الوحدة التاسعة والعشرون: المستطيل

الدرس الأول: ما هو المستطيل؟

أمامكم صور شبابيك في برج عزريئلي في تل أبيب.

- لماذا، حسب رأيكم، معظم أشكال الشبابيك في البنايات هي مستطيلة الشكل؟
- جدوا في بيئتكم المحيطة، أو في الإنترنت شبابيك ليست مستطيلة الشكل. أيّ أشكال وجدتم؟

نعرّف المستطيل، ونبحث صفاته.

في قديم الزمن، كانت الشبابيك "مجرد" فتحات في الجدران. غُطيت هذه الفتحات، فيما بعد، بجلد حيوانات، بقماش أو بالخشب، أمّا في الصين واليابان فقد غُطّيت بالورق.
استعمل الرومانيّون، قبل حوالي 2000 سنة، الزجاج لتغطية فتحات الشبابيك، لكن توسّع استعماله وتطوّر قبل 400 سنة تقريبًا.

تعريف: نسمّي الشكل الرباعيّ الّذي فيه أربع زوايا قائمة **مستطيل**.

أضلاع وزوايا في المستطيل

1. هل الأضلاع المتقابلة، في المستطيل، متوازية؟ اشرحوا.

2. ارسموا زاوية قائمة، وأكملوها إلى متوازيات أضلاع مختلفة. على ماذا حصلتم؟
هل يمكن أن نُكمل إلى متوازي أضلاع ليس مستطيلًا؟

3. معطى، في كلّ بند، مقدار زاوية واحدة في متوازي الأضلاع. أكملوا مقادير الزوايا الأخرى.
أ. $50°$ ب. $72°$ ت. $90°$ ث. $100°$
هل متوازي الأضلاع الّذي فيه زاوية قائمة واحدة يجب أن يكون مستطيلًا؟ علّلوا.

4. نظريّة إذا كان الشكل الرباعيّ مستطيلًا، فإنّه متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة.
أ. سجّلوا المعطى والمطلوب برهانه.
ب. برهنوا.

برهنا في المهمّة 4:

نظريّة إذا كان الشكل الرباعيّ مستطيلًا، فإنّه متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة.

5. أمامكم ست صفات للأشكال الرباعيّة.

(1) الأضلاع المتقابلة متوازية.
(2) الأضلاع المتقابلة متساوية.
(3) الأضلاع المتجاورة متساوية.
(4) كلّ زوج من الزوايا المتقابلة متساوية.
(5) مجموع كلّ زوج من الزوايا المتجاورة هو 180°.
(6) أربع زوايا قائمة.

أ. أيّ صفات تتحقّق في جميع المستطيلات؟

ب. أيّ صفات تتحقّق في جميع متوازيات الأضلاع؟

6. أ. تطرّقوا إلى الصفات التي وردت في مهمّة 5.

سجّلوا هل هنالك صفة لجميع المستطيلات ليست صفة لجميع متوازيات الأضلاع؟

ب. اختاروا الرسم التخطيطيّ المناسب. اشرحوا.

I

II

أقطار في المستطيل

7. قال **نعيم**: المستطيل هو متوازي أضلاع. تتحقّق جميع صفات متوازي الأضلاع في المستطيل.

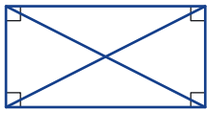
أ. هل قول **نعيم** صحيح؟ اشرحوا أو أعطوا مثالًا.

ب. أيّ صفات لأقطار متوازي الأضلاع تتحقّق في المستطيل؟

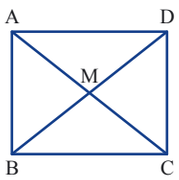
ت. أيّ صفة إضافيّة لأقطار المستطيل ليست صفة لأقطار متوازي الأضلاع؟ برهنوا.

المستطيل هو متوازي أضلاع. تتحقّق جميع صفات متوازي الأضلاع في المستطيل.
تتحقّق في المستطيل صفات إضافيّة ليست من صفات متوازي الأضلاع:

- جميع الزوايا في المستطيل قائمة.
- أقطار المستطيل متساوية.



8. أمامكم رسمة مستطيل وقطرين.
جدوا مثلّثات متساوية الساقين في الرسمة. كم مثلّثًا كهذا يوجد في الرسمة؟
هل هنالك مثلّثات متطابقة من بين المثلّثات الّتي سجّلتموها؟
إذا كانت الإجابة نعم، فبرهنوا. وإذا كانت الإجابة لا، فاشرحوا.



تعريف: نسمّي الشكل الرباعيّ الّذي فيه زوايا قائمة **"مستطيل"**

صفات المستطيل

جميع صفات متوازي الأضلاع

إذا كان الشكل الرباعيّ مستطيلًا،
فإن أقطاره متساوية في الطول.

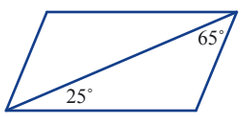
شروط كافية لتمييز المستطيل

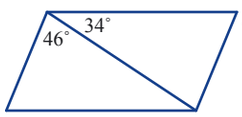
سنتعلّم فيما بعد في درس 3.

مجموعة مهامّ

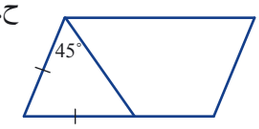
1. حدّدوا حسب المعطيات، أيّ متوازيات أضلاع هي مستطيلات؟ اشرحوا.

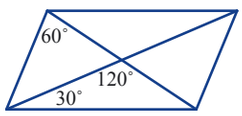
أ.

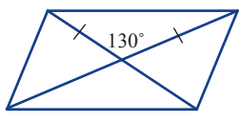
ب. 

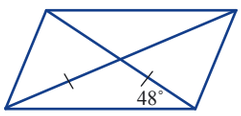
ت. 

ث.

ج. 

ح. 

خ. 

د. 

2. حدّدوا، في كلّ بند، هل الشكل الرباعيّ هو مستطيل؟ إذا كانت الإجابة نعم، فاشرحوا. إذا كانت الإجابة لا، فارسموا مثالًا مضادًّا.

أ. الشكل الرباعيّ فيه زاوية قائمة واحدة.
ب. الشكل الرباعيّ فيه زاويتان قائمتان.
ت. الشكل الرباعيّ فيه ثلاث زوايا قائمة.
ث. الشكل الرباعيّ فيه أربع زوايا قائمة.
ج. الشكل الرباعيّ فيه ثلاث زوايا متساوية في المقدار.
ح. الشكل الرباعيّ فيه أربع زوايا متساوية في المقدار.

3. حدّدوا، في كلّ بند، هل متوازي الأضلاع هو مستطيل؟

إذا كانت الإجابة نعم، فاشرحوا. إذا كانت الإجابة لا، فارسموا مثالًا مضادًّا.

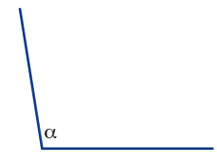
أ. متوازي الأضلاع فيه زاويتان متساويتان.

ب. متوازي الأضلاع فيه ثلاث زوايا متساوية.

ت. متوازي الأضلاع فيه أربع زوايا متساوية.

ث. متوازي الأضلاع فيه زاوية قائمة واحدة.

4. معطاة الزاوية α.



أ. ابنوا شكلاً رباعيًّا فيه مقدار كلّ زاوية، من ثلاث زواياه، هو α.

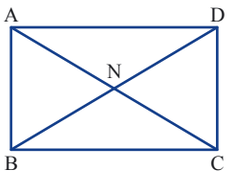
ب. ابنوا شكلًا رباعيًّافيه مقدار كلّ زاوية، من ثلاث زواياه، هو 90° .

على ماذا حصلتم؟

5. معطى ABCD مستطيل.

BN = 6.5 سم

DC = 5 سم



أ. جدوا قطعًا إضافيّة طول كلّ واحدة منها يساوي طول القطعة BN.

اشرحوا.

ب. احسبوا طول BC (استعينوا بنظريّة فيثاغوروس).

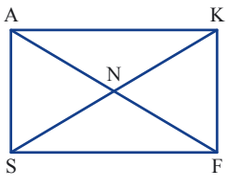
ت. احسبوا مساحة المستطيل.

ث. جدوا مثلّثين متساويين في المساحة وغير متطابقين.

6. معطى AKFS مستطيل.

SN = 7.5 سم

النسبة بين طول قطر المستطيل وطول الضلع القصير هي 5:3.



أ. احسبوا أطوال أضلاع المستطيل.

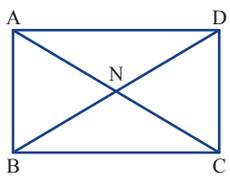
ب. احسبوا مساحة المستطيل.

ت. جدوا مثلّثين متساويين في المساحة وغير متطابقين.

7. معطى ABCD مستطيل.

BN = 5 سم

النسبة بين أطوال أضلاع المستطيل هي 4:3.



أ. جدوا أطوال أضلاع المستطيل.

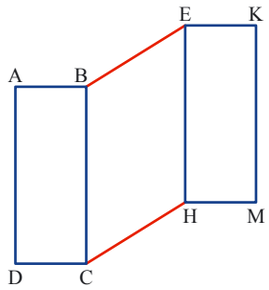
ب. احسبوا محيط المستطيل.

ت. جدوا مثلّثين متساويين في المساحة وغير متطابقين.

8. معطى EKMH وَ ABCD هما مستطيلان متطابقان.

BC || EH

ما هو نوع الشكل الرباعيّ BEHC؟ **برهنوا**.



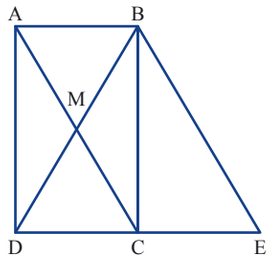
9. معطى ABCD مستطيل.

ABEC متوازي أضلاع.

أ. **برهنوا:** DC = CE

ب. ما هو نوع المثلّث DBE ؟ **برهنوا**.

ت. هل المثلّثان ΔDBE وَ ΔDMC متشابهان؟ اشرحوا.



10. معطى ABCD مستطيل.

BR = HD

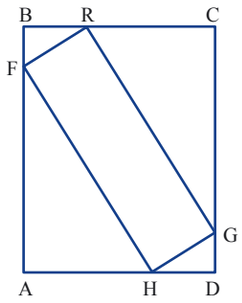
GD = BF

ΔBFR ~ ΔCRG

برهنوا:

أ. ما هو نوع الشكل الرباعيّ RFHG؟

ب. ما هو نوع الشكل الرباعيّ RFHG إذا كان معطى أنّ ΔBFR ~ ΔCRG؟



11. معطى ΔABC قائم الزاوية ومتساوي الساقين ∢B = 90°.

BKED مستطيل

AB = 17 سم

أ. احسبوا محيط المستطيل BKED.

ب. ما هو محيط المستطيل إذا كان AB = 12 سم؟

ت. معطى ΔABC قائم الزاوية.

∢B = 90°

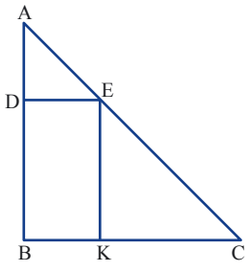
BKED مستطيل

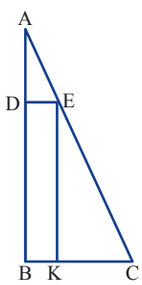
AB = 10 سم

BC = 5 سم

BK = 2 سم

احسبوا محيط المستطيل BKED.



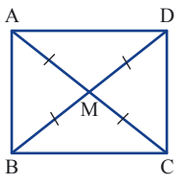


الدرس الثاني: صفات المستطيل

لدى السيدة سماح قطعة أرض من العشب الأخضر، شكلها مستطيل وقياساتها 8 م x 6 م. أرادت أن تضع المرشّ في مكان معيّن كي تسقي العشب الأخضر، بحيث يكون تبذير الماء في الحدّ الأدنى.
يستطيع المرش أن يرشّ الماء على شكل دائرة كاملة، أو قسم منها.
أين من الأفضل أن تضع السيدة سماح المرشّ؟*

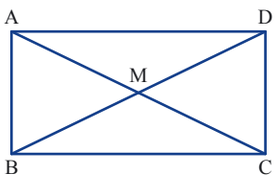
نتعرّف على صفات إضافيّة للمستطيل.

رأينا في البند السابق أنّ:



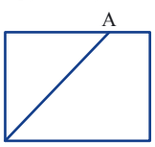
- أقطار المستطيل تنصّف بعضها (لأنّ كلّ مستطيل هو متوازي أضلاع).
- أقطار المستطيل متساوية في الطول؛ لذا أنصاف الأقطار متساوية في الطول.
- أقطار المستطيل تنصّفه إلى أربعة مثلّثات متساوية الساقين.
- أقطار المستطيل تنصّفه إلى زوجين من المثلّثات المتطابقة.

1. معطى ABCD مستطيل.
$\measuredangle ABD = 35°$
احسبوا مقدار جميع الزوايا في الرسمة.



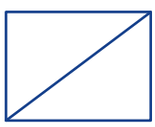
2. طلبت المعلمة من التلاميذ أن يرسموا منصف إحدى زوايا المستطيل.

رسمت **رائدة** كالتالي: (A على الضلع الطويل)



رسمت **نعيمة** كالتالي: (B على الضلع القصير)

رسم **يوسف** كالتالي:



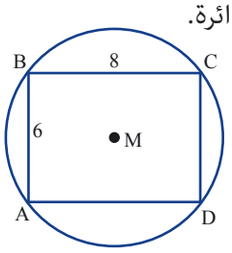
أ. هل هنالك مستطيل مناسبة له رسمت **رائدة**؟ اشرحوا.
ب. هل هنالك مستطيل مناسبة له رسمت **نعيمة**؟ اشرحوا.
ت. هل هنالك مستطيل مناسبة له رسمت **يوسف**؟ اشرحوا.
ث. هل تنصّف أقطار المستطيل زوايا المستطيل؟ اشرحوا.

3. نتطرّق إلى المعطيات الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة. نضع المرشّ في أماكن مختلفة (انظروا البنود أ، ب، ت).
احسبوا، في كلّ بند، المساحة الّتي يوجد فيها تبذير للماء، وحدّدوا في أيّ مكان يكون التبذير الأدنى للماء؟

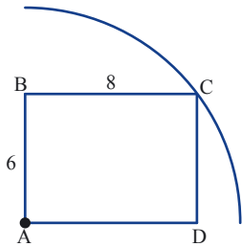
للتذكير: مساحة الدائرة $= \pi R^2$

معطى المستطيل ABCD.

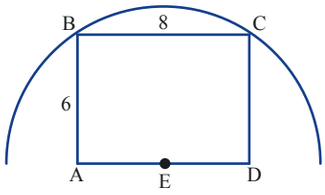
أ. نضع المرشّ في النقطة M، وهي نقطة التقاء أقطار المستطيل الّذي تقع رؤوسه على الدائرة.
يرشّ المرشّ دائرة كاملة نصف قُطرها MC.



ب. نضع المرشّ في الرأس A.
يرشّ المرشّ رُبع دائرة نصف قُطرها AC.



ت. نضع المرشّ في منتصف الضلع الطويل للمستطيل.
يرش المرش نِصف دائرة نِصف قُطرها EC.

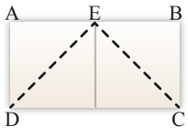


مجموعة مهامّ

1. كلّ مستطيل هو متوازي أضلاع؛ لذا نجد فيه جميع صفات متوازي الأضلاع.
أ. سجّلوا ثلاث صفات، على الأقلّ، "ورثها" المستطيل من متوازي الأضلاع.
ب. سجّلوا صفتين إضافيّتين للمستطيل غير موجودتين في متوازي الأضلاع.

2. هل الأشكال الرباعيّة التالية مستطيلات؟
إذا كانت الإجابة نعم، فبرهنوا. وإذا كانت الإجابة لا، فارسموا مثالًا مضادًّا.
أ. شكل رباعيّ فيه زوج من الأضلاع المتساوية في الطول، زوج من الأضلاع المتوازية وزاوية قائمة.
ب. شكل رباعي فيه زوج واحد من الأضلاع المتقابلة، المتوازية والمتساوية في الطول، وزاوية قائمة واحدة.
ت. شكل رباعيّ فيه ثلاثة أضلاع متساوية في الطول وزاوية قائمة.

3. حجر الدومينو هو مستطيل مبنيّ من مربّعين.



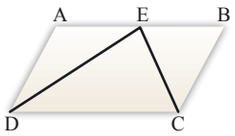
أ. ما هي النسبة بين أطوال أضلاع المستطيل.

ب. ارسموا المثلّث DEC.

ما هو نوع المثلّث الناتج؟ برهنوا.

ت. هل تتغيّر إجاباتكم عن بند ب إذا كان الشكل الرباعي ABCD متوازي أضلاع؟

(AE = EB = BC = AD)

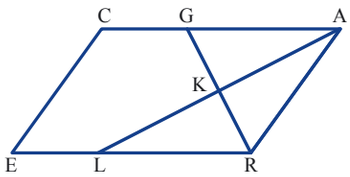


4. معطى ACER متوازي أضلاع.

$\measuredangle E = 70^\circ$

AL ينصّف الزاوية $\measuredangle CAR$

RG ينصّف الزاوية $\measuredangle ARE$



أ. احسبوا مقدار زوايا متوازي الأضلاع.

ب. ما هو مقدار الزاوية $\measuredangle AKR$ بين منصفيْ الزوايا؟ اشرحوا.

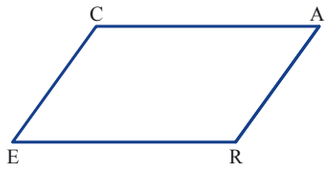
5. معطى ACER متوازي أضلاع.

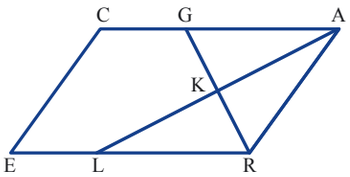
$\measuredangle A = \alpha$

AL ينصّف الزاوية $\measuredangle CAR$

RG ينصّف الزاوية $\measuredangle ARE$

K نقطة تقاطع منصفي الزوايا.





أ. عبروا عن مقدار زوايا متوازي الأضلاع بواسطة α.

ب. ما هو نوع المثلّث AKR؟

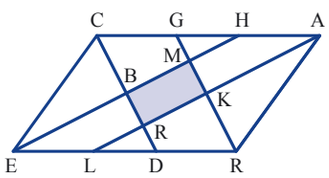
6. معطى ACER متوازي أضلاع

AL ينصّف الزاوية $\measuredangle CAR$

RG ينصّف الزاوية $\measuredangle ARE$

CD ينصّف الزاوية $\measuredangle ECA$

EH ينصّف الزاوية $\measuredangle CER$

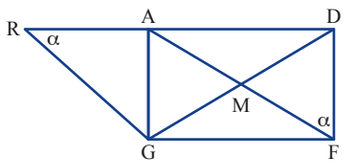


ما هو الشكل الرباعيّ الناتج بين أربعة منصّفات زوايا متوازي الأضلاع (الشكل الرباعيّ الملوّن)؟ برهنوا.

7. معطى ADFG مستطيل.

AR امتداد AD

$\measuredangle DFM = \measuredangle ARG = \alpha$



أ. عبّروا عن مقدار الزوايا في الرسمة بواسطة α.

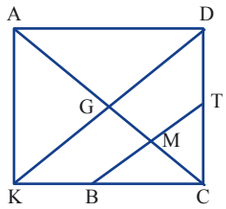
ب. جدوا، في الرسمة، أزواجًا من المثلّثات المتشابهة. اشرحوا.

ت. هل الزاوية $\measuredangle RGD$ أصغر من°90، تساوي °90 أم أكبر من °90؟ اشرحوا.

8. معطى ADCK مستطيل.

$KD \parallel BT$

المطلوب برهانه ΔBMC متساوي الساقين.

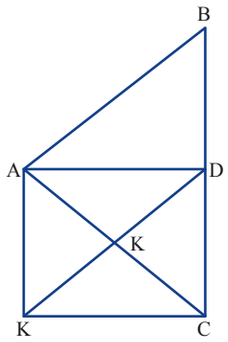


9. معطى ADCK مستطيل.

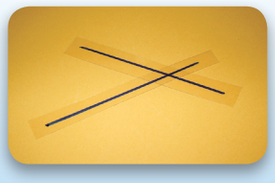
تقع النقطة B على امتداد DC.

$KD \parallel AB$

المطلوب برهانه ΔABC متساوي الساقين.



الدرس الثالث: الشروط الكافية لتمييز المستطيل



حضّروا شريطين لهما الطول نفسه (يمكن الاستعانة بقلمين لهما الطول نفسه أيضًا).
ابنوا أشكالًا رباعية، بحيث يكون الشريطين قطرين في الشكل الرباعيّ.
خمّنوا: أيّ أشكال رباعيّة يمكن الحصول عليها؟

سنتعلّم كيفيّة تمييز المستطيل حسب صفات الأقطار.

1. استعينوا بشرطين متساويين في الطول، كما ورد في مهمّة الافتتاحيّة.

أ. هل حصلتم على شكل رباعيّ معيّن؟ اشرحوا.

ب. هل حصلتم على متوازي أضلاع ليس مستطيلًا؟ اشرحوا.

ت. هل حصلتم على مستطيل؟ اشرحوا.

ث. هل حصلتم على مربّع؟ اشرحوا.

2. ستجدون في موقع "الرياضيات المدمجة"، في قسم "فعّاليّات بواسطة الحاسوب"، "فعّالية أقطار تنصف بعضها ومتساوية في الطول "אלכסונים חוצים זה את זה ושווים באורכם". نفّذوا الفعّاليّة حسب التعليمات.

3. طلبت المعلمة من التلاميذ أن يكتبوا شرطًا كافيًّا للحصول على مستطيل عندما تكون الأقطار متساوية في الطول.
قال **عمّار**: إذا كانت أقطار الشكل الرباعيّ متساوية في الطول، فإنّ الشكل الرباعيّ مستطيل.
قال **عدنان**: إذا كانت أقطار الشكل الرباعيّ تنصّف بعضها ومتساوية في الطول، فإنّ الشكل الرباعيّ مستطيل.
قال **إياد**: إذا كانت أقطار متوازي الأضلاع متساوية في الطول، فإنّ الشكل الرباعيّ مستطيل.
من منهما قوله صحيح؟ اشرحوا.

4. سجّلوا، في كلّ بند، هل الادّعاء صحيح؟
إذا كانت الإجابة نعم، فاشرحوا. وإذا كانت الإجابة لا، فارسموا مثالًا مضادًّا.

أ. إذا كانت أقطار الشكل الرباعيّ متساوية في الطول، فإنّ الشكل الرباعيّ مستطيل.

ب. إذا كانت أقطار الشكل الرباعيّ متساوية في الطول، وهنالك زوج واحد من الأضلاع المتوازية وزوج واحد من الأضلاع المتساوية في الطول، فإنّ الشكل الرباعيّ مستطيل.

ت. إذا كانت أقطار الشكل الرباعي متساوية في الطول، وهنالك زوج واحد من الأضلاع المتوازية والمتساوية في الطول، فإنّ الشكل الرباعيّ مستطيل.

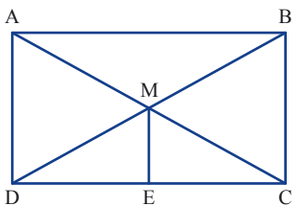
ث. إذا كانت أقطار الشكل الرباعيّ تنصّف بعضها، فإنّ الشكل الرباعيّ مستطيل.

5. برهنا في درس 1 النظريّة التالية:
إذا كان الشكل الرباعيّ مستطيلًا، فإنّه متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة.
صوغوا وبرهنوا **النظريّة العكسيّة** لهذه النظريّة.

6. برهنوا النظريّة: إذا كانت الأقطار متساوية في الطول في متوازي الأضلاع، فإنّ متوازي الأضلاع مستطيل.

برهنا في درس 1 النظريّة: في **المستطيل الأقطار متساوية في الطول.**
برهنا في مهمّة 6 النظريّة: إذا كانت **أقطار متوازي الأضلاع متساوية في الطول**، فإنّ متوازي الأضلاع هو **مستطيل.**

7. معطى ABCD متوازي أضلاع.
$ME \perp DC$
$DE = EC$
المطلوب برهانه ABCD مستطيل.



تعريف: نسمّي الشكل الرباعيّ الّذي فيه أربع زوايا قائمة "مستطيل"

صفات المستطيل

جميع صفات متوازي الأضلاع

إذا كان الشكل الرباعيّ مستطيلًا،
فإنّ **أقطاره متساوية في الطول.**

الشروط الكافية لتمييز المستطيل

إذا كانت زاوية قائمة واحدة في متوازي الأضلاع، **فإن متوازي الأضلاع مستطيل.**

إذا كانت أقطار الشكل الرباعيّ تنصف بعضها ومتساوية في الطول، فإنّ الشكل الرباعيّ هو **مستطيل.**

إذا كانت أقطار متوازي الأضلاع متساوية في الطول، فإنّ **متوازي الأضلاع هو مستطيل.**

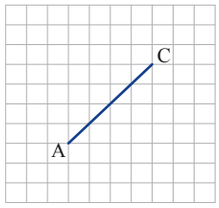
مجموعة مهامّ

ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة"، في قسم "فعّاليّات بواسطة الحاسوب"، فعّاليّات بديلة لقسم من المهامّ في هذه المجموعة من المهامّ. أشرنا إلى الفعّاليّات بـ * ، وسجّلنا تحتها اسم المهمّة البديلة في الموقع.

1. حدّدوا الشرط الكافي للأقطار كي يكون:

أ. الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع. ب. متوازي الأضلاع مستطيل. ت. الشكل الرباعيّ مستطيل.

2* أ. القطعة المرسومة هي قُطر لشكل رباعيّ. انسخوا الرسمة.



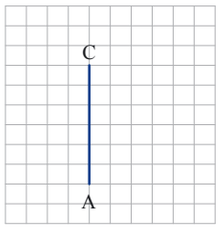
ارسموا قُطرًا آخر طوله يساوي القطر المرسوم، بحيث ينتج شكلًا رباعيًّا ليس مستطيلًا.

ب. ارسموا الرسمة مرّة أخرى.
ارسموا قُطرًا آخر طوله يساوي القطر المرسوم، بحيث ينتج مستطيلا.

ت. أيّ صفات استعنتم بها كي ترسموا المستطيل في بند ب؟

اسم المهمّة البديلة في الموقع: "أقطار متساوية في الطول" *"אלכסונים שווים באורכם"*.

3. أ. القطعة المرسومة هي قُطر لشكل رباعيّ. انسخوا الرسمة.



ارسموا قُطرًا آخر طوله يساوي القطر المرسوم، بحيث ينتج شكلًا رباعيًّا ليس مستطيلًا.

ب. ارسموا الرسمة مرّة أخرى.
ارسموا قُطرًا آخر طوله يساوي القطر المرسوم، بحيث ينتج مستطيلًا ليس مربّعًا.

ت. أيّ صفات استعنتم بها كي ترسموا المستطيل في بند ب؟

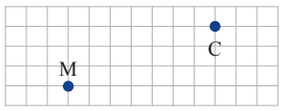
4. أ. النقطتان A, C هما رأسان متجاوران في المستطيل.

ارسموا مستطيلًا مناسبًا على ورقة مقسمة إلى تربيعات. كم مستطيلًا كهذا يمكن أن نرسم؟ أيّ صفات استعنتم بها كي تجدوا الرؤوس الأخرى؟

ب. النقطتان A, C هما رأسان متقابلان في المستطيل.

ارسموا مستطيلًا مناسبًا على ورقة مقسمة إلى تربيعات. كم مستطيلًا كهذا يمكن أن نرسم؟ أيّ صفات استعنتم بها كي تجدوا الرؤوس الأخرى؟

ت. النقطة C هي رأس المستطيل، النقطة M هي نقطة التقاء القطرين في المستطيل.

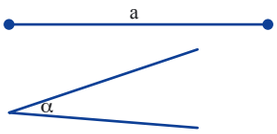


ارسموا مستطيلًا مناسبًا على ورقة مقسمة إلى تربيعات. كم مستطيلًا كهذا يمكن أن نرسم؟ أيّ صفات استعنتم بها كي تجدوا الرؤوس الأخرى؟

5*. ابنوا مستطيلًا بمساعدة مسطرة وفرجار بطريقتين مختلفتين. صفوا كلّ طريقة بناء.

اسم المهمّة البديلة في الموقع: "مستطيلات بطرق مختلفة": *"מלבנים בדרכים שונות"*

6*. معطى القطعة a والزاوية α.



ارسموا مستطيلًا طول أحد أضلاعه كطول القطعة a، ومقدار الزاوية بين هذا الضلع والقطر يساوي α.

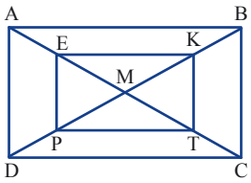
صفوا طريقة البناء.

اسم المهمّة البديلة في الموقع: "مستطيل حسب ضلع وزاوية": *"מלבן לפי צלע וזווית"*

7. معطى ABCD مستطيل.

$AE = BK = CT = DP$

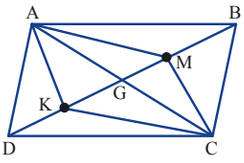
المطلوب برهانه EKTP مستطيل.



8. معطى ABCD متوازي أضلاع.

M منتصف GB

K منتصف GD



أ. ما هو نوع الشكل الرباعيّ AMCK؟ **برهنوا**.

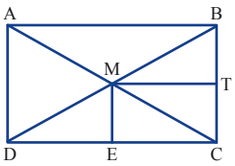
ب. ما هي النسبة التي يجب أن تكون بين أطوال أقطار متوازي الأضلاع كي يكون الشكل الرباعيّ AMCK مستطيلًا؟ اشرحوا.

9. معطى ABCD مستطيل.

$ME \perp DC$

$MT \perp BC$

المطلوب برهانه MTCE مستطيل.

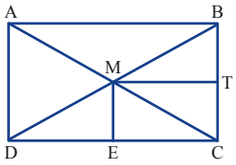


10. معطى ABCD مستطيل.

DE = EC

BT = TC

المطلوب برهانه MTCE مستطيل.

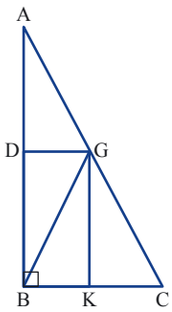


11. معطى ΔABC قائم الزاوية، $\measuredangle B = 90°$.

AGKD متوازي أضلاع.

DGCK متوازي أضلاع.

المطلوب برهانه DGKB مستطيل.

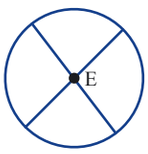


12. أمامكم رسمة دائرة مركزها E.

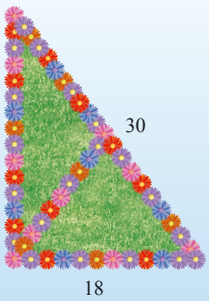
أ. ارسموا شكلًا رباعيًّا بواسطة التوصيل بين أطراف الأقطار.

ما هو نوع الشكل الرباعيّ الّذي حصلتم عليه؟

ب. هل يُنتج التوصيل بين قطرين في الدائرة شكلًا رباعيًّا من النوع نفسه دائمًا؟ برهنوا.



الدرس الرابع: المتوسّط للوتر

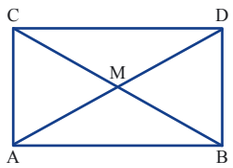


توجد في الحديقة قطعة عشب أخضر شكلها مثلّث قائم الزاوية.
طول الوتر 30 م، وطول أحد القائمين 18 م.
للتنويع في شكل قطعة العشب الأخضر، قرّر البستاني أن يقسمها إلى قسمين.
أوصل بين منتصف الوتر ورأس الزاوية القائمة.
زرع البستانيّ حول القسمين أزهارًا (انظروا الصورة).
أراد البستانيّ أن يعرف الطول الكليّ للأزهار الّتي زرعها.

نتناول صفات مثلثات قائمة الزاوية، ونبيّن كيف هي مرتبطة بالمستطيلات؟

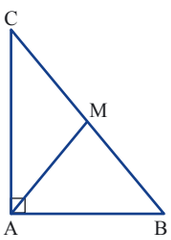
للتذكير: في المثلّث القائم الزاوية، طول المتوسّط للوتر يساوي نِصف طول الوتر.
نستعين بصفات المستطيل كي نبرهن النظريّة بطرق إضافيّة.

1. معطى ABDC مستطيل.

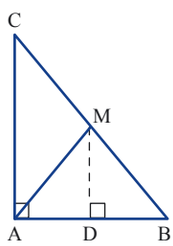


أ. هل القطعة AM هي متوسّط في المثلّث ABC؟
ب. ما هي النسبة بين المتوسّط AM وطول الوتر BC؟ اشرحوا.

2. نظريّة في المثلّث القائم الزاوية، المتوسّط للوتر يساوي نِصف طول الوتر.
أ. سجّلوا (حسب الرسمة) المعطيات والمطلوب برهانه.

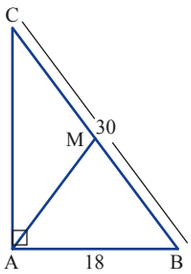


ب. أضيفوا في الرسمة **بناء مساعد:** $DM \perp AB$.
اشرحوا لماذا $MD \parallel AC$؟
بيّنوا أنّ $\Delta CAB \sim \Delta MDB$.
احسبوا النسبة $\frac{DB}{AB}$ ، وبيّنوا أنّ ΔAMB متساوي الساقين.



ت. صوغوا الادّعاء الّذي برهنتموه في بند ب. اشرحوا.

3. أمامكم رسمة مثلّث يعرض قطعة العشب الأخضر الّتي وردت في مهمّة الافتتاحيّة.



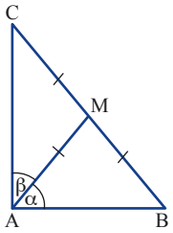
أ. احسبوا طول القطعة AM. اشرحوا.

ب. احسبوا الطول الكليّ للأزهار الّتي زرعها البستانيّ.

4. معطى ΔABC (انظروا الرسمة)

$AM = BM = CM$

المطلوب برهانه $\measuredangle CAB = 90°$



أ. صوغوا ادّعاء حسب المعطى، والمطلوب برهانه.

(**انتبهوا**: لا يمكن استعمال كلمة **وتر** ، لأنّه غير معطى أنّ المثلّث قائم الزاوية).

ب. برهنوا الادّعاء الّذي صغتموه في بند أ.

(**ارشاد**: استعينوا بمجموع زوايا المثلّث).

برهنا النظريتين التاليتين:

نظريّة في المثلّث القائم الزاوية، المتوسّط للوتر يساوي نِصف طول الوتر.

نظريّة إذا كان طول المتوسّط لأحد أضلاع المثلّث يساوي طول نِصف الضلع الّذي ينصفه، فإنّ المثلّث قائم الزاوية.

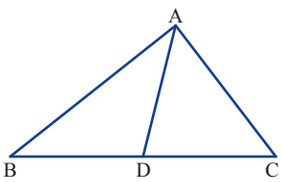
5. معطى AD متوسّط لـ BC

$AD = 7$ سم

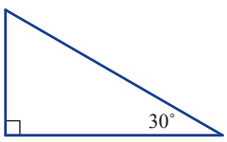
$BC = 14$ سم

$\measuredangle C = 55°$

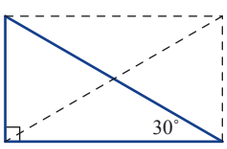
احسبوا مقدار الزاوية $\measuredangle B$.



6. أمامكم رسمة مثلّث قائم الزاوية، مقدار إحدى زواياه الحادّة هي $30°$.



أ. أكملوا المثلّث إلى مستطيل، بحيث يكون الوتر قطرًا في المستطيل.
ارسموا القطر الآخر، واحسبوا كلّ الزوايا الناتجة.

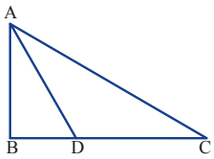


ب. ما هي النسبة بين طول القائم المقابل للزاوية $30°$ وطول الوتر؟
صوغوا ادّعاءً مناسبًا.

ت. برهنوا الادّعاء.

نظريّة في المثلّث القائم الزاوية الّذي مقدار إحدى زواياه 30°، طول القائم المقابل لهذه الزاوية يساوي نِصف طول الوتر.

7. **معطى** ΔABC قائم الزاوية $\measuredangle B = 90°$.
AD ينصّف الزاوية A
$\measuredangle C = 30°$
$BD =$ 5 سم
احسبوا طول BC.

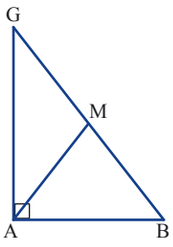


مجموعة مهامّ

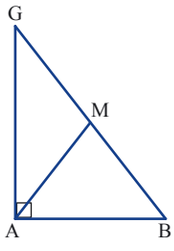
ستجدون في موقع "الرياضيّات المدمجة"، في قسم "فعّاليّات بواسطة الحاسوب"، فعّاليّات بديلة للمهمّة 6 في هذه المجموعة من المهامّ. أشرنا إلى المهمّة بـ * ، وسجّلنا تحتها اسم المهمّة البديلة في الموقع.

أُعِدّت الرسومات في المهامّ التالية للتوضيح، وقياسات الطول معطاة بالسم.

1. **معطى** ΔABG قائم الزاوية.
AM متوسّط للوتر.
$\measuredangle B = 52°$
أ. اشرحوا لماذا ΔAMB متساوي الساقين؟
ب. احسبوا مقدار الزوايا الّتي تظهر في الرسمة.



2. **معطى** ΔABG قائم الزاوية.
AM متوسّط للوتر.
$AM =$ 6.5 سم
$AG =$ 12 سم
أ. ما هو نوع المثلّث AMB؟ اشرحوا.
ب. احسبوا طول GB.
ت. احسبوا مساحة ΔAGB.
ث. ما هي مساحة ΔAMB؟



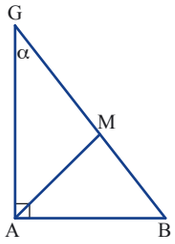
3. معطى ΔABG قائم الزاوية.

AM متوسّط للوتر.

أ. عبّروا عن كلّ الزوايا الّتي تظهر في الرسمة بواسطة α.

ب. ما هو نوع المثلّثات الّتي تظهر في الرسمة؟

ت. جدوا، في الرسمة، مثلّثين متساويين بالمساحة. اشرحوا.



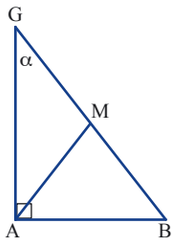
4. معطى ΔABG قائم الزاوية.

AM متوسّط للوتر.

حدّدوا، في كلّ بند، القيمة المناسبة لمقدار الزاوية α.

أ. ΔAMB متساوي الأضلاع.

ب. ΔAMB قائم الزاوية.



5. معطى ΔABC قائم الزاوية.

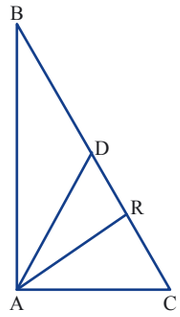
$\sphericalangle A = 90°$

$AR \perp BC$

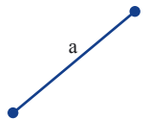
AD متوسّط لـ BC.

$\sphericalangle B = 38°$

احسبوا مقدار الزاوية $\sphericalangle DAR$.



6*. معطى قطعة a.



أ. ابنوا، بمساعدة مسطرة وفرجار، مثلّثًا قائم الزاوية فيه طول المتوسّط للوتر كطول القطعة a.

كم مثلّثًا كهذا يوجد؟ صفوا البناء.

ب. ابنوا، بمساعدة مسطرة وفرجار، مثلّثًا قائم الزاوية فيه طول المتوسّط للوتر كطول القطعة a، ومقدار إحدى الزوايا هو $30°$.

كم مثلثًا كهذا يوجد؟ صفوا البناء.

اسم المهمّة البديلة في الموقع: "مثلّث قائم الزاوية حسب متوسّط ووتر": *"משולש ישר-זווית לפי תיכון ליתר"*

7. معطى ΔABC قائم الزاوية $\measuredangle B = 90°$.

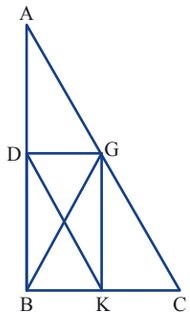
BG متوسّط لـ AC

$DBKG$ مستطيل

$AC = 26$ سم

$AD = 12$ سم

احسبوا محيط المستطيل.



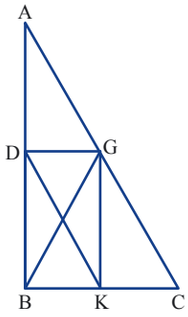
8. معطى ΔABC قائم الزاوية.

$\measuredangle B = 90°$

BG متوسّط لـ AC

$DBKG$ مستطيل

المطلوب برهانه $KD = \frac{1}{2}AC$



9. معطى ΔABG قائم الزاوية.

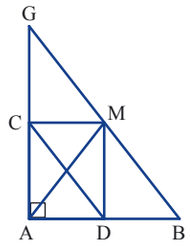
AM متوسّط للوتر.

رُسم المستطيل $ADMC$ داخل المثلّث.

أ. ما هو نوع المثلّث AMB؟ **برهنوا.**

ب. برهنوا أنّ MD متوسّط في المثلّث AMB

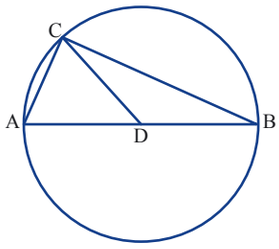
ت. ما هو نوع الشكل الرباعيّ $CDBM$؟ **برهنوا.**



10. معطى القطعة AB هي قُطر في الدائرة الّتي مركزها D.

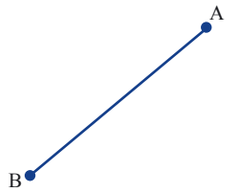
القطعة DC هي نِصف قُطر الدائرة (C نقطة على محيط الدائرة).

ما هو نوع المثلّث ACB؟ اشرحوا.



11. معطى AB وتر في مثلث قائم الزاوية.

انسخوا القطعة، وارسموا ثلاثة مثلثات قائمة الزاوية مناسبة.



12. معطى ΔABC قائم الزاوية $\measuredangle B = 90°$.

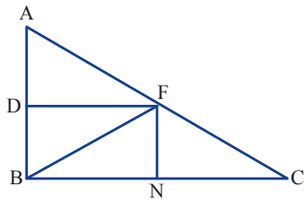
FB متوسط للضلع AC

DF || BC

AB || FN

المطلوب برهانه أ. DBNF مستطيل.

ب. مساحة المستطيل DBNF تساوي نِصف مساحة ΔABC.



13. معطى ΔABG قائم الزاوية $\measuredangle B = 90°$.

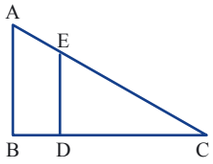
$ED \perp BC$

$\measuredangle C = 30°$

AE = 2 سم

CE = 6 سم

احسبوا طول القطعتين: ED وَ AB.



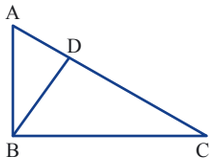
14. معطى ΔABC قائم الزاوية $\measuredangle B = 90°$.

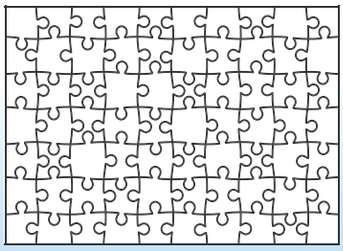
$BD \perp AC$

$\measuredangle C = 30°$

AB = 3 سم

احسبوا طول القطعتين: CD وَ AC.



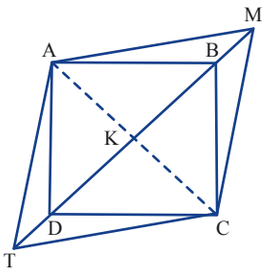


الدرس الخامس: مهامّ إضافيّة

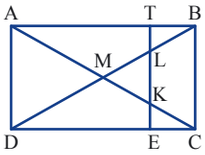
تعرّفنا، في هذه الوحدة، على تعريف المستطيل وصفاته.
وتعلّمنا كيفيّة تمييز المستطيل حسب شروط كافية.

نحلّ، في هذا الدرس، مهام مختلفة مرتبطة بالمستطيل.

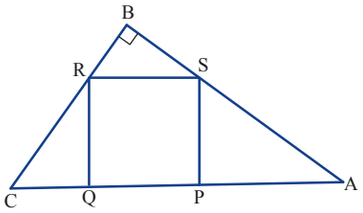
1. معطى AMCT متوازي أضلاع.
BM = DT
AK = DK
ما هو نوع الشكل الرباعيّ ABCD؟ **برهنوا.**



2. معطى ABCD مستطيل.
CB || ET
المطلوب برهانه LBCK شبه منحرف متساوي الساقين.



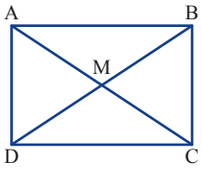
3. معطى ΔABC قائم الزاوية ∢B = 90°
QPSR مستطيل
BR = 6 سم
BS = 8 سم
PA = 12 سم
احسبوا مساحة ومحيط المستطيل (استعينوا بتشابه المثلّثات).



4. معطى مساحة مستطيل 54 سنتمترًا مربّعًا.
النسبة بين أطوال أضلاع المستطيل هي 2:3.
احسبوا أطوال أضلاع المستطيل.

مجموعة مهامّ

1. معطى ABCD مستطيل.
∢AMB = 108°
احسبوا مقدار كلّ الزوايا في الرسمة.

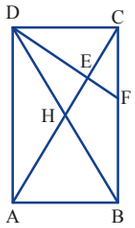


2. معطى ABCD مستطيل.

DF ينصّف ∢CDB

∢ADB = 40°

احسبوا مقدار الزاويتين: ∢DEC وَ ∢DFB

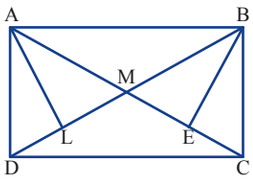


3. معطى ABCD مستطيل.

AL ⊥ BD

BE ⊥ AC

المطلوب برهانه EB = LA

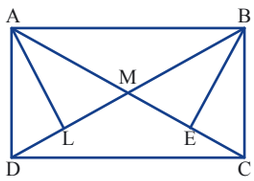


4. معطى ABCD متوازي أضلاع.

LM = EM

∢BEM = ∢ALM

المطلوب برهانه ABCD مستطيل.

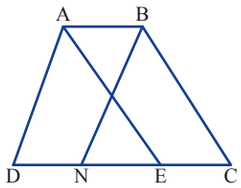


5. معطى ABCD شبه منحرف متساوي الساقين.

DN = NE = EC = AB

المطلوب برهانه أ. AE = BN

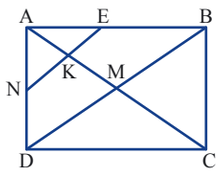
ب. NEBA مستطيل.



6. معطى ABCD مستطيل.

BD || EN

المطلوب برهانه NK + KC = DB

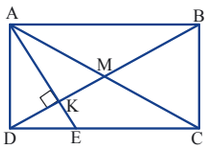


7. معطى ABCD مستطيل.

AE ⊥ BD

AE = EC

احسبوا مقدار الزاوية ∢DAE.



مجموعة مهامّ

عمليّات في الكسور الجبريّة

1. جدوا أزواجًا من التعابير المتساوية (تعبير واحد من كلّ عمود).

أ.	1		(i)	$\frac{a-3}{a-4}\cdot\frac{a-3}{a-4}$	$a \neq 4$
ب.	$\frac{(a-3)^2}{(a-4)^2}$	$a \neq 4$	(ii)	$\frac{a-3}{a-4}\cdot\frac{a-4}{a-3}$	$a \neq 3,\ a \neq 4$
ت.	$\frac{(a-3)^2}{a-4}$	$a \neq 4$	(iii)	$(a-3)\cdot\frac{a-4}{a-3}$	$a \neq 3$
ث.	$a-3$		(vi)	$(a-3)\cdot\frac{a-3}{a-4}$	$a \neq 4$
ج.	$a-4$		(v)	$(a-4)\cdot\frac{a-3}{a-4}$	$a \neq 4$

2. حدّدوا مجال التعويض، وسجّلوا تعبيرًا قصيرًا قدر الإمكان.

أ. $\frac{3x}{2y}:\frac{4x}{y}$ ت. $\frac{3x^2}{2y^2}:\frac{4x}{y}$ ج. $\frac{4x}{5y}:16x$

ب. $\frac{3x}{2y}:\frac{4x^2}{y^2}$ ث. $3x:\frac{4x}{y}$ ح. $\frac{4x}{5y^2}:16x$

3. سجّلوا، في كلّ بند، مجال التعويض، وحلّوا المعادلات.

أ. $\frac{1}{2}+\frac{1-x}{x}=\frac{1}{x}$ ث. $\frac{5}{x}+\frac{3}{x-2}=\frac{6}{x-2}$ خ. $\frac{2}{x}+\frac{x+2}{x-2}=1$

ب. $\frac{1}{2}-\frac{x-1}{x}=\frac{x}{2}$ ج. $\frac{5}{x}-\frac{3}{x-2}=\frac{1}{2x}$ د. $\frac{2}{x}-\frac{x+2}{x-2}=0$

ت. $\frac{1}{2}-\frac{1-x}{x}=\frac{1}{2x}$ ح. $\frac{5}{x}-\frac{3}{2-x}=\frac{1}{2-x}$ ذ. $\frac{2}{x}-\frac{x+2}{2-x}=\frac{8}{2x-x^2}$