الوحدة عشرون: نميّز متوازي الأضلاع

الدرس الأوّل: نميّز متوازي الأضلاع حسب صفات الأضلاع

تعرّفنا في الوحدة السابقة على تعريف متوازي الأضلاع وعلى عدّة صفات مِن صفات متوازي الأضلاع.

تعريف: نسمّي الشكل الرباعيّ الذي فيه زوج مِنَ الأضلاع المتقابلة المتوازية "متوازي أضلاع".

إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع فإنّ:

- الأضلاع المتقابلة متساوية بالطول.
- الزوايا المتقابلة متساوية بالمقدار.
- مجموع كلّ زاويتين متجاورتين هو $180°$.
- القطرين ينصفان بعضهما.

خمّنوا هل الادّعاءات العكسيّة (للنظريات أعلاه) صحيحة؟

نتعلّم كيفية تمييز متوازيات أضلاع حسب الصفات.

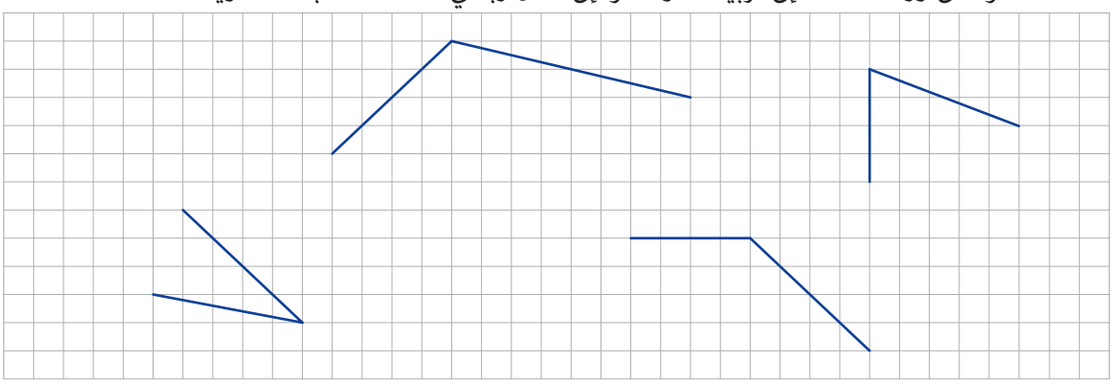
للتذكير

إذا بدّلنا بين المعطيات والاستنتاجات التي تظهر في النظريّة فإنّنا نحصل على **ادّعاء عكسيّ**.

إذا كان الادّعاء العكسيّ صحيحًا فنحصل على **نظريّة عكسيّة**.

1. أ. معطى، في كلّ رسمة، زوج مِن أضلاع الشكل الرباعيّ.

انسخوا على ورقة مقسمة إلى تربيعات وأكملوا إلى شكل رباعيّ أضلاعه المتقابلة متساوية.

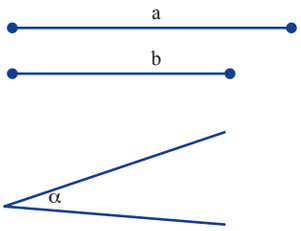


ب. هل جميع الأشكال الرباعيّة التي رسمتموها متوازيات أضلاع؟

(هذا يعني أنّه، هل كلّ الأشكال الرباعيّة تحقّق تعريف متوازي الأضلاع: زوجان مِنَ الأضلاع المتوازية؟).

2. ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة" "מתמטיקה משולבת" في قسم "فعّاليّات بواسطة الحاسوب "פעילויות באמצעות מחשב" فعّاليّة "متوازي أضلاع حسب أطوال الأضلاع " "מקבילית לפי אורכי צלעות". نفّذوا الفعّاليّة حسب التعليمات.

3. معطى القطعة a، القطعة b والزاوية a. ابنوا بمساعدة مسطرة وفرجار:



أ. متوازي أضلاع طولا ضلعيه a وَ b.

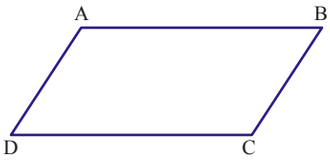
صفوا البناء.

كم متوازي أضلاع كهذا يوجد؟

ب. متوازي أضلاع طولا ضلعيه a وَ b ومقدار إحدى الزوايا هو α.

كم متوازي أضلاع كهذا يوجد؟

4. نظريّة إذا كانت الأضلاع المتقابلة في الشكل الرباعيّ متساوية في الطول فإنّ الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع.



أ. سجّلوا المعطيات والمطلوب برهانه بكتابة رياضيّة.

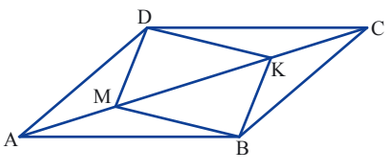
ب. برهنوا النظريّة.

برهنا في الوحدة السابقة: نظريّة إذا كان الشكل الرباعيّ **متوازي أضلاع**، فإنّ **أضلاعه المتقابلة متساوية بالطول.**
برهنا في مهمّة 4 **النظريّة العكسيّة:**
إذا كانت في الشكل الرباعيّ **الأضلاع المتقابلة متساوية بالطول** فإنّ الشكل الرباعيّ **متوازي أضلاع.**
النظريّة العكسيّة صحيحة. هذا يعني أنّ الشرط كافٍ لتمييز **متوازي الأضلاع.**

5. معطى ABCD متوازي أضلاع.

$AM = CK$

المطلوب برهانه BMDK متوازي أضلاع.



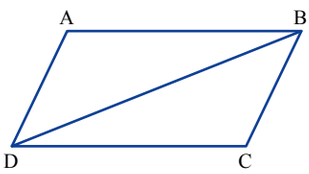
6. برهنا في الوحدة السابقة:

نظريّة إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع فإنّ القطر يقسّمه إلى مثلّثين متطابقين.

صوغوا ادعاءً عكسيًّا لهذه النظرية.

هل الادّعاء العكسيّ صحيح؟

إذا كانت الإجابة نعم فبرهنوا. إذا كانت الإجابة لا فارسموا مثالًا مضادًّا.



رأينا في المهمّة 6 أنّ الادّعاء العكسيّ لنظريّة صحيحة ليس صحيحًا بالضرورة.

تعريف: نسمّي الشكل الرباعيّ المبني مِن زوجين مِنَ الأضلاع المتقابلة المتوازية **"متوازي أضلاع".**

صفات متوازي الأضلاع

إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع فإن **أضلاعه المتقابلة متساوية في الطول.**

إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع فإنّ **زواياه المتقابلة متساوية بالمقدار.**

إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع فإنّ **مجموع كلّ زاويتين متجاورتين يساوي 180°**

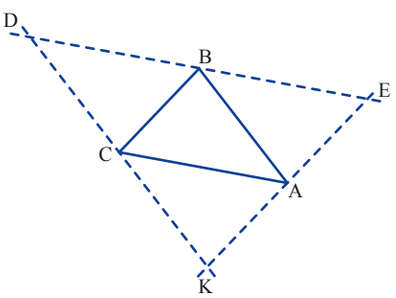
إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع فإن **أقطاره تنصف بعضها.**

عكسيتان لبعضهما

شروط كافية لتمييز متوازي الأضلاع

إذا كانت في الشكل الرباعيّ الأضلاع المتقابلة متساوية في الطول فإنّ **الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع.**

مجموعة مهامّ



1. رُسمت عبر رؤوس المثلث ABC أضلاع توازي أضلاع المثلث.

أ. كم متوازي أضلاع يوجد في الرسمة؟ علّلوا.

ب. BC = 4 سم ، AB = 5 سم ، AC = 6 سم

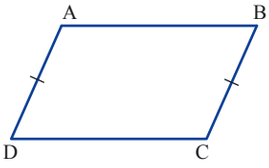
جدوا أطوال أضلاع المثلّث الكبير الذي نتج.

ت. كم مثلّثًا متطابقًا يوجد في الرسمة؟

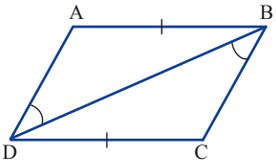
ث. هل توجد مثلّثات متشابهة في الرسمة؟ إذا كانت الإجابة نعم فسجّلوا **المثلّثات المتشابهة** ونسبة التشابه.

2. حدّدوا، في كلّ بند، حسب معطيات الرسمة هل الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع؟

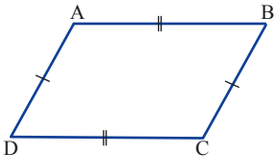
أ.



ب.



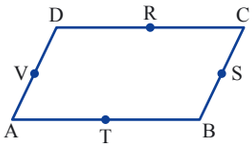
ت.



3. معطى الشكل الرباعيّ ABCD متوازي أضلاع.

R, S, T, V منتصفات أضلاع متوازي الأضلاع.

ما نوع الشكل الرباعيّ VRST؟ برهنوا.

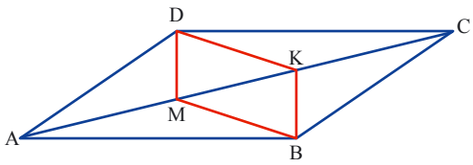


4. معطى ABCD متوازي أضلاع.

BK ينصّف الزاوية ABC∢.

DM ينصّف الزاوية ADC∢.

المطلوب برهانه DMBK متوازي أضلاع.

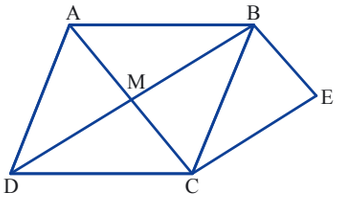


5. معطى ABCD متوازي أضلاع.

CE = DM

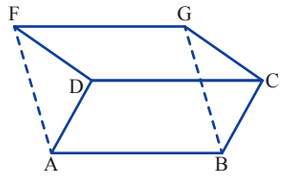
BE = AM

المطلوب برهانه MBEC متوازي أضلاع.



6. معطى الشكلان الرباعيّان ABCD وَ DCGF متوازيا أضلاع.

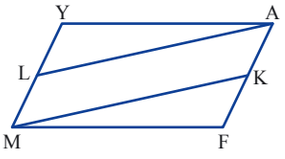
المطلوب برهانه ABGF متوازي أضلاع.



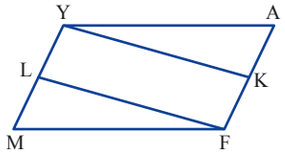
7. معطى الشكل الرباعيّ YAFM متوازي أضلاع.

K وَ L منتصفا الضلعين AF وَ YM (انظروا الرسمة).

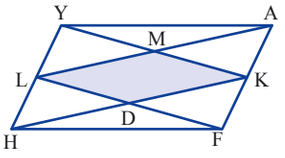
أ. المطلوب برهانه الشكل الرباعيّ MKAL متوازي أضلاع.



ب. المطلوب برهانه الشكل الرباعيّ FLYK متوازي أضلاع.

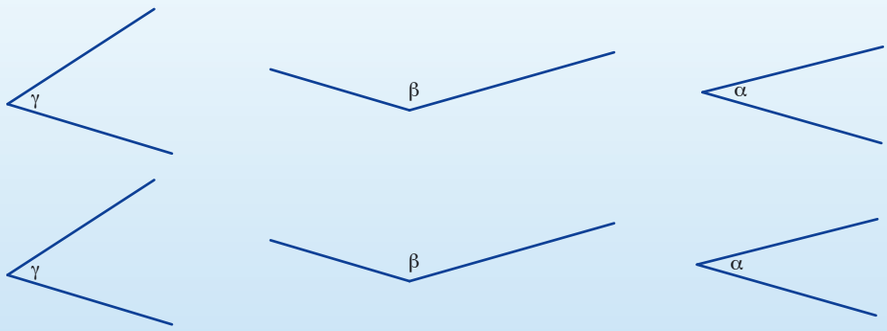


ت. المطلوب برهانه الشكل الرباعيّ الملون LMKD متوازي أضلاع.



الدرس الثاني: نميّز متوازي الأضلاع حسب صفات الزوايا

انسخوا على ورقة شفّافة زاويتين مقدار كلّ واحدة منهما α، زاويتين مقدار كلّ واحدة منهما β وزاويتين مقدار كلّ واحدة منهما γ.



حاولوا أن تبنوا متوازيات أضلاع مِن هذه الزوايا.

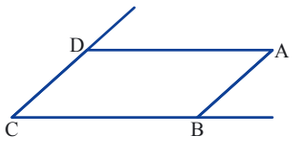
في أيّ حالات نجحتم؟

خمّنوا ما صفة الزوايا المتجاورة في الشكل الرباعيّ التي تعتبر شرطًا كافيًّا للحصول على متوازي أضلاع؟

سنتعلّم كيفيّة تمييز متوازي أضلاع حسب صفات الزوايا.

1. برهنا في الوحدة السابقة النظريّة:

إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع فإنّ مجموع كل زاويتين متجاورتين هو 180°.

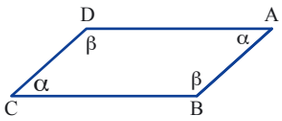


أ. صوغوا نظريّة عكسيّة واكتبوا بكتابة رياضيّة المعطيات والمطلوب برهانه.

ب. برهنوا النظريّة.

2. برهنا في الوحدة السابقة النظريّة:

إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع فإنّ زواياه المتقابلة متساوية بالمقدار.



أ. صوغوا نظريّة عكسيّة واكتبوا بكتابة رياضيّة المعطيات والمطلوب برهانه.

ب. برهنوا النظريّة.

(استعينوا بالإشارة إلى الزوايا المتساوية كما يظهر في الرسمة وكما برهنتم في النظريّة في المهمّة السابقة).

برهنا في الوحدة السابقة النظريّات:

- إذا كان الشكل الرباعيّ **متوازي أضلاع** فإنّ **مجموع مقدار كلّ زاويتين متجاورتين هو 180°.**
- إذا كان الشكل الرباعيّ **متوازي أضلاع** فإنّ **الزوايا المتقابلة بالرأس متساوية بالمقدار.**

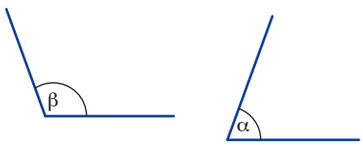
برهنا في المهمّتين 1 وَ 2 النظريتين العكسيّتين التاليتين:

- إذا كان في الشكل الرباعيّ **مجموع مقدار كلّ زاويتين متجاورتين هو 180°** فإنّ الشكل الرباعيّ **متوازي أضلاع.**
- إذا كانت في الشكل الرباعي **الزوايا المتقابلة بالرأس متساوية بالمقدار** فإنّ الشكل الرباعيّ **متوازي أضلاع.**

النظريّتان العكسيّتان صحيحتان. هذا يعني أنّها شروط كافية لتمييز متوازي الأضلاع.

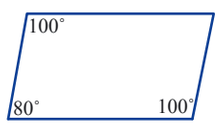
3. ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة" "מתמטיקה משולבת" في قسم "فعّاليّات بواسطة الحاسوب "פעילויות באמצעות מחשב" فعّاليّة "متوازي أضلاع حسب الزاوية " "מקבילית לפי זוויות". نفّذوا الفعّاليّة حسب التعليمات.

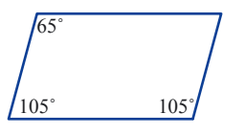
4. معطاة الزاويتان α وَ β.
ابنوا أشكالًا رباعيّة مختلفة بمساعدة α وَ β.
(مقدار الزاويتان في الشكل الرباعي كمقدار الزاوية α،
ومقدار الزاويتان الأخريتان كمقدار الزاوية β).
في أيّ حالات حصلتم على متوازي أضلاع؟
صفوا البناء.



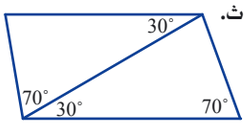
5. هل يوجد هنالك متوازي أضلاع؟ إذا كانت الإجابة نعم فارسموا، إذا كانت الإجابة لا فاشرحوا.

6. حدّدوا، في كلّ بند، هل الشكل الرباعي متوازيّ أضلاع؟ اشرحوا.

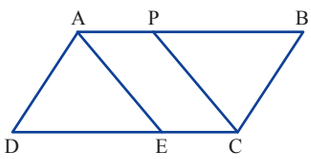
أ.


ب.


ت.

ث.


7. معطى ABCD متوازي أضلاع.
AE ينصّف الزاوية ∡A.
CP ينصّف الزاوية ∡C.
∡DAB = 124°



أ. احسبوا مقدار الزوايا.

ب. بيّنوا أن AECP متوازي أضلاع.

تعريف: نسمّي الشكل الرباعيّ الذي فيه زوجان من الأضلاع المتقابلة المتوازية **"متوازي أضلاع"**.

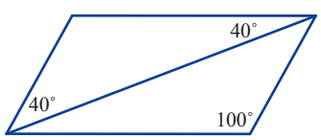
صفات متوازي الأضلاع		شروط كافية لتمييز متوازي الأضلاع
إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع فإنّ **أضلاعه المتقابلة متساوية في الطول.**	عكسيّتان لبعضهما	إذا كانت في الشكل الرباعيّ الأضلاع المتقابلة متساوية في الطول فإنّ **الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع.**
إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع فإنّ **زواياه المتقابلة متساوية بالمقدار.**	عكسيّتان لبعضهما	إذا كانت الزوايا المتقابلة. في الشكل الرباعيّ. متساوية بالمقدار فإنّ **الشكل الرباعي متوازي أضلاع.**
إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع فإنّ **مجموع كلّ زاويتين متجاورتين يساوي 180°**	عكسيّتان لبعضهما	إذا كان مجموع كلّ زاويتين متجاورتين. في الشكل الرباعي. يساوي 180° فإنّ **الشكل الرباعي متوازي أضلاع.**
إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع فإن **أقطاره تنصّف بعضها.**		

مجموعة مهامّ

1. حدّدوا، في كلّ بند، هل يمكن الاستنتاج أنّ الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع؟ اشرحوا.
إذا كانت الإجابة نعم فاذكروا على ماذا اعتمدتم؟
إذا كانت الإجابة لا فعلّلوا أو ارسموا مثالًا مضادًّا.

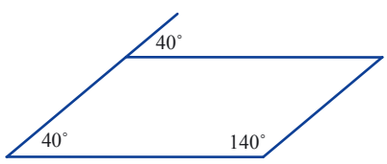
أ.

ب.



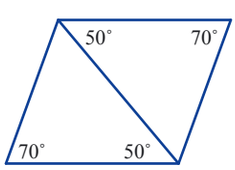
ت.

ث.



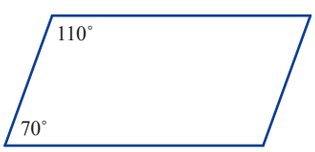
ج.

ح.

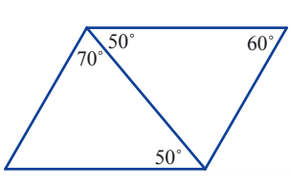


خ.

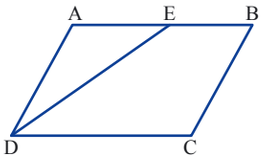
د.



ذ.

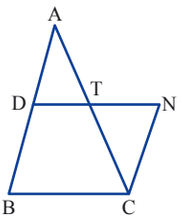


2. معطى معطى الشكل الرباعيّ ABCD. DE ينصّف ∢D.
∢EDC = ∢AED ∢ADE = 40° ∢B = 80°
احسبوا مقدار الزوايا وبيّنوا أنّ الشكل الرباعيّ ABCD متوازي أضلاع.

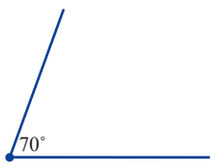


3. هل الشكل الرباعيّ الذي فيه زوج واحد مِنَ الأضلاع المتقابلة المتساوية بالطول وزوج واحد مِنَ الزوايا المتقابلة المتساوية بالمقدار هو متوازي أضلاع؟ اشرحوا.

4. معطى DTCB شبه منحرف متساوي الساقين (DT || BC)
∢TCB = ∢N
المطلوب برهانه DNCB متوازي أضلاع.



5. ارسموا ثلاثة متوازيات أضلاع مقدار إحدى الزوايا فيها 70°.
ما أوجه الشبه والاختلاف بين المتوازيات الثلاثة: مقدار الأضلاع، المحيط والمساحة؟

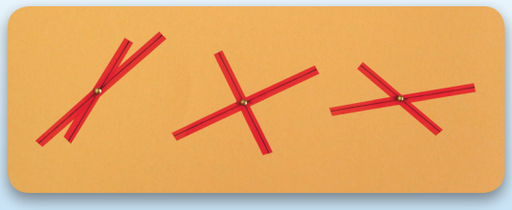


6. ابنوا بمساعدة مسطرة وفرجار ثلاثة متوازيات أضلاع مختلفة، طول أحد الأضلاع 3 سم وطول الضلع المجاور له 5 سم. ما أوجه الشبه والاختلاف بين المتوازيات الثلاثة: مقدار الأضلاع، المحيط والمساحة؟

الدرس الثالث: نميّز متوازي أضلاع حسب صفات الأقطار

نربط بين شريطين بنقطة منتصفيهما؟ نغيّر، في كلّ مرّة، مقدار الزاوية بين الأشرطة.

إذا ربطنا، في كلّ زوج منَ الأشرطة، بين كلّ طرفين منَ الأشرطة للحصول على شكل رباعيّ فإنّنا نحصل على شكل رباعيّ أقطاره تنصف بعضها.



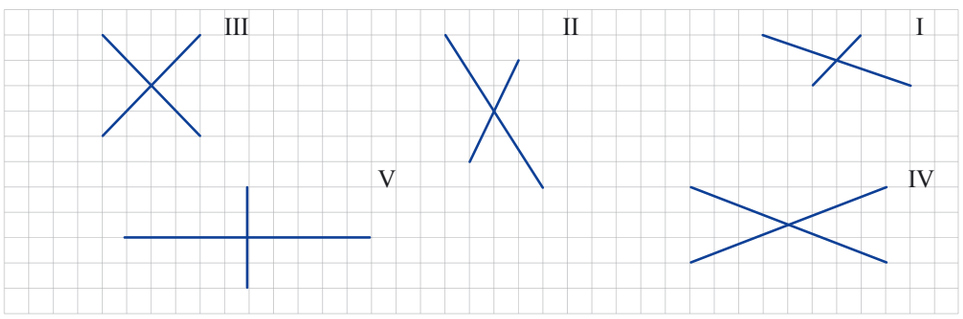
ما الأشكال الرباعيّة التي نتجت؟

نتعلّم كيفية تمييز متوازي أضلاع حسب صفات الأقطار.

1. ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة" "מתמטיקה משולבת" في قسم "فعّاليّات بواسطة الحاسوب "פעילויות באמצעות מחשב" فعّاليّة "الأقطار تنصّف بعضها " "אלכסונים חוצים זה את זה". نفّذوا الفعّاليّة حسب التعليمات.

2. معطى، في كلّ رسمة، أن القطع تتقاطع في نقطة منتصف كلّ واحدة منهما.

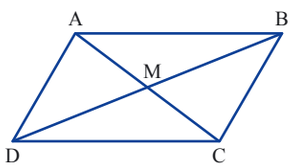
أ. انسخوا على ورقة مقسمة إلى تربيعات، وصلوا بين أطراف القطع بحيث تكون القطع المرسومة أقطار الشكل الرباعيّ.



ب. هل جميع الأشكال الرباعيّة التي رسمتموها متوازيات أضلاع؟

3. أ. أكملوا صياغة فرضيتكم: **إذا** كان الشكل الرباعيّ ....
فإنّ الشكل الرباعيّ هو...

ب. سجّلوا المعطيات والمطلوب برهانه وبرهنوا النظريّة.

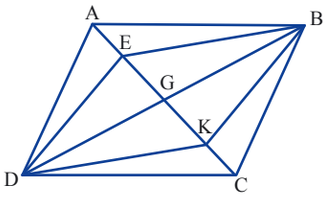


برهنا في الوحدة السابقة: **نظريّة** إذا كان الشكل الرباعيّ **متوازي أضلاع** فإنّ القطرين ينصّفان بعضهما.
برهنا في مهمّة 3 **النظريّة العكسيّة**.
إذا نصّف **القطران بعضهما البعض** في الشكل الرباعيّ فإنّ الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع.
النظريّة العكسيّة صحيحة. هذا يعني أنّ هذا الشرط الأساسيّ يكفي لتمييز متوازي الأضلاع.

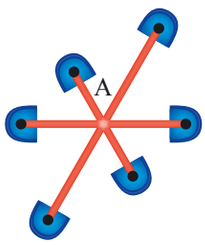
4. معطى ABCD متوازي أضلاع.

$AE = CK$

المطلوب برهانه EBKD متوازي أضلاع.



5. أ. أمامكم رسمة جهاز دوامة (كاروسيل). تمثّل النقاط في الأطراف المقاعد.
الزاوية بين قضيب واحد والقضيب المجاور له $60°$.
ترمز النقطة A إلى منتصف كلّ قضيب.
كم متوازي أضلاع يمكن أن نرسم إذا وصلنا بين النقاط التي تمثّل المقاعد؟



ب. في جهاز دوامة (يشبه الجهاز في بند أ).
مقدار الزاوية بين قضيب واحد والقضيب المجاور له $45°$. كم متوازي أضلاع يمكن أن نرسم من القضبان؟
ت. هل يمكن أن نبني دوامة بحيث تكون الزاوية بين كلّ قضيب والقضيب المجاور $80°$؟ اشرحوا.

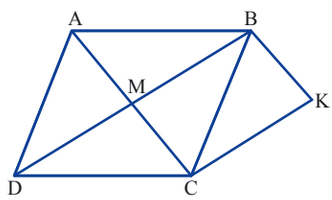
الدوامة (الكاروسيل) هي جهاز ملاهي مكوّن من جزء ثابت، وهو محور الدوامة المثبت في الأرض، ومن جزء متحرك مرتبط بمحور الدوامة ويدور حولها. قد يؤدي الدوران أحيانًا إلى عدم توازن في العضو المسؤول عن الاتزان وإلى دوخة أو غثيان.

6. معطى BMCK متوازي أضلاع.

$AM = BK$

$DM = CK$

المطلوب برهانه ABCD متوازي أضلاع.



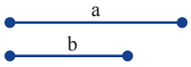
تعريف: نسمّي الشكل الرباعيّ الذي فيه زوجان من الأضلاع المتقابلة المتوازية **"متوازي أضلاع"**.

صفات متوازي الأضلاع		شروط كافية لتمييز متوازي الأضلاع
إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع فإنّ **أضلاعه المتقابلة متساوية في الطول.**	عكسيّتان لبعضهما	إذا كانت في الشكل الرباعيّ الأضلاع المتقابلة متساوية في الطول فإنّ **الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع.**
إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع فإنّ **زواياه المتقابلة متساوية.**	عكسيّتان لبعضهما	إذا كانت الزوايا المتقابلة، في الشكل الرباعيّ، متساوية فإنّ **الشكل الرباعي متوازي أضلاع**
إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع فإنّ **مجموع كل زاويتين متجاورتين يساوي 180°.**	عكسيّتان لبعضهما	إذا كان مجموع كلّ زاويتين متجاورتين، في الشكل الرباعي، يساوي 180° فإنّ **الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع.**
إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع فإنّ **أقطاره تنصّف بعضها.**	عكسيّتان لبعضهما	إذا نَصّف القطران بعضهما في الشكل الرباعيّ فإنّ **الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع.**

مجموعة مهامّ

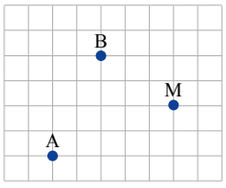
ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة" "מתמטיקה משולבת"، في قسم فعّاليّات محوسبة "פעילויות מחשב"مهامّ بديلة لقسم مِن المهامّ في مجموعة المهامّ. سُجّل تحت المهمّة المشار إليها بـ * اسم المهمّة البديلة في الموقع.

1.* معطى قطعتان a وَ b.



ابنوا بمساعدة مسطرة وفرجار متوازي أضلاع طولا قطريه هما a سم وَ b سم.
اشرحوا كيف رسمتموه؟
كم متوازي أضلاع كهذا يمكن أن نرسم؟ بماذا تتشابه وبماذا تختلف عن بعضها؟
صفوا البناء.
اسم المهمّة البديلة في الموقع: "مِنَ الأقطار إلى متوازي الأضلاع" *"מאלכסונים למקבילית"*.

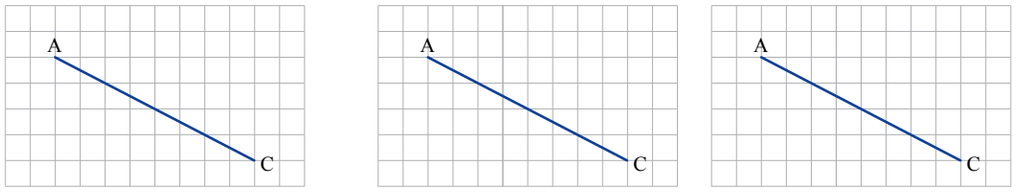
2. النقطتان A وَ B هما رأسان في متوازي الأضلاع، والنقطة M هي نقطة التقاء القطرين.



انسخوا على ورقة مقسمة إلى تربيعات وارسموا متوازي الأضلاع.
كم متوازي أضلاع مختلف يمكن أن نرسم بحيث تكون مناسبة لهذه المعطيات؟ اشرحوا.

3. أ. انسخوا على ورقة مقسّمة إلى تربيعات القطعة AC (كما يظهر في الرسمة).

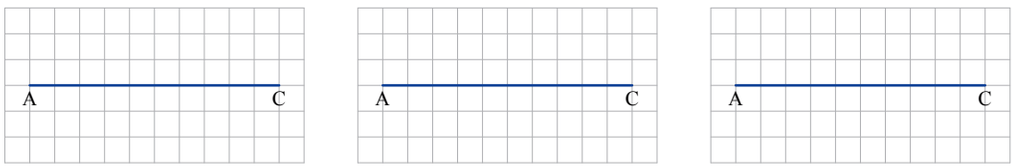
ارسموا ثلاثة متوازيات أضلاع مختلفة بحيث يكون AC قُطرًا في كلّ واحد منها. اشرحوا كيف رسمتم؟



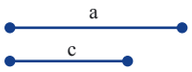
ب. انسخوا على ورقة مقسمة إلى تربيعات القطعة AC.

ارسموا، بمساعدة مسطرة، ثلاثة متوازيات أضلاع مختلفة بحيث يكون AC قُطرًا في كلّ واحد منها، وطول القطر الثاني هو 3 سم.

صفوا كيف رسمتم؟ كم شكلًا رباعيًّا كهذا يمكن أن نرسم؟



4. معطاة القطعتان a وَ c.



ابنوا، بمساعدة مسطرة، متوازي أضلاع طول أحد أقطاره c وطول أحد أضلاعه a.

كم متوازي أضلاع كهذا يمكن أن نرسم؟ بماذا تتشابه وبماذا تختلف عن بعضها؟

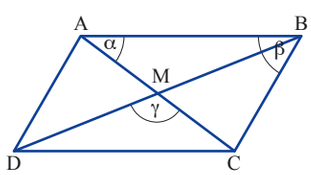
5. أ. ارسموا شكلًا رباعيًّا ليس متوازي أضلاع طولا قُطريه 4 سم وَ 5 سم.

ب. ارسموا متوازي أضلاع طولا قُطريه 4 سم وَ 5 سم.

6. معطى ABCD متوازي أضلاع.

$\alpha = 40^\circ \quad \beta = 50^\circ \quad \gamma = 120^\circ$

احسبوا مقدار $\sphericalangle ADB$, $\sphericalangle BCD$ وبيّنوا الطريقة الحسابيّة.

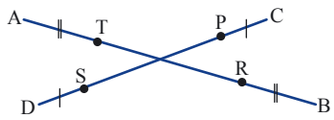


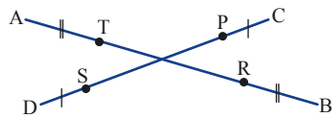
7. معطى AB وَ CD ينصّفان أحدهما الآخر.

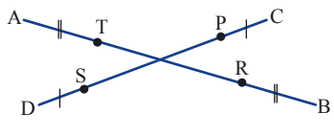
$CP = DS$

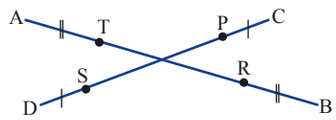
$AT = BR$

ارسموا أربعة متوازيات أضلاع مختلفة رؤوسها في النقاط المشار إليها.









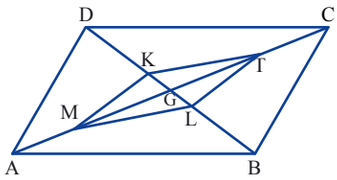
كم متوازي أضلاع مختلف يمكن أن نرسم؟ اشرحوا.

ارسموا متوازيات الأضلاع.

8. معطى ABCD متوازي أضلاع.

$AM = CT \quad DK = BL$

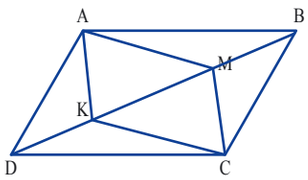
المطلوب برهانه الشكل الرباعي MKTL متوازي أضلاع.



9. معطى ABCD متوازي أضلاع.

M وَ K نقطتان على القطر BD بحيث أن $BM = DK$.

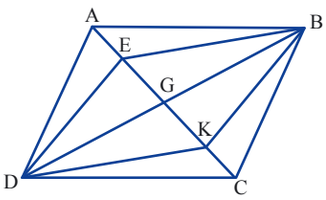
المطلوب برهانه AMCK متوازي أضلاع.



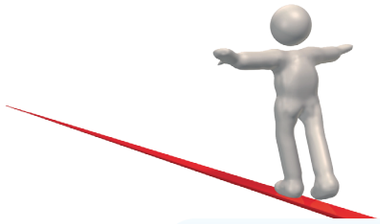
10. معطى ABCD متوازي أضلاع.

$\measuredangle KDG = \measuredangle EBG$

المطلوب برهانه EBFD متوازي أضلاع.



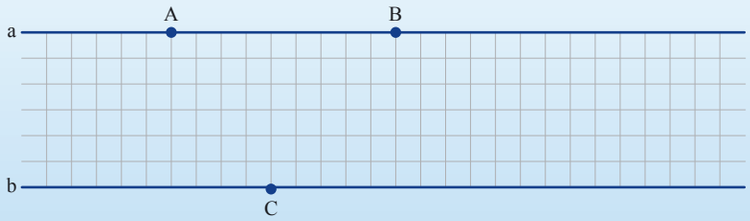
11. معطى متوازي أضلاع ABCD. الضلع AB ضعفي الضلع AD. M نقطة تقاطع قُطري متوازي الأضلاع.
محيط المثلّث ΔDCM 15 سم. محيط المثلّث ΔADM 12 سم.
احسبوا مجموع طولي القطرين.



الدرس الرابع: نميّز متوازي أضلاع حسب زوج واحد مِنَ الأضلاع المتقابلة

زوج أضلاع متقابلة متوازية ومتساوية بالطول

- كيف ترسمون متوازي أضلاع بحيث تكون رؤوسه A, B وَ C والرأس الرابع يقع على المستقيم b الموازي لـ a؟
- كم متوازي أضلاع كهذا يمكن أن نرسم؟



نتعرّف على شرط إضافيّ لتمييز متوازيات أضلاع.

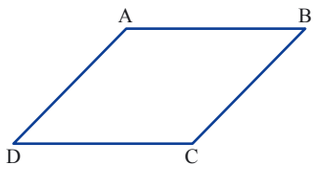
1. ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة" "מתמטיקה משולבת" في قسم "فعّاليّات بواسطة الحاسوب "פעילויות באמצעות מחשב" فعّاليّة "شرط إضافيّ يكفي" "עוד תנאי מספיק". نفّذوا الفعّاليّة حسب التعليمات.

2. ابنوا، بمساعدة مسطرة وفرجار، شكلًا رباعيًّا فيه زوج مِنَ الأضلاع المتقابلة المتساوية بالطول ومتوازية.
ما الشكل الرباعيّ الذي حصلتم عليه؟ صفوا البناء.

3. رأينا في المهمّتين 1 وَ 2 من خلال الأمثلة أنه إذا كان في الشكل الرباعيّ زوج من الأضلاع المتقابلة المتساوية بالطول ومتوازية فإن الشكل الرباعيّ **متوازي أضلاع**. نبرهن أنّ هذا الأدعاء صحيح دائمًا.

أ. اكتبوا المعطيات والمطلوب برهانه بكتابة رياضيّة.

ب. برهنوا النظريّة.



نظريّة إذا كان في الشكل الرباعيّ زوج مِنَ **الأضلاع المتوازية والمتساوية بالطول** أيضًا فإنّ الشكل الرباعيّ **متوازي أضلاع**.

نفكّر بـ ...

4. أ. ارسموا شكلًا رباعيًّا فيه زوج مِنَ الأضلاع المتوازية وزوج مِنَ الأضلاع المتجاورة المتساوية في الطول وهو **ليس** متوازي أضلاع.

ب. ارسموا شكلًا رباعيًّا فيه زوج من الأضلاع المتوازية وزوج مِنَ الأضلاع المتقابلة المتساوية في الطول وهو **ليس** متوازي أضلاع.

ت. اشرحوا لماذا المثالان في البندين أ وَ ب لا يتناقضان مع النظريّة المسجلة في الإطار؟

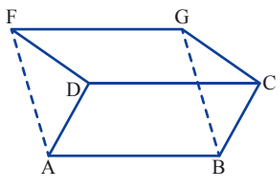
5. افحصوا هل الشروط كافية للحصول على متوازي أضلاع؟
إذا كانت الشروط كافية فبرهنوا. إذا كانت غير كافية فارسموا مثالًا مضادًّا.

أ. يوجد في الشكل الرباعي زوج مِنَ الأضلاع المتوازية وزوج مِنَ الزوايا المتقابلة المتساوية بالمقدار.

ب. ينصّف أحد القطرين الزاويتين في الشكل الرباعيّ.

ت. ينصّف أحد القطرين القطر الآخر في الشكل الرباعي وفيه زوج مِنَ الأضلاع المتوازية.

6. معطى ABCD متوازي أضلاع.
DCEF متوازي أضلاع.
المطلوب برهانه ABEF متوازي أضلاع.



تعريف: نسمّي الشكل الرباعيّ الذي فيه زوجان من الأضلاع المتقابلة المتوازية **"متوازي أضلاع"**.

صفات متوازي الأضلاع

إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع فإنّ **أضلاعه المتقابلة متساوية في الطول.**

إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع فإنّ **زواياه المتقابلة متساوية.**

إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع فإنّ **مجموع كلّ زاويتين متجاورتين يساوي 180°.**

إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع فإنّ **أقطاره تنصّف بعضها.**

شروط كافية لتمييز متوازي الأضلاع

عكسيّتان لبعضهما

إذا كانت في الشكل الرباعيّ الأضلاع المتقابلة متساوية في الطول فإنّ **الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع.**

عكسيّتان لبعضهما

إذا كانت الزوايا المتقابلة في الشكل الرباعيّ متساوية فإنّ **الشكل الرباعي متوازي أضلاع**

عكسيّتان لبعضهما

إذا كان مجموع كلّ زاويتين متجاورتين في الشكل الرباعي يساوي 180° فإنّ **الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع.**

عكسيّتان لبعضهما

إذا نَصّف قطران بعضهما في الشكل الرباعيّ فإنّ **الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع.**

إذا كان في الشكل الرباعيّ زوج من الأضلاع المتوازية والمتساوية في الطول أيضًا فإنّ **الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع.**

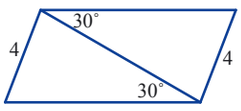
مجموعة مهامّ

أُعِدّت الرسومات في المهام التالية للتوضيح وقياسات الطول معطاة بالسم.

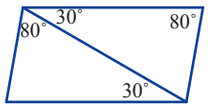
1. ارسموا، على ورقة مقسمة إلى تربيعات، القطعة AB التي طولها 3 سم.
ارسموا القطعة CD بحيث يكون طولها 3 سم وهي موازية للقطعة AB.
صلوا بين الرؤوس وابنوا شكلًا رباعيًّا. ما اسم الشكل الرباعي الناتج؟ اشرحوا.

2. أشرنا، في كلّ شكل رباعيّ إلى المعطيات. حدّدوا هل يمكن الاستنتاج أنّ الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع؟
إذا كانت الإجابة نعم فاشرحوا على أي نظريّة اعتمدتم، إذا كانت الإجابة لا فاشرحوا لماذا لا يمكن استنتاج ذلك؟

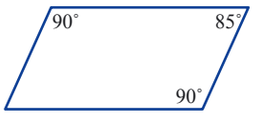
أ.



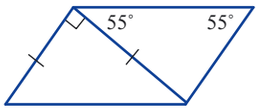
ب.



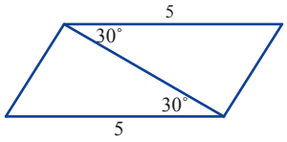
ت.



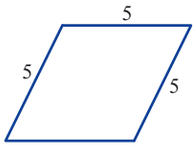
ث.



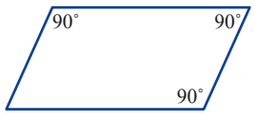
ج.



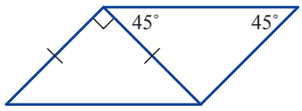
ح.



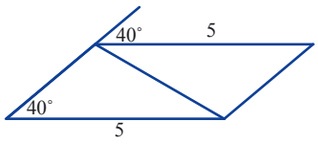
خ.



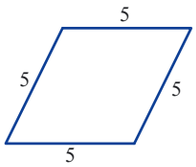
د.



ذ.

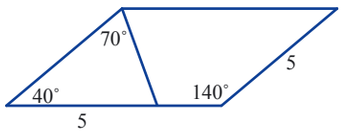


ر.



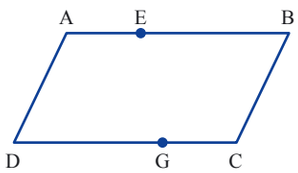
ز.

س.



3. الشكل الرباعي ABCD هو متوازي أضلاع.

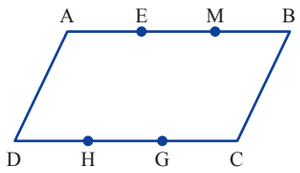
$$AE = \frac{1}{3}AB \qquad CG = \frac{1}{3}CD$$



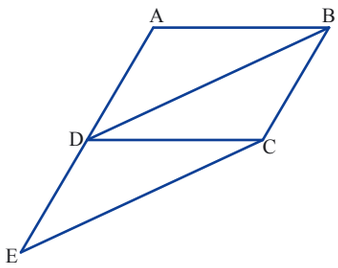
أ. هل الشكل الرباعي AECG متوازي أضلاع؟ اشرحوا.

ب. هل نستطيع أن نرسم متوازي أضلاع إضافيّ رؤوسه في النقاط المشار إليها؟ ما هي رؤوسه؟

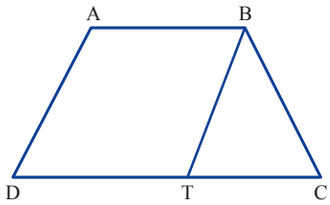
4. الشكل الرباعيّ ABCD هو متوازي أضلاع.
تُقسّم النقطتان E وَ M الضلع AB إلى ثلاثة أقسام متساوية.
تُقسّم النقطتان G وَ H الضلع CD إلى ثلاثة أقسام متساوية.
كم متوازي أضلاع يمكن أن نرسم بحيث تكون رؤوسها في النقاط المشار إليها؟



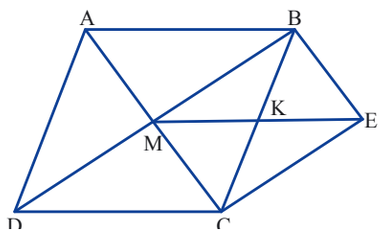
5. معطى ABCD متوازي أضلاع.
النقطة E هي منتصف امتداد القطعة AD.
$AD = DE$
المطلوب برهانه $EC \parallel DB$



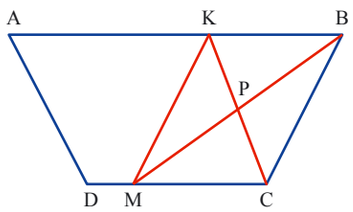
6. معطى ABCD شبه منحرف متساوي الساقين $(AB \parallel DC)$.
$BT = BC$
المطلوب برهانه $AB = DT$



7. معطى ABCD متوازي أضلاع.
$\measuredangle ECB = \measuredangle ADB$.
$EC = BM$
المطلوب برهانه $CK = \frac{1}{2} AD$



8. معطى ABCD شبه منحرف.
$BC \parallel MK$
المطلوب برهانه $KP = PC$



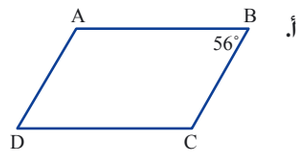
الدرس الخامس: مهامّ إضافيّة

تعرّفنا في الوحدتين الأخيرتين على تعريف متوازي الأضلاع، تعلّمنا عن صفات متوازي الأضلاع وتعلّمنا عن كيفيّة تمييز متوازي الأضلاع حسب شروط كافية.

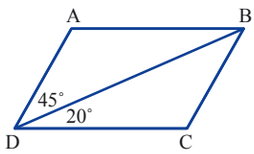
نتمرّن في هذا الدرس على مهامّ مختلفة عن متوازي الأضلاع.

1. معطى، في كلّ بند، متوازي أضلاع. احسبوا مقدار زوايا متوازي الأضلاع.

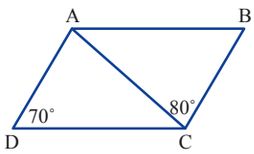
أ.



ب.



ت.

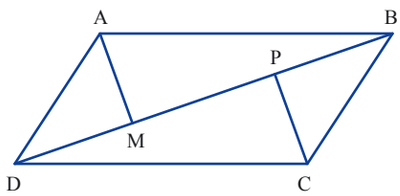


2. معطى ABCD متوازي أضلاع.

$AM \perp DB$

$CP \perp DB$

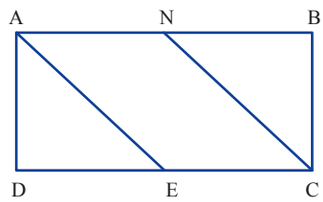
المطلوب برهانه AMCP متوازي أضلاع.



3. معطى ABCD مستطيل، $AB = 5$ سم, $BC = 3$ سم

القطعة CN تنصّف الزاوية C∢.

القطعة AE تنصّف الزاوية A∢.



أ. احسبوا مقدار الزاوية BCN∢.

ب. احسبوا مقدار الزاوية BNC∢.

ت. احسبوا مقدار زوايا الشكل الرباعيّ ANCE.

ما هو الشكل الرباعيّ الناتج؟

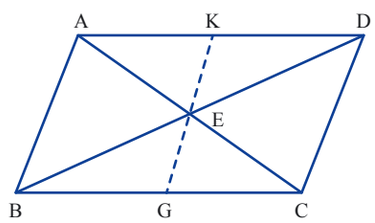
ث. احسبوا مساحة الشكل الرباعيّ ANCE.

4. معطى ABCD متوازي أضلاع.

E نقطة التقاء الأقطار.

تقع النقطتان K وَ G على الضلعين AD وَ BC بالتناظر،

تمرّ القطعة KG عبر النقطة E.



أمامكم ادّعاءات، أيّ منها لا نستطيع أن نبرهنها بناءً على المعطيات؟ علّلوا.

أ. $GE = EK$

ب. $GC = AK$

ت. $KD = BG$

ث. EG ينصّف الزاوية BEC∢.

ج. AC ينصّف الزاوية BCD∢.

مجموعة مهامّ

أُعِدّت الرسومات في المهامّ التالية للتوضيح وقياسات الطول معطاة بالسم.

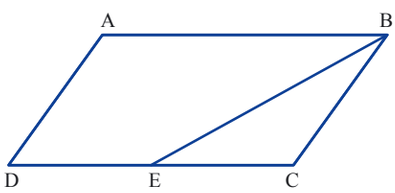
1. معطى ABCD متوازي أضلاع.

BE ينصّف الزاوية ∡B.

DC = 13 سم

AD = 7 سم

∡BEC = 25°



أ. احسبوا طول EC وطول DE.

ب. احسبوا مقدار زوايا متوازي الأضلاع.

2. هل يمكن الاستنتاج، مِنَ المعطيات، أيّ أشكال رباعيّة هي متوازيات أضلاع؟
إذا كانت الإجابة نعم فاذكروا النظريّة التي اعتمدتم عليها. إذا كانت الإجابة لا فعلّلوا أو ارسموا مثالًا مضادًّا.

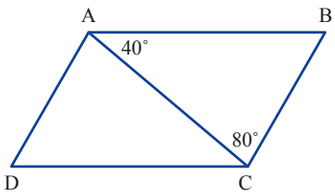
أ. شكل رباعيّ جميع أضلاعه متساوية بالطول.

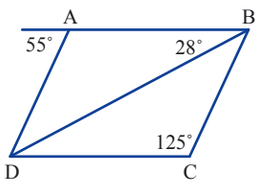
ب. شكل رباعيّ فيه ثلاثة أضلاع متساوية بالطول.

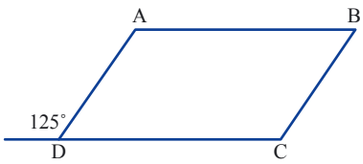
ت. شكل رباعيّ فيه ثلاث زوايا متساوية بالمقدار.

ث. شكل رباعيّ جميع زواياه متساوية بالمقدار.

3. حدّدوا، في كلّ بند، بناءً على معطيات الرسمة هل يمكن الاستنتاج أنّ الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع؟

أ.


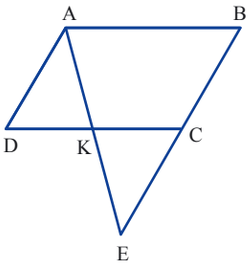
ب.


ت.


4. معطى ABCD متوازي أضلاع

K منتصف DC

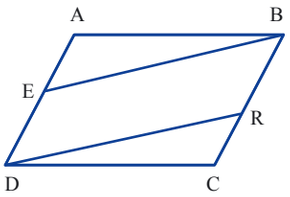
المطلوب برهانه BC =CE



5. معطى ABCD متوازي أضلاع.

$BE \parallel DR$

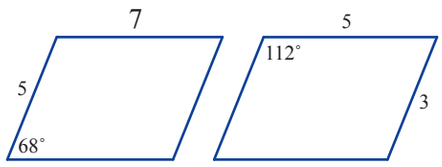
المطلوب برهانه $\measuredangle DEB = \measuredangle BRD$



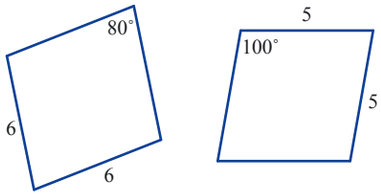
6. جميع الأشكال الرباعيّة المرسومة هي متوازيات أضلاع.

حدّدوا، في كلّ بند، حسب المعطيات هل متوازيات الأضلاع متشابهة؟

أ.

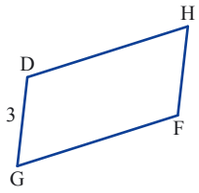


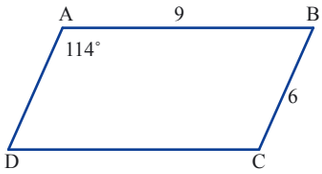
ب.



7. يتشابه متوازي الأضلاع ABCD مع متوازي الأضلاع DHFG.

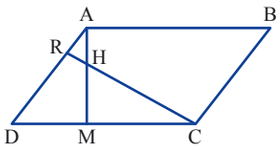
أ. جدوا مقدار الزوايا، واحسبوا طول الضلع DH في متوازي الأضلاع DHFG.





ب. جدوا إمكانيّة إضافيّة لطول الضلع DH واشرحوا.

8. معطى AM وَ CR ارتفاعان لضلعان متجاوران في متوازي الأضلاع.



أ. المطلوب برهانه $\Delta AMD \sim \Delta CRD$

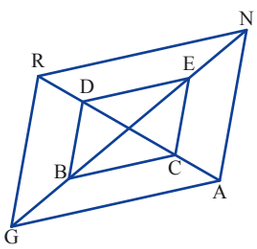
ب. المطلوب برهانه $\Delta AHR \sim \Delta CHM$

9. معطى DECB متوازي أضلاع.

رُسمت القطعتان $RD = AC$ على امتداد القطر DC.

رُسمت القطعتان $EN = BG$ على امتداد القطر BE.

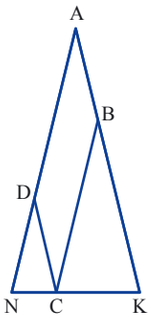
المطلوب برهانه RNAG متوازي أضلاع



10. معطى ABCD متوازي أضلاع.
ΔANK متساوي الساقين $(AN = AK)$

أ. ما نوع المثلّث ΔBCK؟ اشرحوا.

ب. المطلوب برهانه $BC + DC = AK$

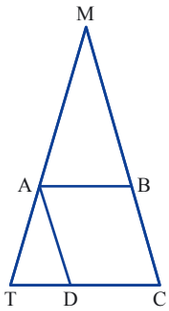


11. معطى ΔMTCمتساوي الساقين $(MT = MC)$
ΔMAB متساوي الساقين $(MA = MB)$
ΔATD متساوي الساقين $(AT = AD)$

المطلوب برهانه

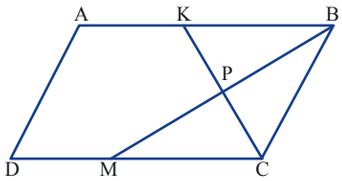
أ. ABCD متوازي أضلاع.

ب. ΔMAB وَ ΔATD متشابهان.



12. معطى ABCD متوازي أضلاع.
BM ينصّف الزاوية $\measuredangle B$
CK ينصّف الزاوية $\measuredangle C$

المطلوب برهانه $KBCM$ متوازي أضلاع.
$BC = CM$



13. قُسّمت الدائرة إلى 12 قوسًا متساويًا. ارسموا أشكالًا رباعيّة مختلفة بحيث تكون أضلاعها المتقابلة متساوية ورؤوسها تقع على النقاط المشار إليها على محيط الدائرة.

أ. جميع الأشكال التي رسمتموها هي متوازيات أضلاع. علّلوا.

ب. هل يمكن أن نرسم متوازي أضلاع يحقّق الشروط المطلوبة وله زاوية حادة؟
إذا كانت الإجابة نعم فارسموا.
إذا كانت الإجابة لا فبرهنوا.