

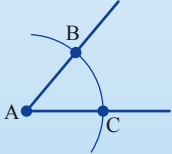


## الوحدة السادسة عشرة: بناء هندسيّ بواسطة مسطرة وفرجار

الدرس الأوّل: استعمال المسطرة والفرجار

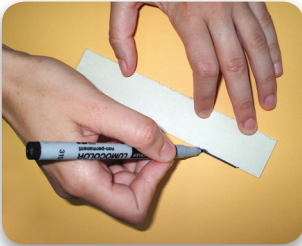
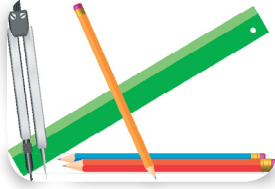
كيف نبنّي بواسطة مسطرة (دون قياسات) وفرجار قطعتين متساويتين في الطول من النقطة المعطاة A؟

وصف البناء	البناء
• معطاة النقطة A.	
• نرسم زاوية بواسطة المسطرة بحيث يكون رأسها في النقطة A.	
• نرسم قوسًا بواسطة الفرجار بحيث يكون مركزه A، ويتقاطع مع ساقَي الزاويتين في النقطتين B و C.	

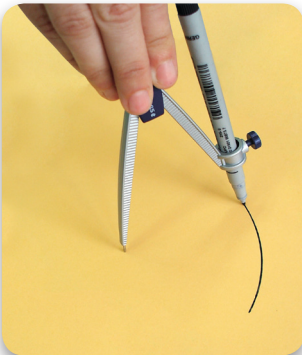
سنستعلم كيفية تنفيذ بناء هندسيّ بالمسطرة والفرجار ونؤسّسها على التعريفات والنظريات التي تعلّمناها.

ارسموا قطعًا متساوية من نقطة معطاة

1. أ. نفّذوا البناء بواسطة الوصف الذي يظهر في الإطار.  
ب. اشرحوا لماذا  $AC = AB$ ؟



نستعمل **المسطرة** كي نرسم مستقيمتين وقطعًا بين نقطتين.  
لا نستعمل وحدات القياس التي تظهر على المسطرة.



نستعمل **الفرجار** كي نرسم دوائر وأقواس.  
نرسم بمساعدة دوائر أو أقواس نقاطًا تقع على بُعد متساوٍ عن نقطة معطاة أو نقطة تقع على أبعاد متساوية عن نقاط معطاة.

لم تكن في فترة إقليدس (بين السنوات 330 إلى 275 قبل الميلاد تقريبًا) أدوات هندسية لقياس أطوال قطع ومقدار زوايا.



تمَّ تخطيط المباني والمعابد بواسطة مسطرة (دون وحدات قياس) وفرجار. طوّر إقليدس في أعقاب ذلك هندسة تعتمد على بديهيات تُتيح رسم مستقيمت ودوائر فقط. تُتيح المسطرة، الفرجار ونظريات هندسية أن نبني بناء أساسي وبناء أشكال مركبة أكثر.

### رسم نقطة تبعد البعد نفسه عن نقطتين معطتين

2. معطى النقطتان A و B. يجب أن نبني قطعتين متساويتين من النقطتين A و B.

البناء	وصف البناء
	• نعيّن النقطتين A و B.
	• نرسم قوسين لهما نصف القطر نفسه. واحد من النقطة A والآخر من النقطة B.
	• نرمز إلى نقطة تقاطع * القوسين بالحرف C. * هنالك نقطة تقاطع إضافية تقع تحت القطعة AB على البعد نفسه.
	• نصل بين AC و BC.

أ. نفذوا البناء حسب الوصف.

ب. اشرحوا لماذا  $BC = AC$ ؟



3. تقع النقطة C على مستقيم.

أ. ابنوا مثلثًا متساوي الأضلاع ABC بمساعدة مسطرة وفرجار بحيث يقع أحد أضلاعه على المستقيم.

صفوا سير البناء.

ب. اشرحوا لماذا المثلث الذي بنيتموه متساوي الأضلاع؟

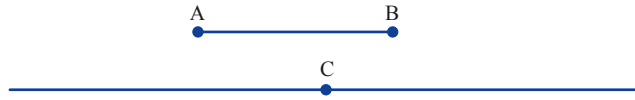
C



4. ستجدون في موقع "الرياضيات المدمجة" "מתמטיקה משולבת" في قسم "فَعَالِيَّات بواسطة الحاسوب" פעילויות באמצעות מחשב" فَعَالِيَّة "بناء هندسيّ أساسي" "בניית יסודיות". ستتعلمون في هذه الفَعَالِيَّة كيفية تنفيذ البناء الذي نَفَّذناه في المهام 1-3 بواسطة جيوجبرا. نفذوا الفَعَالِيَّة حسب التعليمات.

#### نسخ قطعة معطاة بواسطة نقطة معطاة على المستقيم

5. معطى القطعة AB ومستقيم تقع عليه النقطة C. يجب أن ننسخ القطعة AB على المستقيم ابتداءً بالنقطة C.



البناء	وصف البناء
	• نرسم مستقيماً عليه النقطة C.
	• نفتح الفرجار بمقدار يساوي طول القطعة AB. نرسم قوساً من النقطة C بواسطة الفرجار حسب طول القطعة الذي حدّدناه.
	• نرسم إلى إحدى نقاط تقاطع القوس والمستقيم بالحرف D.

أ. نَفَّذوا البناء حسب الوصف.

ب. اشرحوا لماذا  $AB = CD$ ؟



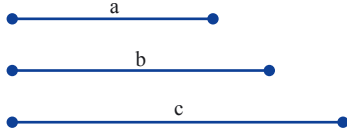
6. ستجدون في موقع "الرياضيات المدمجة" "מתמטיקה משולבת" في قسم "فَعَالِيَّات بواسطة الحاسوب" פעילויות באמצעות מחשב" فَعَالِيَّة "بناء مثلث يتطابق حسب ض.ض.ض" "בניית משולש חופף לפי ז.ז.ז". ستبنون في الفَعَالِيَّة مثلثاً يتطابق مع مثلث معطى حسب 3 أضلاع. نفذوا الفَعَالِيَّة حسب التعليمات.



7. معطى ثلاث قطع  $a$ ,  $b$  و  $c$ .

أ. ابنوا، حسب وصف البناء، المثلث  $ABC$  بحيث تكون أطوال أضلاعه كأطوال القطع المعطاة.

### وصف البناء



• ارسموا مستقيماً وعلّوا النقطة  $B$  على المستقيم.

• انسخوا القطعة  $a$  ابتداءً بالنقطة  $B$  على المستقيم،

وارمزوا إلى طرف القطعة بالحرف  $C$ .

• ارسموا من النقطة  $C$  قوساً بحيث يساوي طول نصف قطره طول القطعة  $b$ .

• ارسموا من النقطة  $B$  قوساً بحيث يساوي طول نصف قطره طول القطعة  $c$ .

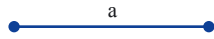
• ارمزوا إلى نقطة تقاطع القوسين بالحرف  $A$ .

ب. هل تتطابق جميع المثلثات التي تُبنى حسب هذه المعطيات؟ علّوا.

8. معطاة القطعة  $a$ .

ابنوا قطعة طولها 3 أضعاف طول القطعة  $a$ .

(لا تستعملوا وحدات القياس التي تظهر على المسطرة).



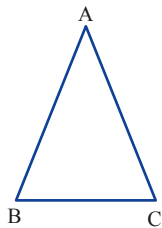
ستجدون في موقع "الرياضيات المدمجة" "ماتماتيكا مشولبت"، في قسم فعاليّات محوسبة "فعيلويوت موشب" مهامً بديلة لقسم من المهام في مجموعة المهام. سجّل تحت المهمة المشار إليها بـ \* اسم المهمة البديلة في الموقع.



1. أ. ابنوا قطعة طولها يساوي مجموع القطعتين المعطتين.

ب. ابنوا قطعة بواسطة مسطرة وفرجار بحيث يساوي

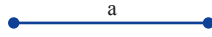
طولها الفرق بين القطعتين المعطتين.



2\*. المثلث  $ABC$  متساوي الساقين.

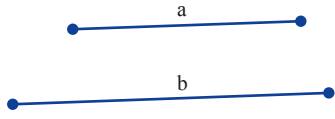
ابنوا مثلثاً يتطابق مع المثلث المرسوم.

اسم المهمة البديلة في الموقع: "يتطابق مثلث متساوي الساقين مع مثلث معطى" "موشولش شوو-شوكיים حوفف لموشولش נתון".



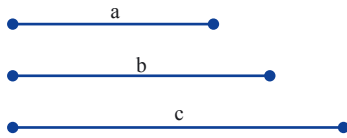
3\* ابنوا مثلثاً متساوي الأضلاع طول ضلعه كطول القطعة a المرسومة.  
افحصوا بواسطة منقلة أن مقدار كل زاوية  $60^\circ$ .

اسم المهمة البديلة في الموقع: "مثلث متساوي الأضلاع حسب قطعة معطاة" "משולש שווה-צלעות לפי קטע נתון".



4\* ابنوا دالتوناً أطوال أضلاعه كطول القطعتين المعطتين a و b.  
هل تتطابق جميع الدالتونات التي تُبنى حسب هذه المعطيات؟ اشرحوا.

اسم المهمة البديلة في الموقع: "دالتون حسب أضلاع معطاة" "דלתון לפי צלעות נתונות".



5\* ابنوا دالتوناً أطوال أضلاعه كطول القطعتين المعطتين a و b  
وطول القطر الرئيسي c.

هل تتطابق جميع الدالتونات التي تُبنى حسب هذه المعطيات؟ اشرحوا.

اسم المهمة البديلة في الموقع: "دالتون حسب أضلاع وفُطر" "דלתון לפי צלעות ואלכסון".



6\* أ. ارسموا مثلثاً.

مَدوا كل ضلع من أضلاع المثلث ضعفي طوله بواسطة مسطرة وفرجار (انظروا الرسمة).

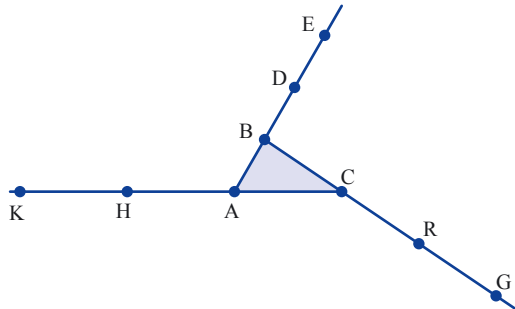
ب. صلوا بين رؤوس المثلث DRH.

كَمْ ضعفًا مساحة المثلث DRH أكبر من مساحة المثلث ABC؟ برهنوا.

ت. صلوا بين رؤوس المثلث EGK.

كَمْ ضعفًا مساحة المثلث EGK أكبر من مساحة المثلث ABC؟

برهنوا.



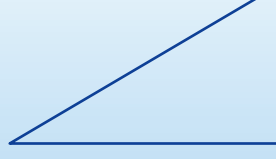
اسم المهمة البديلة في الموقع: "كَمْ ضعفًا المساحة أكبر"

"פי כמה גדול השטח?".

## الدرس الثاني: نسخ زوايا



كيف ننسخ زاوية معطاة دون أن نعرف مقدارها؟  
كيف نتأكد من أن مقدار الزاوية التي نسخناها يساوي مقدار الزاوية المعطاة؟



نتعلم كيفية نسخ زاوية بواسطة مسطرة وفرجار.

### 1. معطاة الزاوية A.

يجب أن ننسخ الزاوية A على المسقيم ابتداءً بالنقطة D.



البناء	وصف البناء
	<ul style="list-style-type: none"> <li>نرسم من النقطة A قوساً يتقاطع مع ساقَي الزاوية المعطيتين في النقطتين B و C.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>نبني مثلثاً متساوي الساقين يتطابق مع المثلث ABC حسب ض.ض.ض.</li> </ul>

أ. نفذوا البناء حسب الوصف.

ب. اشرحوا لماذا المثلث  $\triangle ABC$  هو مثلث متساوي الساقين؟

ت. برهنوا:  $\sphericalangle D = \sphericalangle A$  (برهنوا في البداية أن  $\triangle ABC \cong \triangle DER$ )



نسخ زاوية بمساعدة مسطرة وفرجار تعتمد على بناء مثلثات متطابقة حسب ض.ض.ض.

مثال:

بني، في المهمة 1، المثلث DER بحيث يتطابق مع المثلث المتساوي الساقين ABC حسب ض.ض.ض. حسب المراحل التالية:

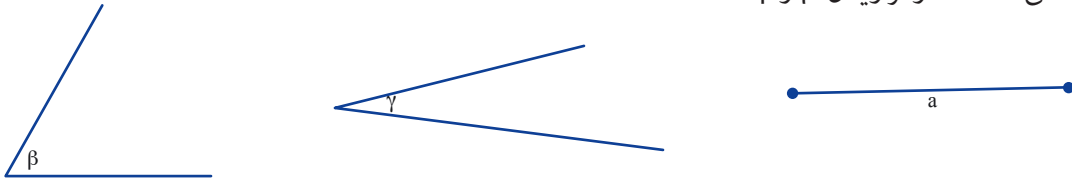
- نرسم مستقيماً عليه النقطة D.
- نرسم، من النقطة D، قوساً نصف قطره يساوي طول القطعة AB، ونرمز إلى نقطة تقاطع القوس مع المستقيم بالحرف E.
- نرسم، من النقطة E، قوساً نصف قطره يساوي طول القطعة BC.
- نرمز إلى نقطة تقاطع القوسين بالحرف R.
- نرسم DR،  $\sphericalangle RDE = \sphericalangle CAB$



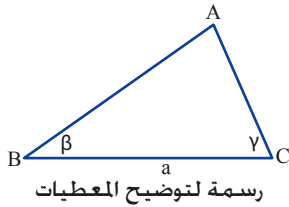
2. ستجدون في موقع "الرياضيات المدمجة" "מתמטיקה משולבת" في قسم "فعاليات بواسطة الحاسوب" פעילויות באמצעות מחשב" فعالية "نطابق مثلث حسب ز.ض.ز" "משולש חופף לפי ז.צ.ז". ستتعلمون في هذه الفعالية كيفية نسخ زاوية بواسطة جيوجبرا، وستبنون مثلثًا يتطابق مع مثلث متغير. نفذوا الفعالية حسب التعليمات.



3. معطى قطعة  $a$  والزائتان  $\beta$  و  $\gamma$ .



أ. ابنوا المثلث  $\triangle ABC$  بحيث يكون طول الضلع  $BC$  كطول القطعة  $a$ ، مقدار الزاوية  $B$   $\approx$  يساوي مقدار الزاوية  $\beta$ ، ومقدار الزاوية  $C$   $\approx$  يساوي مقدار الزاوية  $\gamma$ .  
(استعينوا بوصف البناء).



رسمه لتوضيح المعطيات

#### وصف البناء

- انسخوا القطعة  $a$  على المستقيم ابتداءً بنقطة  $B$  وعينوا طرف القطعة بالحرف  $C$ .
- انسخوا الزاوية  $\beta$  على المستقيم ابتداءً بنقطة  $B$ .
- انسخوا الزاوية  $\gamma$  على المستقيم ابتداءً بنقطة  $C$ .
- ارمزوا إلى نقطة تقاطع ساقي الزوايا التي رسمتموها بالحرف  $A$ .  
نتج المثلث  $ABC$ .

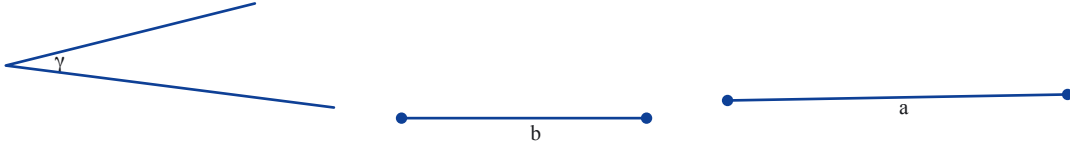
ب. هل تتطابق جميع المثلثات التي تُبنى حسب معطيات هذه المهمة؟ قارنوا مع زملائكم. وعللوا.



4. ستجدون في موقع "الرياضيات المدمجة" "מתמטיקה משולבת" في قسم "فعاليات بواسطة الحاسوب" פעילויות באמצעות מחשב" فعالية "مثلث حسب ض.ض.ض" "משולש חופף לפי צ.צ.צ.". ستبنون، في هذه الفعالية، مثلثًا يساوي مثلث بثلاثة معطيات (ضلع، زاوية وضلع) وستفحصون هل يتطابق مع المثلث المعطى. نفذوا الفعالية حسب التعليمات.



5. معطى القطعتان  $a$  و  $b$  والزاوية  $\gamma$ .



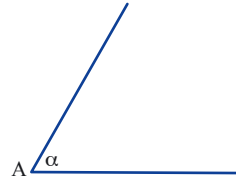
- أ. ابنوا مثلثًا طول ضلعين من أضلاعه كطول القطعتين  $a$  و  $b$  ومقدار الزاوية بين الأضلاع كمقدار الزاوية  $\gamma$ . ارسموا في البداية رسمة لتوضيح المعطيات.  
 ب. صفوا مراحل البناء.  
 ت. هل تتطابق جميع المثلثات التي تُبنى حسب معطيات هذه المهمة؟ قارنوا مع زملائكم. وعلّلوا.



6. معطاة الزاوية  $\alpha$  (مقدارها  $60^\circ$ ).

أ. ابنوا زاوية مقدارها  $2\alpha$ .

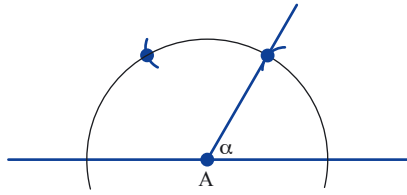
(إرشاد: انظروا الرسمة)



ب. ابنوا زاوية مقدارها  $3\alpha$ .



ت. ما مقدار الزاوية  $3\alpha$  بالدرجات؟  
 اشرحوا.



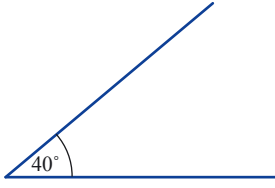
ستجدون في موقع "الرياضيات المدمجة" "מתמטיקה משולבת"، في قسم فَعَالِيَّاتِ محوسبة "פעילויות מחשב" مهامً بديلة لقسم مَن المهامّ في مجموعة المهامّ. سجّل تحت المهمة المشار إليها بـ \* اسم المهمة البديلة في الموقع.



1. معطاة الزاويتان  $\alpha$  و  $\beta$ .

ابنوا زاوية مقدارها  $\alpha + \beta$ .

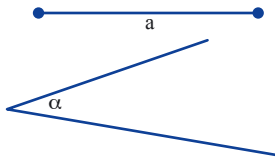




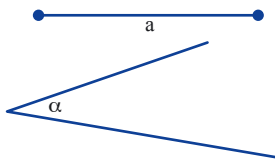
2. انسخوا الزاوية التي مقدارها  $40^\circ$ .  
أ. ابنوا زاوية مقدارها  $80^\circ$ .  
ب. ابنوا زاوية مقدارها  $120^\circ$ .  
ت. أضيفوا، إلى الرسمة، زاوية مقدارها  $60^\circ$ .



3. أ. ابنوا مثلثاً متساوي الأضلاع وصفوا عملية البناء.  
ب. هل تتطابق جميع المثلثات التي يبنونها التلاميذ؟ عللوا.  
ت. هل تشابه جميع المثلثات التي يبنونها التلاميذ؟ عللوا.  
ث. استعينوا بالمثلث الذي يبنونوه وابنوا بمساعدته زاوية مقدارها  $120^\circ$ .



- 4\* معطى قطعة  $a$  وزاوية  $\alpha$ .  
أ. ابنوا مثلثاً متساوي الساقين طول كل ساق كطول القطعة  $a$ ، ومقدار زاوية رأسه كمقدار الزاوية  $\alpha$ .  
ب. صفوا مراحل البناء.  
ت. هل تتطابق جميع المثلثات التي تُبنى حسب معطيات هذه المهمة؟ عللوا.  
اسم المهمة البديلة في الموقع: "الساق وزاوية الرأس": "شוק וזווית ראש".



- 5\* معطى قطعة  $a$  وزاوية  $\alpha$ .  
أ. ابنوا مثلثاً متساوي الساقين طول كل ساق كطول القطعة  $a$  ومقدار كل زاوية قاعدة كمقدار الزاوية  $\alpha$ .  
ب. صفوا مراحل البناء.  
ت. هل تتطابق جميع المثلثات التي تُبنى حسب معطيات هذه المهمة؟ عللوا.  
اسم المهمة البديلة في الموقع: "القاعدة وزاوية القاعدة": "בסיס וזווית בסיס".



6. أمامكم زاوية قائمة.

- أ. استعينوا بنسخ الزاوية وابنوا مثلثاً قائم الزاوية متساوي الساقين.  
ب. ابنوا مثلثاً قائم الزاوية متساوي الساقين إضافي لا يتطابق مع المثلث الذي بنيتموه في بند أ.



7\*. ابنوا مستطيلاً بواسطة نسخ زاوية قائمة.

- كم زاوية قائمة نسختم؟ اشرحوا.  
هل تتطابق جميع المستطيلات الناتجة من هذا البناء؟ اشرحوا.

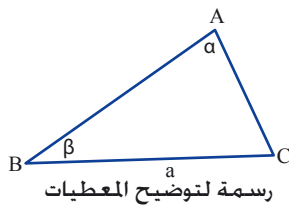
اسم المهمة البديلة في الموقع: "بني مستطيلاً": "בונים מלבן".



8\*. ابنوا مسدساً منتظماً محصور داخل دائرة.

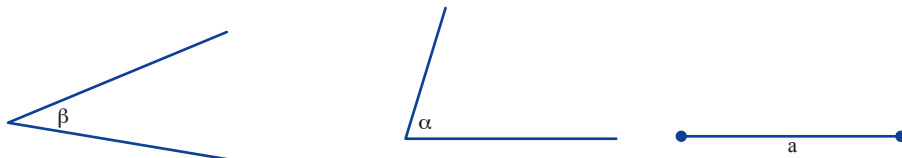
(ارسموا في البداية الدائرة التي ستحصر المسدس المنتظم).

اسم المهمة البديلة في الموقع: "مسدس منتظم": "משושה משוכלל".

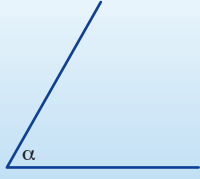
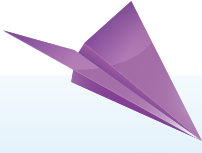


9. معطى قطعة a، زاوية α وزاوية β.

- ابنوا  $\triangle ABC$  فيه طول القطعة BC كطول القطعة a،  
مقدار الزاوية B كمقدار الزاوية β، مقدار الزاوية  
A (المقابلة للضلع a) كمقدار الزاوية α.



## الدرس الثالث: منصف الزاوية



بنينا زاوية مقدارها  $2\alpha$  بواسطة نسخ زاوية مقدارها  $\alpha$  (بالدرجات). هل يمكن أن نبني زاوية مقدارها نصف مقدار الزاوية المعطاة؟ وهل يمكن أن نبني زاوية قائمة بواسطة زاوية مستقيمة؟ سنتعلم كيفية بناء منصف زاوية بواسطة مسطرة وفرجار.

1. معطاة الزاوية A، يجب أن نصنفها إلى زاويتين متساويتين بالمقدار.

بناء	وصف البناء
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• نرسم الزاوية A.</li> <li>• نرسم قوسًا يتقاطع مع ساقي الزاوية، ونرمز إلى نقطتي التقاطع بالحرفين B و C.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• نرسم قوسين متساويين في طول نصف القطر: قوس واحد من النقطة B والقوس الآخر من النقطة C.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• نرمز إلى نقطة تقاطع القوسين بالحرف D ونرسم شعاعًا يمر عبر AD.</li> </ul>

أ. نفذوا البناء حسب الوصف.

ب. برهنوا أن AD ينصف الزاوية A.  
(اربطوا بين BD و CD).



يعتمد **تصنيف الزاوية** بواسطة المسطرة والفرجار على بناء دالتون وعلى صفة القطر الرئيسي في الدالتون. (يمكن أن نبرهن أيضًا بمساعدة تطابق مثلثات حسب ض.ض.ض.).

2. ارسموا زاوية معينة وقسموها بمساعدة مسطرة وفرجار إلى 4 زوايا متساوية.



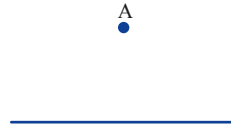
تقسيم الزاوية إلى ثلاثة أقسام متساوية  
أشغلت مشكلة تقسيم الزاوية أذهان اليونانيون في سياق تخطيط البناء. وفي أعقابهم تناول رياضيون كثيرون هذه المشكلة، وقد اعتُبرت خلال 2700 سنة على أنها إحدى المشاكل الهندسية التي لا يوجد لها حل. تناول الرياضي الفرنسي إفرست جولوا (1811 - 1832) موضوع الجبر وطوّر نظرية الزمر ونظرية جولوا التي سُميت على اسمه. لقي مصرعه في مبارزة في سنّ 21. نجح الرياضيون في أعقاب تطوّر نظرية جولوا أن يبرهنوا أنه لا يمكن، في معظم الحالات، تقسيم زاوية إلى ثلاثة أقسام متساوية بمساعدة مسطرة وفرجار.

### عمود على المستقيم في نقطة على المستقيم



3. ارسموا زاوية مستقيمة A ونصّفوها.  
رسمتم عموداً على المستقيم في النقطة A التي تقع على المستقيم.

### عمود على المستقيم من نقطة خارج المستقيم



4. معطى مستقيم ونقطة A خارج المستقيم.  
ابنوا مستقيماً من النقطة A بمساعدة مسطرة وفرجار.

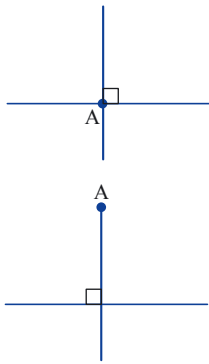
البناء	وصف البناء
	• نرسم قوساً مركزه في النقطة A ويتقاطع مع المستقيم في النقطتين B و C.
	• نرسم قوسين لهما نصف القطر نفسه من النقطتين B و C.
	• نرمز إلى نقطة تقاطع القوسين بالحرف D ونرسم AD.

أ. نفّذوا البناء حسب الوصف.

ب. ارسموا الشكل الرباعي ABDC وبرهنوا أن  $AD \perp BC$ .



5. ستجدون في موقع "الرياضيات المدمجة" "מתמטיקה משולבת" في قسم "فَعَالِيَّات بواسطة الحاسوب" "פעילויות באמצעות מחשב" فَعَالِيَّة "تنصيف زاوية وعمود للمستقيم" "חציית זווית ואנכים לישר". ستتعلمون في هذه الفَعَالِيَّة كيفية تنفيذ البناء الهندسي الأساسي الذي تعلمتموه بواسطة جيوجبرا. نفذوا الفَعَالِيَّة حسب التعليمات.



- بناء عمود على مستقيم ابتداءً بنقطة تقع على المستقيم معناه تنصيف زاوية مستقيمة.
- يعتمد بناء عمود على المستقيم من نقطة خارج المستقيم على صفات أقطار الدالتون.



### مجموعة مهام

ستجدون في موقع "الرياضيات المدمجة" "מתמטיקה משולבת"، في قسم فَعَالِيَّات محوسبة "פעילויות מחשב" مهامً بديلة لقسم من المهام في مجموعة المهام. سجّل تحت المهمة المشار إليها بـ \* اسم المهمة البديلة في الموقع.



1. أ. ارسموا مستقيماً تقع عليه نقطة.  
ب. ابنوا عموداً على مستقيم ابتداءً بالنقطة المعطاة.  
ت. ابنوا زاوية مقدارها  $45^\circ$  بواسطة تنصيف إحدى الزوايا القائمة الناتجة.  
ث. ابنوا زاوية مقدارها  $225^\circ$  بواسطة مسطرة وفرجار.



- \* 2. أ. ارسموا مثلثاً قائم الزاوية وابنوا ارتفاعاً من رأس الزاوية القائمة.  
ب. إذا احتجتم أن ترسموا ارتفاعاً من رأس الزاويتين الحادتين فارسموا، إذا لم تحتجوا فاشرحوا.  
ت. صفوا البناء.

اسم المهمة البديلة في الموقع: "ارتفاعات في مثلث قائم الزاوية": "גבהים במשולש ישר-זווית".



3. ارسموا مثلثًا.

- ابنوا ارتفاعًا على الضلع من رأس المثلث.
- ابنوا مستطيلًا مساحته ضعف مساحة المثلث.
- صفوا البناء.

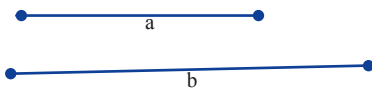


4. أ. ابنوا مثلثًا متساوي الأضلاع.

- نصفوا إحدى زوايا المثلث. ما مقدار كل زاوية من الزوايا التي نتجت؟
- ابنوا زاوية مقدارها  $15^\circ$  بواسطة مسطرة وفرجار.



5\* . معطى القطعتان a و b.



- ابنوا مستطيلًا طول كل ضلع من أضلاعه المتقابلة كطول القطعة a وطول كل ضلع من الضلعين الآخرين كطول القطعة b.
- هل تتطابق جميع المستطيلات التي تُبنى حسب هذه المعطيات؟ اشرحوا.

اسم المهمة البديلة في الموقع: "ابنوا مستطيلًا": "بِنُو مَلْبُو."

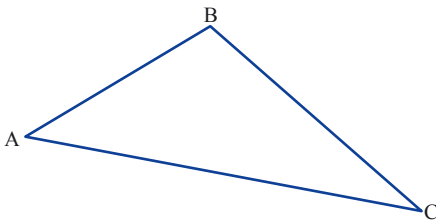


6. معطى  $\Delta ABC$ .

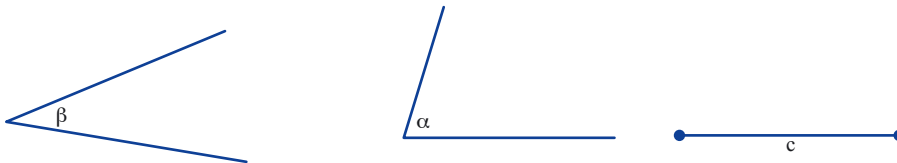
أ. انسخوا المثلث.

ب. نصفوا كل زاوية من زوايا المثلث.

إذا كان رسمكم صحيحًا فتلتي منصفات الزوايا في نقطة واحدة.



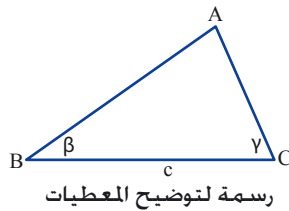
7. معطاة القطعة a، الزاوية  $\alpha$  والزاوية  $\beta$ .



أ. ابنوا  $\Delta ABC$  بحيث ينتج ما يلي:

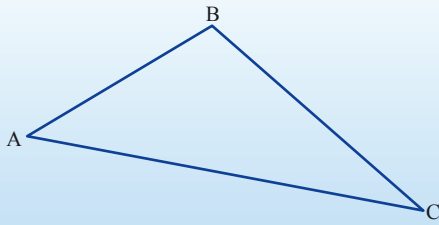
$$\sphericalangle A = \alpha, \sphericalangle B = \beta, AB = c$$

ب. نصفوا الزاوية  $\sphericalangle C$ .



رسمة لتوضيح المعطيات

## الدرس الرابع: تنصيف قطعة



يجب تنصيف المثلث ABC إلى مثلثين متساويين بالمساحة بواسطة مسطرة وفرجار.

سنتعلم عن كيفية تنصيف قطعة بواسطة مسطرة وفرجار.

1. معطى القطعة AB، يجب أن نقسمها إلى قطعتين متساويتين في الطول.

البناء	وصف البناء
	<ul style="list-style-type: none"> <li>نرسم دائرتين لهما نصف القطر نفسه: إحداهما مركزها A والأخرى مركزها B.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>نرمز إلى نقطتي تقاطع الدائرتين بالحرفين D و T.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>نرسم DT ونرمز إلى نقطة تقاطعه مع القطعة AB.</li> </ul>

أ. نفذوا البناء حسب الوصف.

ب. **برهنوا:** F منتصف AB.

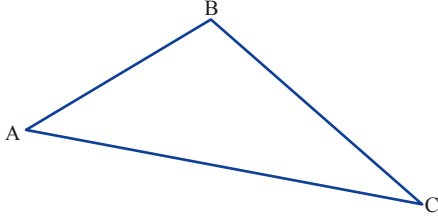
ت. **برهنوا:** DT هو عمود منصف للقطعة AB في عملية البناء التي نفذتموها.



يعتمد **تنصيف القطعة** بواسطة مسطرة وفرجار على بناء دالتون وعلى صفات القطر الرئيسي في الدالتون. (يمكن أن نبرهن بمساعدة تطابق المثلثات ض.ض.ض).  
العمود المنصف للقطعة هو عمود من منتصف القطعة.  
تنصيف القطعة مثل بناء عمود منصف للقطعة.

2. نعود إلى مهمّة الافتتاحية.

- أ. قَسِّمُوا المثلث ABC مختلف الاضلاع إلى مثلثين متساويين في المساحة.  
ب. برهنوا أنّ المثلثات الناتجة متساوية بالمساحة.

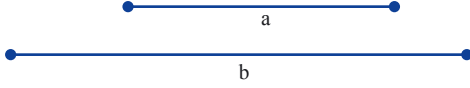


3. ستجدون في موقع "الرياضيات المدمجة" "מתמטיקה משולבת" في قسم "فعاليات بواسطة الحاسوب" "פעילויות באמצעות מחשב" فعالية "بناء الدالتونات" "בניית דלתונים". نفذوا الفعالية حسب التعليمات.



4. أ. معطى القطعتان a و b.

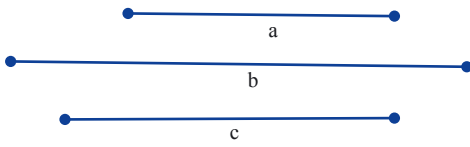
- ابنوا دالتوناً طول قُطره الثانوي كطول القطعة a، وطول قُطره الرئيسي كطول القطعة b.
- (إرشاد: ابدأوا من نسخ القطر الثانوي).



- صفوا البناء.
- هل تتطابق جميع الدالتونات التي تُبنى حسب هذه المعطيات؟ قارنوا مع زملائكم وعلّوا.

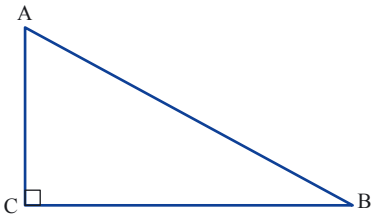
ب. معطاة ثلاث قطع: a و b و c.

- ابنوا بواسطة مسطرة وفرجار دالتوناً طول قُطره الثانوي كطول القطعة a، طول قُطره الرئيسي كطول القطعة b وطول أحد أضلاع الدالتون كطول القطعة c.
- هل تتطابق جميع الدالتونات التي تُبنى حسب هذه المعطيات؟ قارنوا مع زملائكم وعلّوا.



5. معطى مثلث قائم الزاوية ABC.

- أ. ابنوا مثلثاً قائم الزاوية يتطابق مع المثلث المعطى وصفوا البناء.  
ب. ابنوا متوسطاً للوتر في المثلث الذي بنيتموه.  
ت. كم مثلثاً متساوي الساقين يوجد في البناء الذي أنتجتموه؟ علّوا.



### مجموعة مهام



ستجدون في موقع "الرياضيات المدمجة" "מתמטיקה משולבת"، في قسم فعاليات محوسبة "פעילויות מחשב" مهامً بديلة لقسم من المهام في مجموعة المهام. سجّل تحت المهمة المشار إليها بـ \* اسم المهمة البديلة في الموقع.

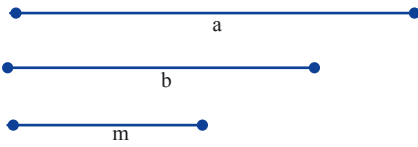


1\* معطى القطعة AB.



انسخوها وقسّموها إلى أربع قطع متساوية في الطول.

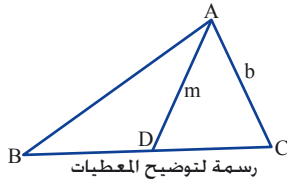
اسم المهمة البديلة في الموقع: "تقسيم قطعة إلى أربع قطع متساوية": "חלוקת קטע לארבעה קטעים".



2\* معطاة ثلاث قطع: a و b و m.

ابنوا المثلث ABC فيه طول الضلع BC كطول القطعة a،  
طول الضلع AC كطول القطعة b وطول المتوسط للضلع BC كطول  
القطعة m. (إرشاد: ابنوا في البداية المثلث  $\Delta ADC$ ).

اسم المهمة البديلة في الموقع: "مثلث حسب متوسط  
وضلعين!": "משולש לפי תיכון ושתי צלעות".

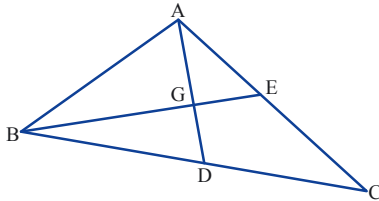


3. ارسموا المثلث ABC.

أ. ابنوا المتوسط AD للضلع BC والمتوسط BE للضلع AC.

ارمزوا إلى نقطة تقاطع المستقيمين بالحرف G.

ب. **برهنوا** أن مساحة المثلث  $\Delta AEG$  تساوي مساحة المثلث  $\Delta BDG$ .

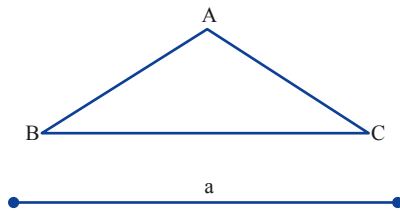


4. معطى مثلث متساوي الساقين ABC والقطعة a.

أ. ابنوا مثلثاً يتطابق مع المثلث المعطى.

ب. أكملوا المثلث إلى دالتون طول قطره الرئيسي كطول القطعة a.

ت. صفوا البناء.



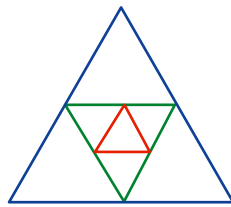
5. أ. ابنوا مثلثاً متساوي الأضلاع ABC وابنوا منتصفات الأضلاع.

ب. كم مثلثاً متساوي الأضلاع يوجد في البناء الذي أنتجتموه؟ برهنوا.

ت. المثلث الأزرق متساوي الأضلاع. رؤوس المثلث الأخضر هي منتصفات أضلاع

المثلث الأزرق، ورؤوس المثلث الأحمر هي منتصفات أضلاع

المثلث الأخضر. كم مثلثاً متساوي الأضلاع يوجد في الرسم؟



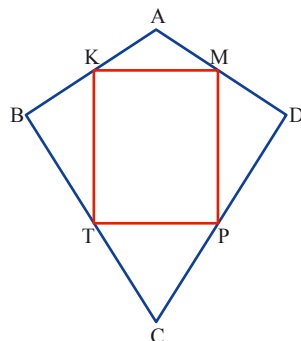
6. أ. ارسموا الدالتون ABCD.

ب. بُنيت منتصفات أضلاعه. نتج الشكل الرباعي KMPT (انظروا الرسم).

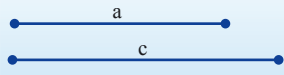
ت. **برهنوا:**  $MP = KT$  (I)

$\sphericalangle TKM = \sphericalangle KMP$  (II)

$\sphericalangle KTP = \sphericalangle MPT$  (III)

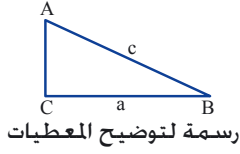


## الدرس الخامس: نبي مثلثات



معطى طول القطعتين  $a$  و  $c$ .  
يجب أن نبنى، بواسطة مسطرة وفرجار، مثلثاً قائم الزاوية طول أحد قائميه  $a$  وطول الوتر  $c$ .  
نبنى مثلثات حسب معطيات مختلفة ونبحث عدد المثلثات الناتجة في كل بناء.

1. استعينوا بوصف البناء وابنوا مثلثاً قائم الزاوية حسب المعطيات التي وردت في مهمة الافتتاحية.

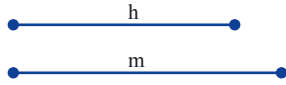


البناء	وصف البناء
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• نرسم مستقيماً تقع عليه النقطة C.</li> <li>• ننسخ القطعة <math>a</math> ابتداءً بالنقطة C على المستقيم (نتجت القطعة CB).</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• نبنى عموداً للقطعة CB من النقطة C.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• نرسم قوساً مركزه B وطول نصف قطره كطول القطعة <math>c</math>.</li> <li>• يتقاطع القوس مع العمود في النقطة A.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• نرسم BA.</li> </ul>

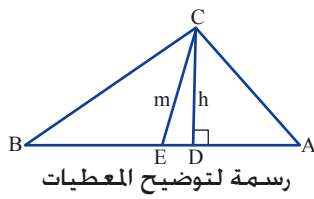
ب. هل تتطابق جميع المثلثات التي تُبنى حسب هذه المعطيات؟ قارنوا مع زملائكم وعلّوا.



بناء مثلث قائم الزاوية حسب طول أحد القائمين وطول الوتر، يعتمد البناء على تطابق مثلثات قائمة الزاوية حسب قائم ووتر.

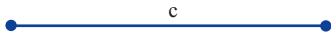


2. معطى قطعتان  $h$  و  $m$ .



أ. ابنوا المثلث  $ABC$  بحيث يكون طول الارتفاع للضلع  $AB$  كطول القطعة  $h$  وطول المتوسط للضلع نفسه كطول القطعة  $m$ .  
(إرشاد: ابنوا المثلث  $CDE$  حسب قائم ووتر وأكملوا المثلث  $ABC$ )

هل تتطابق جميع المثلثات التي تُبنى حسب هذه المعطيات؟ قارنوا مع زملائكم وعللوا.



ب. معطاة القطعة  $c$  أيضاً.

- ابنوا مثلثاً طول الارتفاع لأحد أضلاعه كطول القطعة  $h$ ، طول المتوسط للضلع نفسه كطول القطعة  $m$  وطول الضلع  $AB$  كطول القطعة  $c$ .  
(إرشاد: ابنوا المثلث  $CDE$  كما وردَ في البند أ، نَصِّفوا القطعة المعطاة  $c$  وانسخوا كلَّ نصفِ قطعة إلى المستقيم  $DE$  من كلا طرفي النقطة  $E$ .)
- هل تتطابق جميع المثلثات التي تُبنى حسب هذه المعطيات؟ قارنوا مع زملائكم وعللوا.



إذا كان حلّ وحيداً لمشكلة بناء فإنّ جميع الأشكال الناتجة في البناء متطابقة.  
إذا استطعنا خلال البناء أن نرسم نقطة عشوائية فيمكن أن تنتج أشكال غير متطابقة (كما هو الأمر في بند أ في المهمة 2).



3. ستجدون في موقع "الرياضيات المدمجة" "מתמטיקה משולבת" في قسم "فعاليات بواسطة الحاسوب" "פעילויות באמצעות מחשב" "فعالية" مثلث حسب زاوية ومنصف الزاوية "משולש לפי זווית וחוצה הזווית". نفذوا الفعالية حسب التعليمات.



4. معطاة القطعة  $a$  والزاوية  $\alpha$ .



أ. ابنوا المثلث  $ABC$  بحيث يكون مقدار الزاوية  $A$  كمقدار الزاوية  $\alpha$  وطول منصف الزاوية  $A$  كطول القطعة  $a$ . (ارسموا، في البداية، رسمة لتوضيح المعطيات).  
صفوا مراحل البناء.  
هل تتطابق جميع المثلثات التي تُبنى حسب هذه المعطيات؟ قارنوا مع زملائكم وعلّلوا.

ب. معطاة قطعة إضافية  $c$ .



ابنوا المثلث  $ABC$  بحيث يكون مقدار الزاوية  $A$  كمقدار الزاوية  $\alpha$  وطول منصف الزاوية  $A$  كطول القطعة  $a$  وطول الضلع  $AB$  كطول القطعة  $c$ .  
صفوا مراحل البناء.  
هل تتطابق جميع المثلثات التي تُبنى حسب هذه المعطيات؟ قارنوا مع زملائكم وعلّلوا.



5. معطاة القطعة  $c$ .



- ابنوا مثلثًا قائم الزاوية ومتساوي الساقين بحيث يكون طول الوتر كطول القطعة  $c$ . (ارسموا، في البداية، رسمة لتوضيح المعطيات).
- صفوا مراحل البناء.
- هل تتطابق جميع المثلثات التي تُبنى حسب هذه المعطيات؟ قارنوا مع زملائكم وعلّلوا.



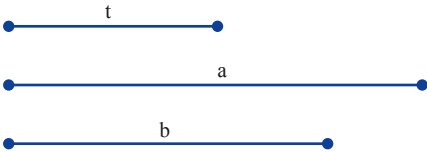
### مجموعة مهام

ستجدون في موقع "الرياضيات المدمجة" "מתמטיקה משולבת"، في قسم فعاليّات محوسبة "פעילויות מחשב" مهامّ بديلة لقسم من المهامّ في مجموعة المهامّ. سجّل تحت المهمة المشار إليها \* اسم المهمة البديلة في الموقع.  
ارسموا، في البداية، في كلّ مهمة، رسمة لتوضيح المعطيات، وسجّلوا في النهاية وصفًا لمراحل البناء.

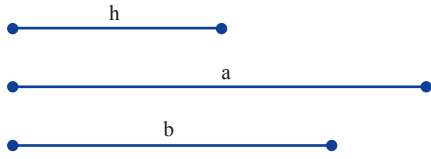


1. معطاة ثلاث قطع  $a$ ،  $b$  و  $t$ .

أ. ابنوا المثلث  $\Delta ABC$  بحيث يكون طول الضلع  $BC$  كطول القطعة  $a$ ، طول الضلع  $AC$  كطول القطعة  $b$  وطول المتوسط للضلع  $BC$  كطول القطعة  $t$ .



ب. هل تتطابق جميع المثلثات التي تُبنى حسب هذه المعطيات؟ علّلوا.



2\* ابنوا المثلث  $\Delta ABC$  بحيث يكون طول الضلع  $BC$  كطول القطعة  $a$  وطول الضلع  $AC$  كطول القطعة  $b$  وطول الارتفاع للضلع  $BC$  كطول القطعة  $h$ .

اسم المهمة البديلة في الموقع: "ضلعان وارتفاع لأحدهما" "شתי צלעות וגובה לאחת מהן".



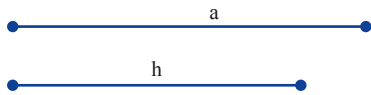
3\* ارسموا قطعتين.

أ. ابنوا مثلثًا متساوي الساقين فيه طول القاعدة كطول إحدى القطعتين، وطول الارتفاع للساق كطول القطعة الثانية. أي قطعة يجب أن تكون أطول: القطعة التي طولها كطول القاعدة أم القطعة التي طولها كطول الارتفاع للساق؟ اشرحوا.

ب. هل تتطابق جميع المثلثات التي تُبنى حسب هذه المعطيات؟ عللوا.

اسم المهمة البديلة في الموقع: "مثلث متساوي الساقين حسب القاعدة والارتفاع للضلع": "משולש שווה-שוקיים לפי

בסיס וגובה לשוק".



4\* معطى القطعتان  $a$  و  $h$ .

ابنوا مثلثًا متساوي الساقين فيه طول القاعدة كطول  $a$  وطول الارتفاع للقاعدة كطول القطعة  $h$ . هل تتطابق جميع المثلثات التي تُبنى حسب هذه المعطيات؟ عللوا.

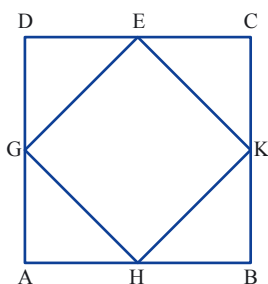
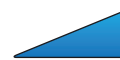
اسم المهمة البديلة في الموقع: "مثلث متساوي الساقين حسب القاعدة والارتفاع للقاعدة": "משולש שווה-שוקיים לפי בסיס וגובה לבסיס".



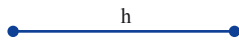
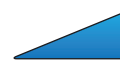
5\* ارسموا القطعة  $a$  والزاوية  $\alpha$ .

ابنوا مثلثًا متساوي الساقين فيه طول الارتفاع للساق كطول القطعة  $a$  ومقدار زاوية القاعدة كمقدار الزاوية  $\alpha$ .

اسم المهمة البديلة في الموقع: "مثلث متساوي الساقين حسب الارتفاع وزاوية القاعدة": "משולש שווה-שוקיים לפי גובה לשוק וזווית בסיס".

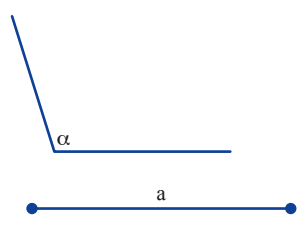


6\* معطى مربع في داخله شكل رباعي.  
 نتج الشكل الرباعي الداخلي بواسطة التوصيل بين منتصفات أضلاع المربع الخارجي.  
 انسخوا الرسمة بواسطة مسطرة وفرجار.  
 برهنوا بناءً على البناء الذي نفذتموه أن الشكل الرباعي الداخلي هو مربع.  
 اسم المهمة البديلة في الموقع: "مربعات داخل مربعات" "ريبועים בתוך ריבועים".



7\* معطى القطعة h.  
 ابنوا مثلثًا متساوي الأضلاع فيه طول الارتفاع للضلع كطول القطعة h.

اسم المهمة البديلة في الموقع: "مثلث متساوي الأضلاع حسب الارتفاع": "משולש שווה-צלעות לפי גובה".



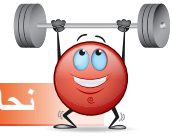
8\* معطى القطعة a والزاوية alpha.  
 أ. ابنوا مثلثًا متساوي الساقين فيه مقدار زاوية الرأس كمقدار الزاوية alpha وطول منصف هذه الزاوية كطول القطعة a.  
 ب. هل يمكن أن نبنى مثلثًا متساوي الساقين فيه مقدار زاوية القاعدة كمقدار الزاوية alpha؟  
 اشرحوا.

اسم المهمة البديلة في الموقع: "مثلث متساوي الساقين حسب ارتفاع وزوايا": "משולש שווה-שוקיים לפי זווית ראש וחוצה הזווית".



9\* ارسموا القطعتين h و b.  
 ابنوا مثلثًا متساوي الساقين فيه طول الساق كطول القطعة b، وطول الارتفاع لقاعدة المثلث كطول القطعة h.  
 أي قطعة من القطعتين يجب أن تكون أطول: b أم h؟ عللوا.

اسم المهمة البديلة في الموقع: "مثلث متساوي الساقين حسب ساق وارتفاع للقاعدة": "משולש שווה-שוקיים לפי שוק וגובה לבסיס".



## نحافظ على لياقة رياضية

### إحصاء واحتمال

1. أمامكم نتائج استطلاع أجري في الصف. أجب 20 تلميذاً الفصل الذي يحبونه.

الفصل	الشتاء	الربيع	الصيف	الخريف
التكرارية	4	6	8	2

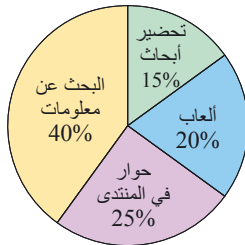
أ. ارسموا رسماً بيانياً مكوّناً من أعمدة كي تعرضوا المعطيات.  
ب. نختار تلميذاً بطريقة عشوائية. ما احتمال أن لا يحب التلميذ فصل الصيف؟

2. أمامكم علامات موضوع الرياضيات لتلاميذ الصف التاسع:

العلامة	4	5	6	7	8	9	10
عدد التلاميذ	1	2	4	8	9	4	2

أ. كم تلميذاً يوجد في الصف؟  
ب. ما منوال العلامات؟  
ت. ما معدّل علامات التلاميذ؟  
ث. أختير اسم تلميذ من الصف بطريقة عشوائية، ما احتمال أن تكون علامته:  
أكثر من 7؟ أقل من 6؟ 8؟ أقل من المعدّل؟

3. أمامكم رسم بياني دائري يصف الاستعمال الأساسي للحاسوب لدى تلاميذ الصفوف التاسعة في المدرسة.



أ. ما النسبة المئوية للتلاميذ الذين يستعملون، بشكل أساسي، الحاسوب للألعاب؟  
ب. ما النسبة المئوية للتلاميذ الذين لا يستعملون، بشكل أساسي، الحاسوب للألعاب؟  
ت. يوجد في طبقة الصفوف التاسعة 200 تلميذ.  
كم تلميذاً يستعمل، بالأساس، الحاسوب لتحضير الأبحاث؟

4. يوجد في جرة 3 كرات سوداء وكرتان بيضاء. نُخرج 4 كرات من الجرة دون أن ننظر فيها. سجّلوا لكل حدث ما إذا كان الحدث مستحيلاً، ممكناً أو مؤكداً.

أ. الكرات الأربع لها اللون نفسه.  
ب. كرتان بيضاء وكرتان سوداء.  
ت. كل كرة من الكرات الأربع لونها مختلف.  
ث. ثلاث كرات بيضاء وكرة واحدة سوداء.  
ج. كرتان لهما اللون نفسه من بين الكرات الأربع.  
ح. ثلاث كرات سوداء وكرة واحدة بيضاء.

5. يوجد في علبة 12 بطاقة، سُجّلت عليها الأعداد التالية:

17	27	37	47	57	67	13	23	33	43	53	63
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

أ. نُخرج بطاقة واحدة دون أن ننظر في العلبة. احسبوا احتمالات الأحداث التالية:  
العدد الذي أُختير أصغر من 30، العدد الذي أُختير زوجي، العدد الذي يقبل القسمة على 3.  
ب. أي حدث من الأحداث التالية له الاحتمال الأكبر؟ اشرحوا.  
إخراج بطاقة سُجّل عليها عدد أكبر من 50 أم إخراج بطاقة سُجّل عليها عدد أصغر من 40.  
ت. اكتبوا حدثاً مناسباً للاحتمال  $\frac{1}{3}$ .