תיק משימטיקה

הזזה ושיקוף של פונקציה

להנגשה פרטנית נא לפנות: **st.negishut@weizmann.ac.il**

תוכן העניינים

הזזה ושיקוף של פונקציה

מטרות התיק

לסייע למורה להעריך את יכולת התלמידים לתאר פונקציה המתקבלת מפונקציה אחרת על ידי פעולות של הזזה אנכית ושיקוף ביחס לציר ה- x, ולתת מענה לקשיים המתגלים.

ההערכה והמענה לקשיים מתמקדים ביכולת התלמידים:

- לזהות תכונות של פונקציה המתקבלת מפונקציה אחרת על ידי פעולות של הזזה אנכית ושיקוף בציר ה- x.
- לשרטט סקיצה של גרף פונקציה המתקבלת מפונקציה אחרת על ידי פעולות של הזזה אנכית ושיקוף בציר ה- x.

זמני עבודה משוערים

- עבודה על משימות ההערכה: 35-40 דקות.
- פעילויות בעקבות ההערכה: 35-50 דקות.

החומרים והעזרים הדרושים

לצורך עבודה על משימות ההערכה (לכל תלמיד/ה):

- דפי המשימות
  - משימה 1 ***הזזה ושיקוף של פונקציה.***
  - משימה 2 ***הזזה אנכית של פונקציה.***
  - משימה 3 ***שיקוף של פונקציה.***

לצורך הפעילות בעקבות ההערכה (לכל תלמיד/ה):

לפעילות 1

- דף הפעילות מתאימים גרפים.
- דף הפעילות מתחשבים באילוצים.

לפעילות 2

- דף הפעילות ***הזזות אנכיות.***
- יישומון הזזות אנכיות.

לפעילות 3

- דף הפעילות *שיקוף ביחס לציר ה-* x.
- יישומון שיקופים ביחס לציר ה- x.

רקע

במסגרת המבוא ללימודי אנליזה של פונקציות עוסקים בפעולות שונות על פונקציות (הזזות, מתיחות וכיווצים, שיקופים ועוד), ובייצוג המילולי, הגרפי והאלגברי של פעולות אלה. בעזרת פעולות על פונקציות ניתן להשתמש בידע קודם על פונקציה אחת כדי להסיק על תכונותיה של פונקציה אחרת. בנוסף שימוש בפעולות אלה מאפשר לבצע בקרה על תוצאות חקירה של פונקציה המתקבלת מפונקציה מוּכּרת אחרת על ידי הרכבה של פעולות. לדוגמה: ניתן לשרטט בקלות את גרף הפונקציה $g(x)=-f(x)+3$ אם מתייחסים אליו כאל שיקוף ביחס לציר ה- x והזזה אנכית של גרף הפונקציה $f(x)$ ב- 3 יחידות כלפי מעלה.

הפעולות המתבצעות על פונקציות כוללות הזזות אנכיות ושיקופים ביחס לציר ה- x. קושי נפוץ של תלמידים בעבודה עם פעולות אלה הוא לזהות אילו תכונות מאפיינות של הפונקציה נשמרות ואילו משתנות לאחר ביצוע הפעולה (למשל, שיעורי נקודות הקיצון המקומיות והמוחלטות, סוג הקיצון, נקודות האפס של הפונקציה, תחומי עלייה וירידה, תחומי חיוביות ושליליות ועוד). לצורך בדיקה כזו יש להתבונן בפונקציה גם באופן נקודתי וגם באופן גלובאלי – התבוננות מורכבת שאינה פשוטה לתלמידים. קושי נוסף כרוך בעבודה עם פונקציה המתקבלת על-ידי שתי פעולות בזו אחר זו.

התיק ***הזזה ושיקוף של פונקציה*** נועד לסייע למורה לזהות תלמידים המתקשים בעבודה עם פעולות מסוג הזזה אנכית ושיקוף ביחס לציר ה- x ולתת להם מענה.

הצעה למהלך העבודה

- עבודה על משימות ההערכה:
  - משימה 1 ***הזזה ושיקוף של פונקציה.***
  - משימה 2 ***הזזה אנכית של פונקציה.***
  - משימה 3 ***שיקוף של פונקציה.***
- הערכת תוצרי התלמידים.
- פעילויות דיפרנציאליות בעקבות ההערכה.

עבודה על משימות ההערכה

בתיק זה שלוש משימות הערכה:

- משימה 1 ***הזזה ושיקוף של פונקציה***.
- *משימה 2* ***הזזה אנכית של פונקציה***.
- *משימה 3* ***שיקוף של פונקציה***.

בכל אחת מהמשימות מוצג לתלמידים גרף של פונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x ממשי. התלמידים מתבקשים לענות על שאלות הנוגעות לפונקציה המתקבלת מ- $f(x)$ על ידי פעולות הזזה אנכית ו/או שיקוף ביחס לציר ה- x, ולשרטט את גרף הפונקציה שהתקבלה אחרי פעולות אלו.

במשימה 1 ***הזזה ושיקוף של פונקציה*** עוסקים בפעולות מסוג הזזה אנכית ושיקוף ביחס לציר ה- x.

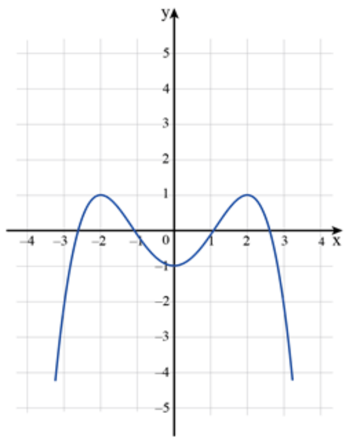
במשימה 2 ***הזזה אנכית של פונקציה*** עוסקים בפעולה מסוג הזזה אנכית בלבד.

במשימה 3 ***שיקוף של פונקציה*** עוסקים בפעולת שיקוף ביחס לציר ה- x בלבד.

שלוש המשימות מיועדות לעבודה עצמית של התלמידים ומומלץ לבצע אותן ברצף.

הזזה ושיקוף של פונקציה

לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$.



הפונקציה $g(x)=-f(x)+3$ התקבלה מהפונקציה $f(x)$ כתוצאה מפעולות של שיקוף ביחס לציר ה- x והזזה אנכית.

היעזרו בשרטוט וענו:

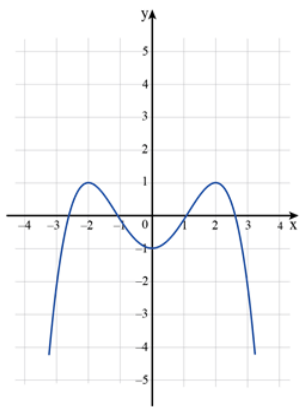
א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ ואת סוגן.

ב. שרטטו את גרף הפונקציה $g(x)$ במערכת הצירים הנתונה.

למשימה 1 מונגשת

הזזה אנכית של פונקציה

לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$.



הפונקציה $g(x)=f(x)+2$ היא הזזה אנכית של הפונקציה $f(x)$.

היעזרו בשרטוט וענו:

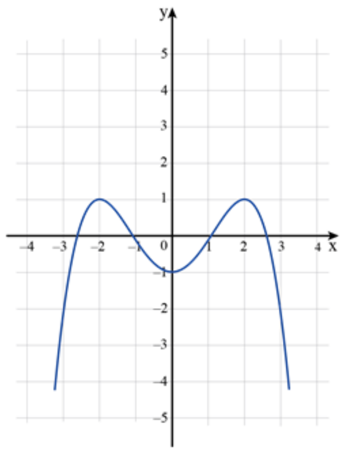
א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ ואת סוגן.

ב. שרטטו את גרף הפונקציה $g(x)$ במערכת הצירים הנתונה.

למשימה 2 מונגשת

שיקוף של פונקציה

לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$.



הפונקציה $p(x)=-f(x)$ היא שיקוף ביחס לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

היעזרו בשרטוט וענו:

א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $p(x)$ ואת סוגן.

ב. שרטטו את גרף הפונקציה $p(x)$ במערכת הצירים הנתונה.

למשימה 3 מונגשת

הערכת תוצרי התלמידים

לצורך הערכת תוצרי התלמידים ומיון התשובות שלהם ניתן להיעזר בטבלה הבאה:

שם התלמיד/ה	משימה 1 *הזזה ושיקוף של פונקציה*			משימה 2 *הזזה אנכית של פונקציה*			משימה 3 *שיקוף של פונקציה*		
	נקודות קיצון		שרטוט גרף נכון	נקודות קיצון		שרטוט גרף נכון	נקודות קיצון		שרטוט גרף נכון
	סוג קיצון נכון	מיקום נכון		סוג קיצון נכון	מיקום נכון		סוג קיצון נכון	מיקום נכון	
תלמיד 1	X	X	X	V חלקי	V	V	V חלקי	X	X
תלמיד 2	V	V חלקי	V	V	V	V	V	X	V
תלמיד 3	V	V	V	V	V	V	V	V	V
תלמיד 4	X	X	V	X	V	V	V	X	X
סך-הכל									

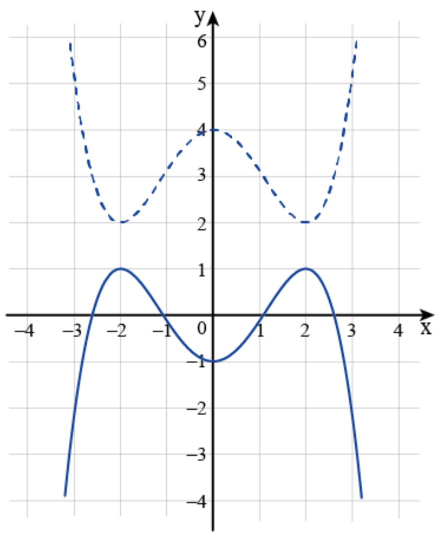
לבדיקת תוצרי התלמידים ניתן להיעזר בפתרון המשימות שלהלן:

פתרון משימה 1 *הזזה ושיקוף של פונקציה*

א הפעולות שבוצעו על גרף הפונקציה $f(x)$ כדי לקבל את גרף הפונקציה $g(x)$ הן פעולת שיקוף ביחס לציר ה- x והזזה אנכית של 3 יחידות כלפי מעלה.

ב נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$: $\min(2,2)$, $\max(0,4)$, $\min(-2,2)$

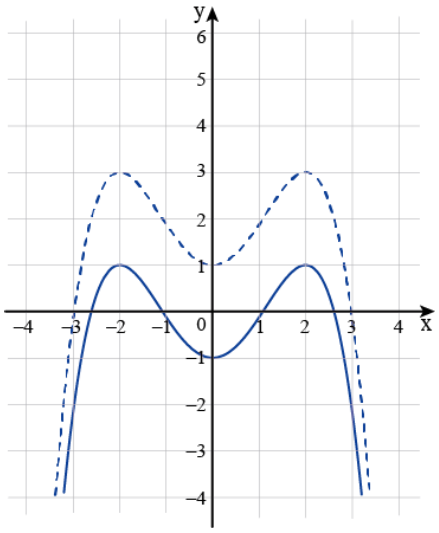
ג גרף הפונקציה $g(x)$:



פתרון משימה 2 *הזזה אנכית של פונקציה*

א. נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$: $\max(2,3)$, $\min(0,1)$, $\max(-2,3)$

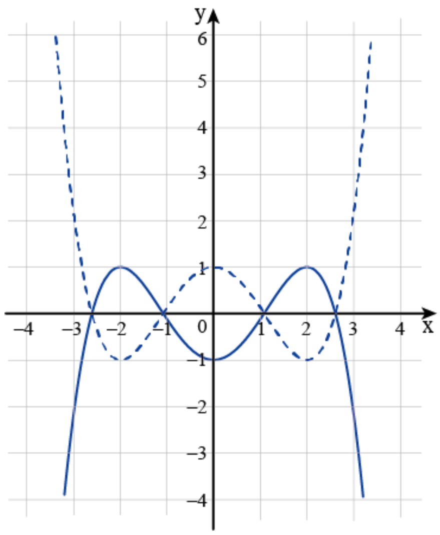
ב. גרף הפונקציה $g(x)$:



פתרון משימה 3 *שיקוף של פונקציה*

א. נקודות הקיצון של הפונקציה $p(x)$: $\min(2,-1)$, $\max(0,1)$, $\min(-2,-1)$

ב. גרף הפונקציה $p(x)$:



פעילויות דיפרנציאליות בעקבות ההערכה

מוצעות שלוש פעילויות דיפרנציאליות שמטרתן לסייע למורה לתת מענה לקשיים שונים שהתגלו בניתוח תוצרי התלמידים.

למי מיועדת הפעילות?	פעילות 1	פעילות 2	פעילות 3
לתלמידים שהתקשו **רק** במשימה 1.	V		
לתלמידים שהתקשו ביותר ממשימה אחת. (מומלץ להתחיל בפעילויות 2 או 3 ולבסוף בפעילות 1.)	V	V	V

פעילות 1

שלבי הפעילות

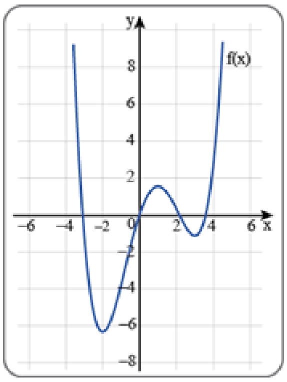
- עבודה על דף הפעילות ***מתאימים גרפים***.
- עבודה על דף הפעילות ***מתחשבים באילוצים***.

מהלך הפעילות

- **עבודה על דף הפעילות *מתאימים גרפים***

בפעילות זו נתון גרף של פונקציה $f(x)$. על התלמידים להתאים לכל פונקציה המתקבלת כתוצאה מפעולות על $f(x)$ את הגרף המתאר אותה. הפעולות הן הזזה אנכית ושיקוף ביחס לציר ה- x. פעילות זו מסייעת לתלמידים לחדד את ההבדלים שבין פעולות אלה ולקשר ביניהן לבין גרף המתקבל בעקבותיהן.

מתאימים גרפים



לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$.

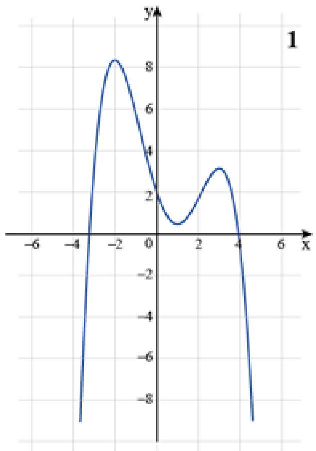
נתונות ארבע פונקציות המתארות הזזות אנכיות ו/או שיקוף ביחס לציר ה- x של $f(x)$. כמו כן נתונים ארבעה גרפים המתארים את הפונקציות הנוצרות כתוצאה מפעולות אלו. התאימו כל פונקציה לגרף המתאים. נמקו.

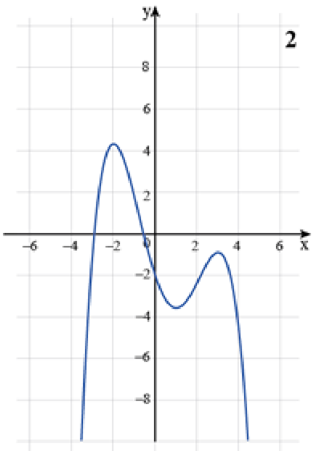
א. $y=f(x)+2$

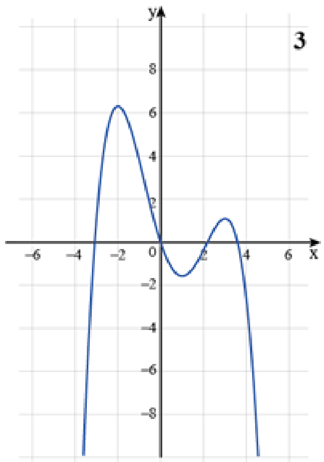
ב. $y=-f(x)$

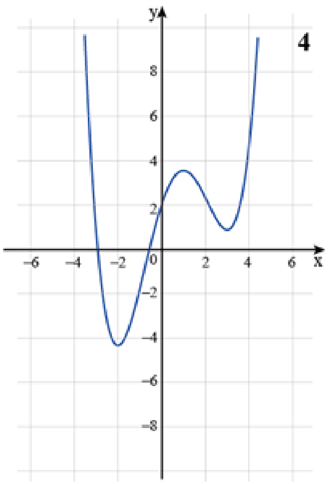
ג. $y=-(f(x)+2)$

ד. $y=-f(x)+2$









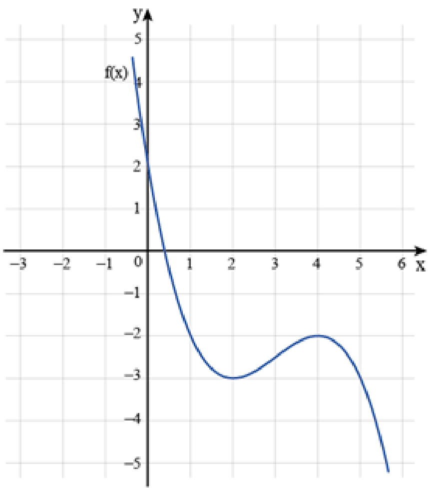
[לפעילות 1 חלק א' מונגשת](#)

- **עבודה על דף הפעילות *מתחשבים באילוצים***

בפעילות מתבקשים התלמידים להתייחס לתכונות של גרף פונקציה לאחר פעולות של שיקוף והזזה, למצוא ייצוג סימבולי של פונקציה תחת אילוצים נתונים ולשרטט את גרף הפונקציה שמתקבל.

מתחשבים באילוצים

1. לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$. שתי נקודות הקיצון שלה נמצאות ברביע הרביעי.



הדר בנתה פונקציה $h(x)$ המתקבלת מ- $f(x)$ על ידי פעולות של הזזה אנכית ו/או שיקוף ביחס לציר ה- x.

שתי נקודות הקיצון של $h(x)$ נמצאות גם הן ברביע הרביעי.

קבעו אלו מהתבניות הבאות יכולות להיות הפונקציה $h(x)$:

א. $h(x)=-f(x)$

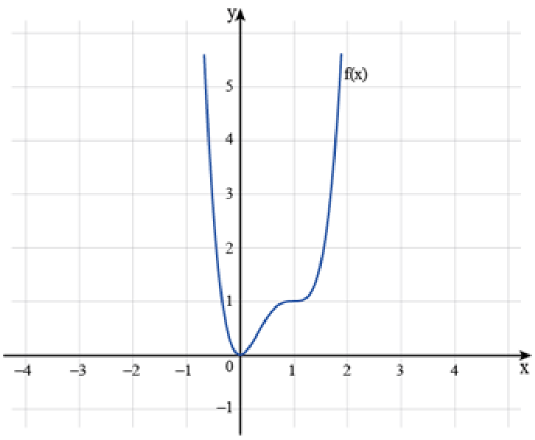
ב. $h(x)=f(x)+1$

ג. $h(x)=-f(x)-4$

ד. $h(x)=-\left(f(x)+5\right)$

ה. $h(\mathrm{x})=-\left(f(x)-2\right)$

2. לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$.



שירה בנתה פונקציה $h(x)$ המתקבלת מ- $f(x)$ על ידי פעולות של הזזה אנכית ו/או שיקוף ביחס לציר ה- x, כך שלפונקציה $h(x)$ יש נקודת מקסימום ב- $(0,3)$.

א. באיזו מבין הנקודות הבאות תהיה נקודת הפיתול של $h(x)$?

i. $(1,4)$ ii. $(1,2)$ iii. $(1,0)$?

נמקו.

ב. כמה נקודות חיתוך יש לפונקציה $h(x)$ עם ציר ה- x?

i. 2 נקודות ii. נקודה אחת iii. אין חיתוך עם ציר ה- x iv. אי אפשר לדעת

ג. רשמו פונקציה $k(x)$ המתקבלת מהפונקציה $f(x)$ על ידי פעולות של הזזה אנכית ו/או שיקוף ביחס לציר ה- x כך שלפונקציה $k(x)$ תהיה נקודת מקסימום על החלק השלילי של ציר ה- y.

לפעילות 1 חלק ב' מונגשת

פעילות 2

שלבי הפעילות

- עבודה על דף הפעילות ***הזזות אנכיות*** – חלק א'.
- דיון.
- עבודה על דף הפעילות ***הזזות אנכיות*** – חלק ב'.
- דיון מסכם מלווה ביישומון [הזזות אנכיות](#).

מהלך הפעילות

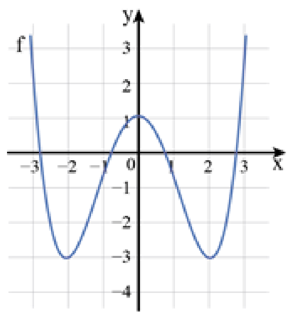
- **עבודה על דף הפעילות *הזזות אנכיות* – חלק א'**

בהינתן הגרף של פונקציה $f(x)$, התלמידים צריכים למצוא איך ייראה הגרף של $f(x)+a$.

הזזות אנכיות

חלק א'

1. לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$, בתחום $-3 \le x \le 3$.



א. איך ייראה גרף הפונקציה $g(x)=f(x)+2$?

הקיפו את התשובה הנכונה:

הגרף יוזז ב- 2 יחידות בכיוון: ימין / שמאל / מעלה / מטה.

ב. איך ייראה גרף הפונקציה $h(x)=f(x)-3$?

הקיפו את התשובה הנכונה:

הגרף יוזז ב- 3 יחידות בכיוון: ימין / שמאל / מעלה / מטה.

ג. כתבו את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $f(x)$ ואת סוגן.

____

ד. כתבו את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $g(x)$ ואת סוגן.

____

דיון

- דנים בפתרונות התלמידים לדף הפעילות ***הזזות אנכיות* – חלק א'** בסיוע השאלות הבאות:
  - האם סוג נקודות הקיצון נשמר או השתנה בביצוע ההזזה?
  - האם שיעור ה- x של נקודות הקיצון נשמר או השתנה?
  - מה לגבי שיעור ה- y ?
  - מה השתנה בנקודות הקיצון של הפונקציה בביצוע פעולת ההזזה?
  - האם נכון לומר כי בביצוע ההזזה שינוי זה מתרחש **לכל** נקודה על גרף הפונקציה?
  - האם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה נשמרו או השתנו בביצוע הזזה כזו?
  - האם נקודות האפס של הפונקציה נשמרו או השתנו בביצוע פעולת ההזזה?
  - האם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה יישמרו או ישתנו בביצוע הזזה כזו?
- ניתן לסכם את תשובות התלמידים באמצעות הטבלה הבאה:[1]

	נשמר	**השתנה**	**אם השתנה , כיצד השתנה**	
			$f(x)+a$	$f(x)-a$
סוג הקיצון				
שיעור ה- x של נקודת הקיצון				
שיעור ה- y של נקודת הקיצון				
תחומי עלייה וירידה				
נקודות אפס				
תחומי חיוביות ושליליות				
שיעורי נקודה כלשהי				

- כדאי לסכם בשילוב של התבוננות נקודתית המתמקדת בנקודות הקיצון בביצוע ההזזה, עם התבוננות גלובאלית המתבוננת בהזזת הגרף כיחידה שלמה: כאשר נתון גרף הפונקציה $f(x)$, ומגדירים פונקציה חדשה $g(x)=f(x)+2$, אז שיעור ה- y של נקודות הקיצון גדל ב- 2 יחידות. למעשה, שיעור ה- y של **כל** הנקודות

[1] ניתן להוסיף פרמטרים נוספים כגון: זוגיות/אי-זוגיות של פונקציה, אסימפטוטות אנכיות/אופקיות ועוד. זאת בהתאם לחומר הנלמד בכיתה.

על גרף הפונקציה f גדל ב- 2 יחידות. לכן גרף הפונקציה g המתקבל הוא הזזה של גרף הפונקציה f ב- 2 יחידות כלפי מעלה.

- **עבודה על דף הפעילות *הזזות אנכיות* – *חלק ב'***

בדומה לחלק א' בדף הפעילות, התלמידים נדרשים למצוא איך ייראה הגרף של $f(x)+a$ בהינתן הגרף של פונקציה $f(x)$, אך הפעם במקום לעסוק במקרים פרטיים עוסקים במקרה הכללי.

חלק ב'

2. הפונקציה $g(x)$ הוגדרה כך: $g(x)=f(x)+a$ (a פרמטר).

עבור אילו ערכים של a גרף הפונקציה g:

א. יהיה הזזה של גרף הפונקציה f כלפי מעלה?

____

ב. יהיה הזזה של גרף הפונקציה f כלפי מטה?

____

ג. יתלכד עם גרף הפונקציה f?

____

3. פתחו את קובץ גיאוגברה הבא: הזזות אנכיות

בצד שמאל של המסך מופיע סרגל גרירה. ניתן לגרור את הנקודה שבסרגל וכך לשנות את הערך של a.

שנו את הערך של a ובדקו את תשובותיכם לשאלה 2.

הפונקציה $g(x)=f(x)+a$ היא **הזזה אנכית** של גרף הפונקציה $f(x)$.

לפעילות 2 חלק א' + חלק ב' מונגשת

- **דיון מסכם מלווה ביישומון הזזות אנכיות**

לסיכום מומלץ לדון בנקודות הבאות:

- ביטוי מהצורה $f(x)+a$ מתאר הזזה אנכית של גרף הפונקציה $f(x)$.
  - אם $a>0$, אז ההזזה היא ב- a יחידות כלפי מעלה.
  - אם $a<0$, אז ההזזה היא ב- $|a|$ יחידות כלפי מטה.

- כדאי להדגים ביישומון את ההזזות המתקבלות עבור ערכים שונים של הפרמטר a, ולשים לב לכך ששיעור ה- y **בכל נקודה** עולה/ יורד ב- $|a|$ יחידות, ובפרט, שיעורי ה- y של נקודות הקיצון ושל נקודת החיתוך עם ציר ה- y.
  - תחומי העלייה והירידה של הפונקציה אינם משתנים בביצוע הזזה אנכית, כי סוג הקיצון ושיעורי ה- x של נקודות הקיצון אינם משתנים.
  - תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה משתנים בביצוע הזזה אנכית, כי נקודות האפס משתנות.
- ההזזות של הפונקציות הקוויות והפונקציות הריבועיות המוכרות לתלמידים משנים קודמות הן למעשה מקרים פרטיים של ההזזות שנדונו כאן באופן כללי. לדוגמה, הפונקציה $y=x-1$ כהזזה אנכית ביחידה אחת כלפי מטה של הפונקציה הקווית $y=x$, או הפונקציה $y=x^2+3$ כהזזה אנכית ב- 3 יחידות כלפי מעלה של הפרבולה $y=x^2$.

פעילות 3

שלבי הפעילות

- עבודה על דף הפעילות ***שיקוף ביחס לציר ה- x***.
- דיון מלווה ביישומון [שיקופים ביחס לציר ה- x].

מהלך הפעילות

- **עבודה על דף הפעילות *שיקוף ביחס לציר ה- x***

מטרת הדף לסייע לתלמידים להבין את המשמעות האלגברית והגרפית של הפונקציה $-f(x)$ ביחס לפונקציה $f(x)$.

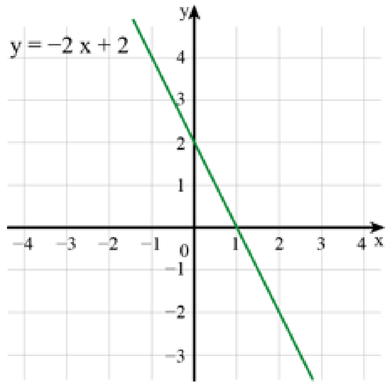
במהלך הפעילות התלמידים נעזרים בידע קודם על ייצוגים אלגבריים של ישרים ופרבולות על מנת להסיק מסקנה כללית בנוגע לייצוג האלגברי של פונקציה שהיא שיקוף של פונקציה אחרת ביחס לציר ה- x.

שיקוף ביחס לציר ה- x

לפניכם גרפים של ישרים ופרבולות.

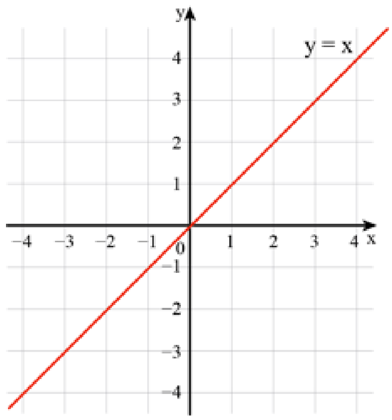
1. שרטטו לכל גרף, באותה מערכת צירים, את השיקוף שלו ביחס לציר ה- x.
2. כתבו ייצוג אלגברי מתאים לכל אחת מהפונקציות ששרטטתם.
3. מה תוכלו לומר על הקשר בין הייצוגים האלגבריים של כל זוג פונקציות?

א.



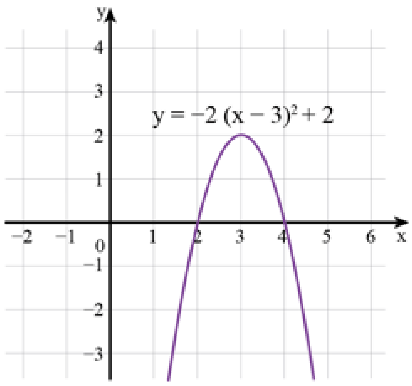
הפונקציה לאחר השיקוף:

ב.



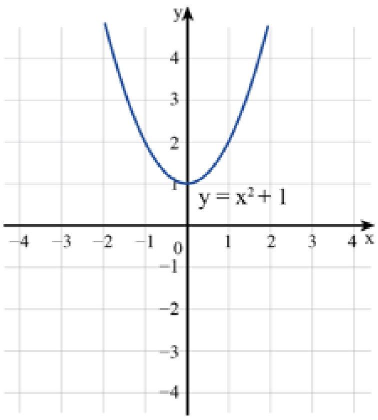
הפונקציה לאחר השיקוף:

ג.



הפונקציה לאחר השיקוף:

ד.



הפונקציה לאחר השיקוף:

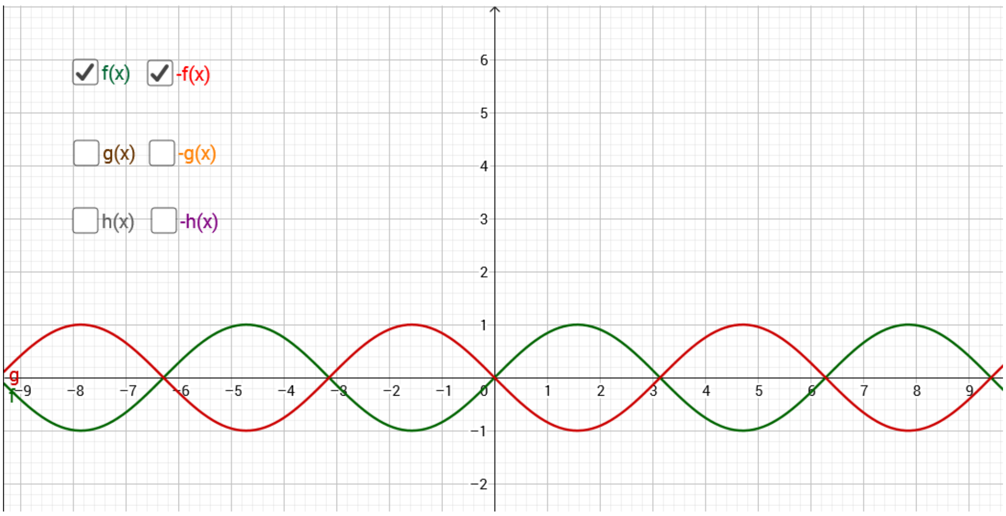
לפעילות 3 מונגשת

- **דיון מלווה ביישומון** שיקופים ביחס לציר ה- x

בסיום העבודה על דף הפעילות מומלץ לדון בנקודות הבאות:

- מהו הקשר שמצאתם בין הייצוגים האלגבריים של כל זוג פונקציות שהאחת היא שיקוף של השנייה?
- האם, לדעתכם, הפונקציה $-f(x)$ **תמיד** מייצגת את השיקוף ביחס לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$? נסו להסביר מדוע.

בשלב זה ניתן להיעזר ביישומון שיקופים ביחס לציר ה- x כדי לראות דוגמאות לפונקציות נוספות ושיקופן בציר ה- x. מקרינים את היישומון על הלוח. עבור כל גרף של פונקציה ביישומון, למשל f , מבקשים מתלמיד לשרטט על הלוח את גרף הפונקציה $-f$, ולאחר מכן בודקים את התשובה באמצעות היישומון.



סיכום ביניים

- גרף הפונקציה $g(x)=-f(x)$ מתקבל מגרף הפונקציה $f(x)$ על ידי שיקופו ביחס לציר ה- x.
- משמעות הסימון $g(x)=-f(x)$ היא שהפונקציה $g(x)$ מתאימה לכל x את ערך ה- y **הנגדי** לזה של הפונקציה $f(x)$.

המשך הדיון עוסק בתכונות של פונקציית השיקוף ביחס לציר ה- x, בהשוואה לפונקציה המקורית. מבררים **מה נשמר ומה משתנה?** כדאי לעשות זאת באמצעות היישומון שיקופים ביחס לציר ה- x.

אפשר להסתייע בטבלה דומה לזאת שבפעילות 2, ו/או בנקודות הבאות.

- אילו נקודות **נשמרות** (אינן משתנות) בפעולת השיקוף בציר ה-x? מדוע?
- במה שונות נקודות הקיצון של פונקציית השיקוף מאלו של הפונקציה המקורית?
- השוו את תחומי העלייה והירידה ואת תחומי החיוביות והשליליות של שתי הפונקציות.

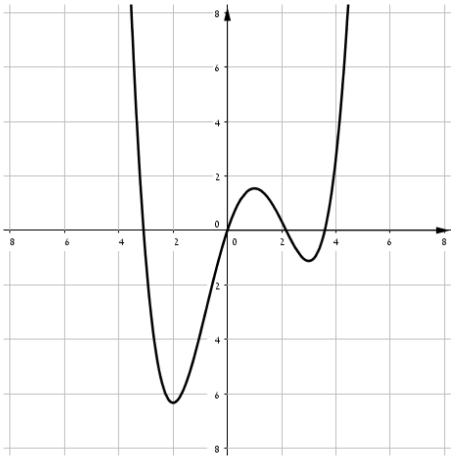
לסיכום

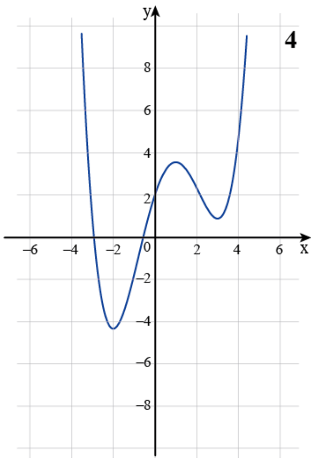
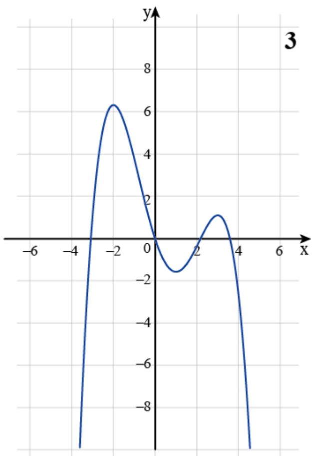
- בפעולת השיקוף בציר ה- x נשמרות כל נקודות האפס של הפונקציה (נקודות החיתוך עם ציר ה- x), אם קיימות כאלה, והן בלבד. כלומר: $f(x)=0 \Leftrightarrow -f(x)=f(x)$ (המספר 0 נגדי לעצמו, והוא המספר היחיד שמקיים תכונה זו.)
- לכל נקודת מינימום (מקסימום) בפונקציה המקורית מתאימה נקודת מקסימום (מינימום) בפונקציה שלאחר השיקוף כך ששיעור ה- x של שתיהן שווה ושיעורי ה- y נגדיים.
- בהתאם להבדל בסוג נקודות הקיצון, תחומי העלייה והירידה "מתהפכים" ביניהם. כלומר, תחום ירידה של פונקציה אחת הוא תחום עלייה של הפונקציה האחרת ולהיפך.
- בגלל שנקודות האפס נשמרות, אך ערכי ה- y הפוכים בסימן, "מתהפכים" גם תחומי החיוביות והשליליות. כלומר, תחום חיוביות "הופך" לתחום שליליות ולהיפך.
- פעולת השיקוף היא פעולה סימטרית. כלומר, אם הפונקציה f היא שיקוף של הפונקציה g אז גם g היא שיקוף של f.

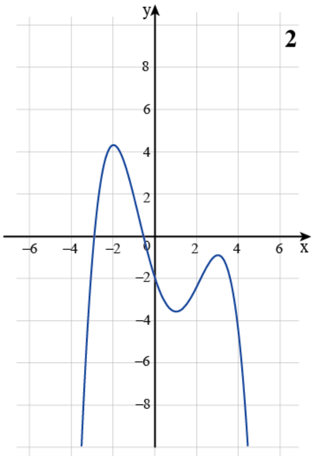
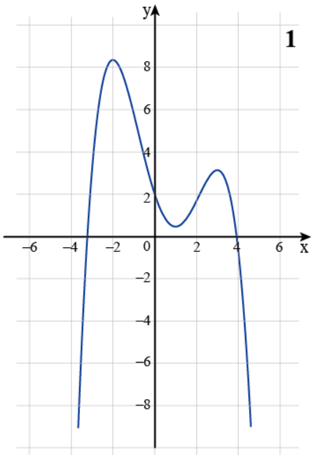
כדאי לשים לב לטעות נפוצה המתרחשת במהלך חקירת פונקציה f. תלמידים המחפשים נקודת קיצון, גוזרים את הפונקציה, משווים את הנגזרת לאפס, ובמהלך פתרון המשוואה לפעמים **מחלקים את אגפי המשוואה במספר שלילי**. במקרה כזה אם יתייחסו לביטוי המתקבל כאל הנגזרת לצורך מציאת סימן הנגזרת ב"טבלת עלייה וירידה", סוג הקיצון וכן תחומי העלייה והירידה יתאימו לפונקציה $-f$ (השיקוף בציר ה-x) ולא לפונקציה המבוקשת f.

הצעה לפתרון דף הפעילות *מתאימים גרפים*

גרף הפונקציה המקורית :

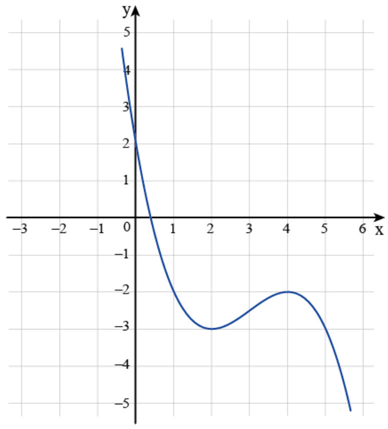


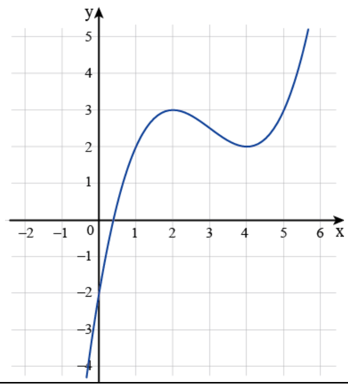
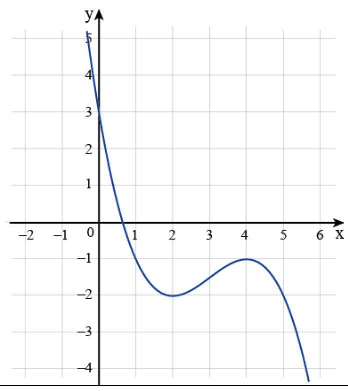
התבנית	תשובה מס'	הגרף	נימוק
$f(x)+2$	4		כל ערך של הפונקציה המקורית גדל ב- 2 לכן מתקבלת הזזה אנכית של שתי יחידות כלפי מעלה של הגרף המקורי
$-f(x)$	3		במקום כל ערך של הפונקציה המקורית מתקבל הערך הנגדי לו, לכן הגרף הוא שיקוף ביחס לציר ה- x של גרף הפונקציה המקורית

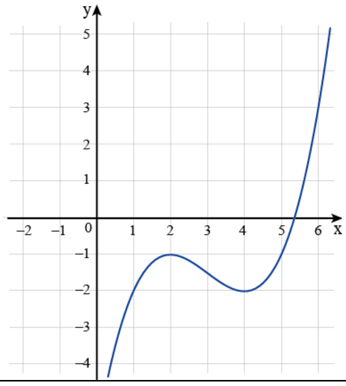
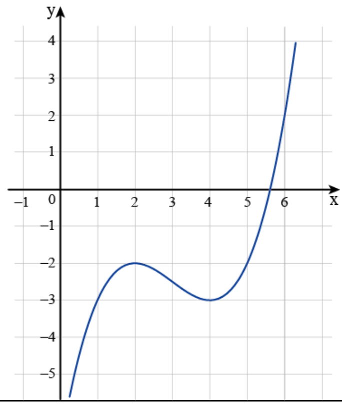
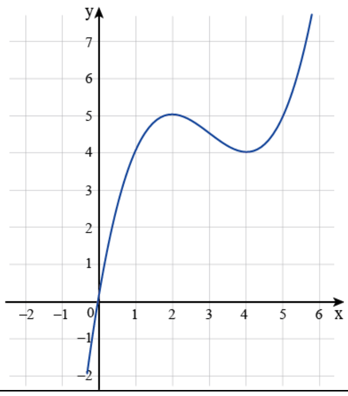
נימוק	הגרף	תשובה מס'	התבנית
לאחר ביצוע הזזה אנכית של שתי יחידות כלפי מעלה, מבצעים שיקוף ביחס לציר ה- x של הפונקציה.		2	$-(f(x)+2)$
ראשית מבצעים שיקוף ביחס לציר ה- x ואז מבצעים הזזה אנכית של שתי יחידות כלפי מעלה.		1	$-f(x)+2$

הצעה לפתרון דף הפעילות *מתחשבים באילוצים*

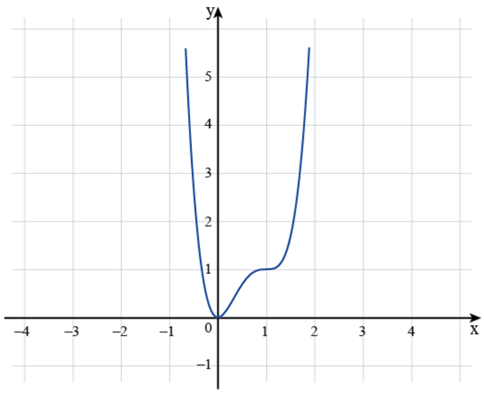
סעיף א'



התבנית	יכולה להתאים?	הגרף	נימוק
$h(x) = -f(x)$	לא		שיקוף ביחס לציר ה- x מעביר את שתי נקודות הקיצון לרביע הראשון.
$h(x) = f(x) + 1$	כן		ההזזה האנכית ביחידה אחת כלפי מעלה משאירה את נקודות הקיצון ברביע הרביעי.

התבנית	יכולה להתאים?	הגרף	נימוק
$h(x)=-f(x)-4$	כן		פעולת השיקוף ביחס לציר ה- x מעבירה את נקודות הקיצון לרביע הראשון, אבל ההזזה האנכית ב- 4 יחידות כלפי מטה, מורידה אותן כך ששתיהן ברביע הרביעי.
$h(x)=-\left(f(x)+5\right)$	כן		ראשית מתבצעת הזזה אנכית כלפי מעלה ב- 5 יחידות, ולאחר מכן שיקוף של הפונקציה המוזזת ביחס לציר ה- x . לכן שתי נקודות הקיצון נשארות ברביע הרביעי.
$h(x)=-\left(f(x)-2\right)$	לא		ראשית מתבצעת הזזה אנכית של שתי יחידות כלפי מטה של הפונקציה, ואח"כ שיקוף ביחס לציר ה- x, לכן נקודות הקיצון נמצאות ברביע הראשון.

סעיף ב'



א.

הנקודה	פיתול?	נימוק
$(1,4)$	לא	אם לפונקציה אחרי פעולת הזזה אנכית ושיקוף ביחס לציר ה- x יש נקודת מקסימום ב- $(0,3)$, אז נקודת הפיתול חייבת להיות נמוכה יותר.
$(1,2)$	כן	הפער בשיעורי ה- y בין נקודת הקיצון לנקודת הפיתול הוא 1. אם לפונקציה אחרי פעולת הזזה אנכית ושיקוף ביחס לציר ה-x יש נקודת מקסימום ב- $(0,3)$, אז נקודת הפיתול היא- $(1,2)$.
$(1,0)$	לא	הפער בשיעורי ה- y בין נקודות הקיצון לנקודת הפיתול הוא 1. אם לפונקציה אחרי פעולת הזזה אנכית ושיקוף ביחס לציר ה-x יש נקודת מקסימום ב- $(0,3)$, אז נקודת הפיתול אינה יכולה להיות ב- $(1,0)$.

ב. לפונקציה $h(x)$ יש שתי נקודות חיתוך עם ציר ה- x.

ג. למשל $k(x) = -f(x) - 2$ או $k(x) = -(f(x) + 3)$