة داخل صندوق، القياسات معطاة في الرسمة.
(أُعِدّت الرسمة للتوضيح وقياسات الطول معطاة بالسم.)



أ. اِحسبوا حجم الأسطوانة.

ب. اِحسبوا حجم الصندوق.

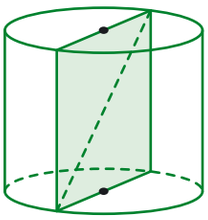
5. أمامكم خمس قناني شامبو.

أَيُّهُم يحتوي على كمّيّة شامبو أكثر، قنينتان زرقاوتان أم ثلاث قناني حمراء؟

6. أ. طول نِصف قُطر قاعدة دلو 12 سم وطول ارتفاع الدلو 30 سم.
ما هو حجم الدلو بوحدة السنتمتر المكعّب؟ وما هو حجم الدلو بوحدة اللتر؟

ب. اِحسبوا كم كأسًا من الماء (يحتوي كلّ منها على 250 ملل) يوجد في الدلو؟

7. رُسم مستطيل داخل أسطوانة (أُعِدّت الرسمة للتوضيح).



طول قُطر المستطيل 13 سم .

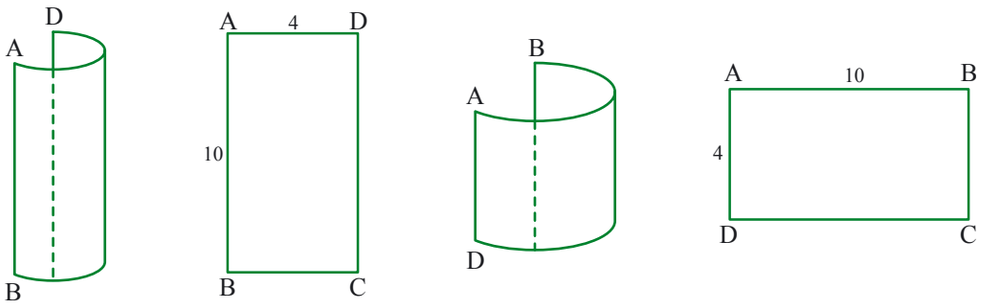
طول قُطر قاعدة الأسطوانة 5 سم .

أ. اِحسبوا طول ارتفاع الأسطوانة (اِستعينوا بنظرية فيثاغوروس).

ب. اِحسبوا حجم الأسطوانة.

8. بُنيتْ أسطوانتان من ورقتين قياساتهما 10 سم x 4 سم.

(أُعِدّت الرسومات للتوضيح وقياسات الطول معطاة بالسم).



أ. خمّنوا هل الأسطوانتان متساويتان في الحجم؟

ب. اِحسبوا حجم الأسطوانتين، وافحصوا تخمينكم في بند أ.

9. يُباع العسل، في دكان المنتجات الطبيعيّة، بنوعين من المرطبانات الأسطوانيّة الشكل: مرطبانات قصيرة ومرطبات أخرى أطول منها بضعفين.

طول نِصف قُطر قاعدة المرطبان القصير ضعفا طول نِصف قُطر المرطبان الطويل (اُنظروا الصورة)

أ. طول ارتفاع المرطبان القصير 6 سم وطول نِصف قُطر قاعدته 5 سم.

أُكتبوا طول نِصف قُطر، وطول ارتفاع المرطبانين.

ب. هل حجم العسل متساوٍ في المرطبانين؟

إذا كانت الإجابة لا فبأي مرطبان يوجد عسل أكثر؟ اِشرحوا.

الدرس الثالث: مساحة غلاف الأسطوانة ومساحة سطحها الخارجيّ

يتمّ تغليف غلاف البركتين الأسطوانيتين في برجيِ الماء، كلّ سنة، بمادة عازلة. سُمك الغلاف متساوي.

في البرج أ: طول قُطر البركة 12 م،
وطول ارتفاع البركة 10 م.

في البرج ب: طول قُطر البركة 10 م،
وطول ارتفاع البركة 12 م.

خمّنوا هل تكلفة تغليف البركتين متساوٍ؟

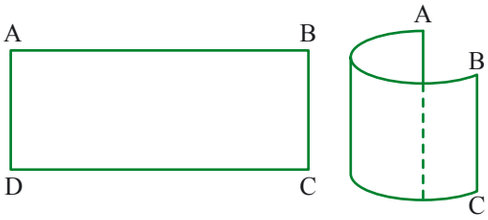
نحسب مساحة غلاف الأسطوانة ومساحة سطحها الخارجيّ.

البرج ب

البرج أ

مساحة الغلاف

1. بُني غلاف أسطوانة من ورقة مستطيلة الشكل قياساتها 10 سم x 4 سم.
(أُعِدّت الرسمتان للتوضيح.)

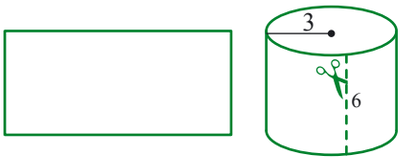


أ. ما هي مساحة الغلاف؟

ب. ما هو محيط قاعدة الأسطوانة الناتجة؟

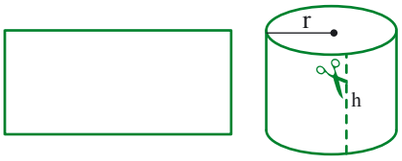
ت. ما هو طول ارتفاع الأسطوانة؟

2. أ. قَصُّوا غلاف أسطوانة على طول ارتفاع الأسطوانة وفرشوا غلافها (أُنظروا الرسمة التوضيحية).
طول نِصف قُطر قاعدة الأسطوانة 3 سم وطول ارتفاعها 6 سم.



- سجّلوا في الرسمة أطوال أضلاع المستطيل.
- اِحسبوا مساحة غلاف الأسطوانة.

ب. قَصُّوا غلاف أسطوانة على طول ارتفاع الأسطوانة وفرشوا غلافها (أُنظروا الرسمة التوضيحية).



نرمُز إلى طول نِصف قُطر قاعدة الأسطوانة بالحرف r
وإلى طول الارتفاع بالحرف h ($h > 0$,$r > 0$).

- عبّروا عن أطوال أضلاع المستطيل الناتج بواسطة r وَ h.
- عبّروا عن مساحة غلاف الأسطوانة بواسطة r وَ h.

مساحة غلاف الأسطوانة تساوي حاصل ضرب محيط قاعدة الأسطوانة في طول ارتفاع الأسطوانة.

نحسب كالتالي: $2\pi r \cdot h$

(r طول نِصف قُطر قاعدة الأسطوانة، h طول ارتفاع الأسطوانة $r > 0$, $h > 0$, مساحة الغلاف بوحدات مساحة مناسبة).

3. طول قُطر غطاء بئر مجاري هو 60 سم وسُمكه 9 سم.

لإغلاق البئر بشكل مُحكم يتمّ تغليف غلاف الغطاء بشريط مطاطيّ (كما هو الأمر مع الأشرطة التي يتمّ بواسطتها إغلاق باب الملجأ بشكل مُحكم).

اِحسبوا مساحة الشريط المطاطيّ المناسب لإغلاق الغطاء المعطى بشكل مُحكم.

لماذا آبار شبكة مياه المجاري الموجودة على الأرصفة والشوارع دائريّة الشكل عادةً؟ الأغطية ثقيلة جدًّا، يُسهل شكلها الدائريّ ملائمتها للبئر، لأنّه لا توجد حاجة لتدويرها كي تغطي البئر. لو كان شكل الغطاء مضلّعًا فسيؤدّي رفع الغطاء بزاوية غير دقيقة إلى سقوطه داخل البئر.

4. نعود إلى مهمّة الافتتاحيّة.

يتمّ تغليف غلاف البركتين في برجيِ الماء، كلّ سنة، بمادة عازلة..

في البرج أ: طول قُطر البركة 12 م،
وطول ارتفاع البركة 10 م.

في البرج ب: طول قُطر البركة 10 م،
وطول ارتفاع البركة 12 م..

أ. اِحسبوا مساحة غلاف كلّ بركة.

ب. هل تكلفة تغليف البركتين متساوية أم أن تغليف إحداهما أغلى من الأخرى؟

البرج ب

البرج أ

مساحة السطح الخارجيّ

5. نستعمل أسطوانة من كرتون لرزم بوستر (مثل: صورة، خريطة أو لوحة علميّة).
طول نِصف قُطر قاعدة الأسطوانة 8 سم، وطول ارتفاع الأسطوانة 90 سم.

أ. اِحسبوا مساحة غلاف كلّ أسطوانة.

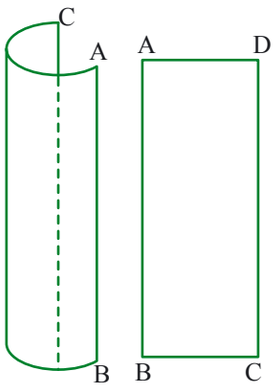
ب. اِحسبوا مساحة إحدى القاعدتين.

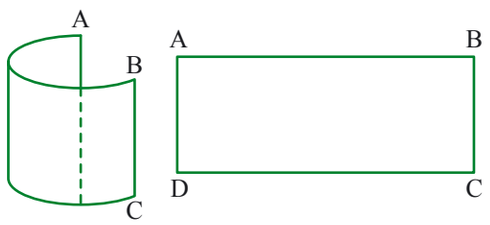
(**للتذكير:** إذا كان r نِصف قُطر الدائرة فإنّ مساحة الدائرة πr^2 .)

ت. نطلي الأسطوانة من الخارج باللون الأبيض. اِحسبوا المساحة الّتي يجب طلاؤها (مساحة السطح الخارجيّ).

نسمّي المساحة الكليّة لغلاف الأسطوانة ومساحتيِ القاعدتين **مساحة السطح الخارجيّ للأسطوانة**.

6. بُني غلافان لأسطوانتين من مستطيلين متطابقين.
طووا في أحد المستطيلين الضلع الطويل، وطووا في المستطيل الآخر الضلع القصير (أُنظروا الرسمة).





أ. هل الأسطوانتان متساويتان في **مساحة الغلاف**؟

إذا كانت الإجابة لا فأيّ أسطوانة مساحة غلافها أكبر؟ اِشرحوا.

ب. هل الأسطوانتان متساويتان في **مساحة السطح الخارجيّ**؟

إذا كانت الإجابة لا فأيّ أسطوانة مساحة سطحها الخارجيّ أكبر؟ اِشرحوا.

مجموعة مهامّ

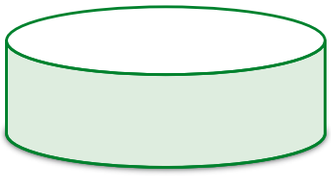
1. دهنوا بركة ماء **من الخارج.**

طول قُطر قاعدة البركة 10 م، وطول ارتفاع البركة 1 م.

نستعمل 0.5 لتر دهان لطلاء متر مربّع واحد.

أ. ما هي المساحة التي يجب طلائها؟

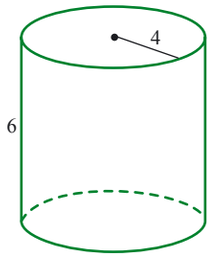
ب. ما هي كمّيّة الدهان المطلوبة لطلاء البركة؟



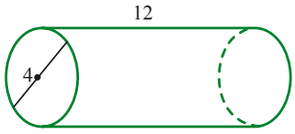
أُعِدّت الرسومات في المهام الآتية للتوضيح وقياسات الطول معطاة بالسم.

2. اِحسبوا، في كلّ بند، مساحة غلاف الأسطوانة حسب المعطيات المسجّلة في الرسمة.

أ.



ب.



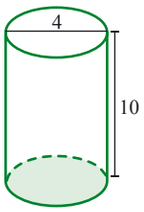
3. طول قُطر طنجرة نيروستا هو 30 سم وطول ارتفاعها 20 سم.

اِحسبوا مساحة لوحة النيروستا المطلوبة لإنتاج الطنجرة دون غطاء.

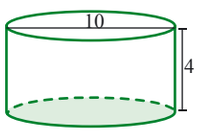
4. طول قُطر علبة مشروب خفيف هو 6.2 سم، وطول ارتفاعها 11 سم.

اِحسبوا مساحة لوحة الألومينيوم المطلوبة لإنتاج علبة المشروب (تشمل القاعدتين).

5. بَنَت **سماهر** غلاف أسطوانيّ طول قُطر قاعدته 4 سم وطول ارتفاعه 10 سم.

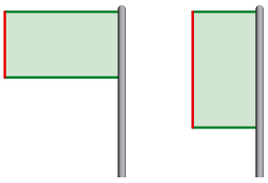


بَنَت **غزالي** أسطوانيّ طول قُطر قاعدته 10 سم وطول ارتفاعه 4 سم.
ما هي مساحة غلاف كلّ أسطوانة؟



هل حجم الأسطوانتان متساوٍ؟ اِشرحوا.

6. ألصقو ورقتين مستطيلتيِ الشكل متطابقتين على سفودين بطريقتين مختلفتين: (أُنظروا الرسمة).



دوروا العَلمين حول محوريهما. أنتجت القطعة الحمراء غلاف الأسطوانة.

أ. خمّنوا: هل الجسمان الدورانيّان متساويان في مساحة الغلاف؟
إذا كانت الإجابة لا فأي جسم دورانيّ مساحة غلافه أكبر؟

ب. خمّنوا: هل الجسمان الدورانيّان متساويان في الحجم؟
إذا كانت الإجابة لا فأي جسم دورانيّ حجمه أكبر؟

ت. أطوال أضلاع المستطيل 10 سم وَ 5 سم.
اِحسبوا مساحة غلاف كلّ أسطوانة وافحصوا تخمينكم في بند أ.
اِحسبوا حجم كلّ أسطوانة وافحصوا تخمينكم في بند ب.