



# תיק משימטיקה

## עלייה וירידה

## חיוביות ושליליות

להגשה פרטנית נא לפנות: [st.negishut@weizmann.ac.il](mailto:st.negishut@weizmann.ac.il)

© כל הזכויות שמורות

## תוכן עניינים

3	פתיחה
3	מטרות התיק
3	זמני עבודה משוערים
3	החומרים והעזרים הדרושים
4	רקע
4	הצעה למהלך העבודה
5	עבודה על משימות הערכה
6	משימה 1: עולה? יורדת? חיובית? שלילית?
7	משימה 2: מהן הפונקציות?
8	משימה 3: שרטוט גרף
9	הערכת תוצרי תלמידים
11	פעילות בעקבות ההערכה
11	פעילות: מה קורה בתחום?
12	עבודה על דף הפעילות: מה קורה בתחום? – חלק א'
13	דיון
14	עבודה על דף הפעילות: מה קורה בתחום? – חלק ב'
15	דיון
16	עבודה על דף הפעילות: מה קורה בתחום? – חלק ג'



## מטרות התיק

לסייע למורה להעריך את יכולת התלמידים לקשר בין גרף של פונקציה ובין תחומי העלייה, הירידה, החיוביות והשליליות שלה, ולתת מענה לקשיים שמתגלים.

ההערכה והמענה לקשיים מתמקדים ביכולת התלמידים: לקשר בין סקיצה נתונה של גרף של פונקציה ובין תחומי עלייה, ירידה, חיוביות ושליליות של הפונקציה. לשרטט סקיצה של גרף של פונקציה בהינתן תחומי עלייה, ירידה, חיוביות ושליליות שלה.



## זמני עבודה משוערים

עבודה על משימות הערכה: 20-30 דקות.  
פעילות בעקבות ההערכה: כ- 60 דקות.



## החומרים והעזרים הדרושים

לצורך העבודה על משימות הערכה (לכל תלמיד/ה):

דף משימה 1: [עולה? יורדת? חיובית? שלילית?](#)

דף משימה 2: [מהן הפונקציות?](#)

דף משימה 3: [שרטוט גרף.](#)

לצורך הפעילות בעקבות ההערכה (לכל תלמיד/ה):

לפעילות חלק א'

▪ דף הפעילות: [מה קורה בתחום? – חלק א'.](#)

▪ יישומון: [חיובית או שלילית.](#)

לפעילות חלק ב'

▪ דף הפעילות: [מה קורה בתחום? – חלק ב'.](#)

לפעילות חלק ג'

▪ דף הפעילות: [מה קורה בתחום? – חלק ג'.](#)

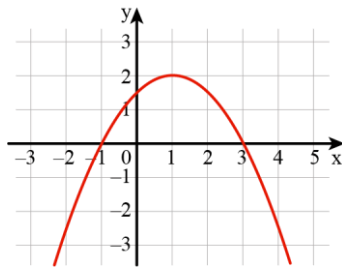
▪ ערכת כרטיסים לגזירה: [רצף פונקציות ותכונות](#), לדף הפעילות.

<sup>1</sup>חמישה תיקי משימטיקה עוסקים בקשר בין תכונות מאפיינות של פונקציה ובין גרף הפונקציה: [גילוי גרף בעזרת שאלות](#), [גילוי גרף בעזרת שאלות: פונקציות קוויות וריבועיות](#), [תכונות של גרפים](#), [תכונות של פונקציה ריבועית](#), [ועלייה וירידה חיוביות ושליליות](#).



## רקע

במסגרת העיסוק בפונקציות משתמשים לעיתים קרובות בתכונות מאפיינות של פונקציות כמו, תחומי עלייה, תחומי ירידה, נקודות אפס, נקודות קיצון ועוד. לדוגמה, כאשר חוקרים פונקציה המופיעה בייצוג אלגברי ומשרטטים את הגרף שלה על סמך תכונות מאפיינות שהתבררו בחקירתה. תלמידים נוטים לקשר בין התכונות עלייה וירידה של פונקציות ובין התכונות חיוביות ושליליות של פונקציות. לדוגמה, תלמידים טוענים לעיתים שהפונקציה שבשרטוט יורדת רק בתחום  $x > 3$ , כי לא ייתכן לדעתם שהפונקציה יורדת בתחום שבו היא חיובית.



קשיים קיימים גם כאשר עוסקים בכל תכונה בנפרד. למשל, חלק מהתלמידים נוטים לקשר בין הסימן של ערכי הפונקציה לבין הסימן של ערכי ה- $x$ . לכן הם מתקשים לראות שהתחום  $-1 < x < 0$  (עבור הפונקציה שבשרטוט) הוא תחום שבו הפונקציה חיובית כי הוא נמצא בחלק השלילי של ציר ה- $x$ . ייתכן שהבלבול נובע גם מהשפה בה משתמשים, כי כשאומרים תחום חיוביות מתכוונים לתחום שבו הפונקציה חיובית ולא לתחום חיובי. התיק עלייה וירידה חיוביות ושליליות נועד לסייע למורה לזהות תלמידים שיש להם קשיים אלה ולתת להם מענה.



## הצעה למהלך העבודה

עבודה על משימות הערכה:

- משימה 1: עולה? יורדת? חיובית? שלילית?
- משימה 2: מהן הפונקציות?
- משימה 3: שרטוט גרף.

הערכת תוצרי התלמידים.

פעילות בעקבות ההערכה.

## עבודה על משימות הערכה

בתיק זה שלוש משימות הערכה:

משימה 1: **עולה? יורדת? חיובית? שלילית?**

משימה 2: **מהן הפונקציות?**

משימה 3: **שרטוט גרף.**

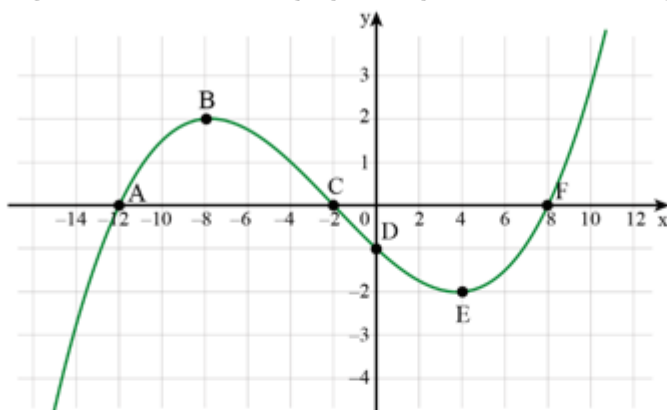
בשתי המשימות הראשונות התלמידים מתבקשים לקשר בין גרפים של פונקציות ובין תחומי עלייה, ירידה, חיוביות ושליליות שלה. במשימה השלישית התלמידים מתבקשים לשרטט גרף של פונקציה על פי תחומי עלייה, ירידה, חיוביות ושליליות שלה.



## משימה 1: עולה? יורדת? חיובית? שלילית?

### משימה 1: עולה? יורדת? חיובית? שלילית?

לפניכם גרף של פונקציה רציפה ומוגדרת ב- $R$ . כל נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים וכל נקודות הקיצון שלה מסומנות על הגרף.



א. סמנו את כל התכונות שהפונקציה מקיימת בתחום הנתון בכל סעיף.

- |         |        |       |      |                        |
|---------|--------|-------|------|------------------------|
| שליילית | חיובית | יורדת | עולה | 1. בתחום $-2 < x < 2$  |
| שליילית | חיובית | יורדת | עולה | 2. בתחום $x < -12$     |
| שליילית | חיובית | יורדת | עולה | 3. בתחום $-8 < x < -2$ |

ב. רשמו את כל התחומים שבהם הפונקציה:

1. שליילית: \_\_\_\_\_
2. שליילית ויורדת: \_\_\_\_\_
3. שליילית ועולה: \_\_\_\_\_

[למשימה 1 מוגשת](#)



## משימה 2: מהן הפונקציות?

משימה 2: מהן הפונקציות?  
לפניכם ארבעה גרפים של פונקציות.



לכל תכונה בטבלה שלפניכם, סמנו את כל הפונקציות המקיימות את התכונה בכל התחום הרשום.

פונקציות המקיימות את התכונה	התכונה	
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $0 < x < 3$ הפונקציה שלילית	<b>דוגמה:</b>
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $-2 < x < -1$ הפונקציה חיובית	א.
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $2 < x < 4$ הפונקציה עולה	ב.
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $-1 < x < 1$ הפונקציה שלילית	ג.
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $-1 < x < 1$ הפונקציה יורדת	ד.
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $1 < x < 2$ הפונקציה חיובית יורדת	ה.
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $-4 < x < -3$ הפונקציה שלילית ועולה	ו.

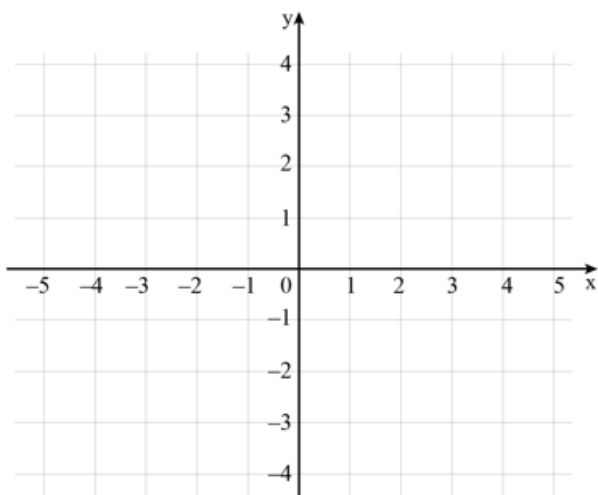
[למשימה 2 מוגשת](#)



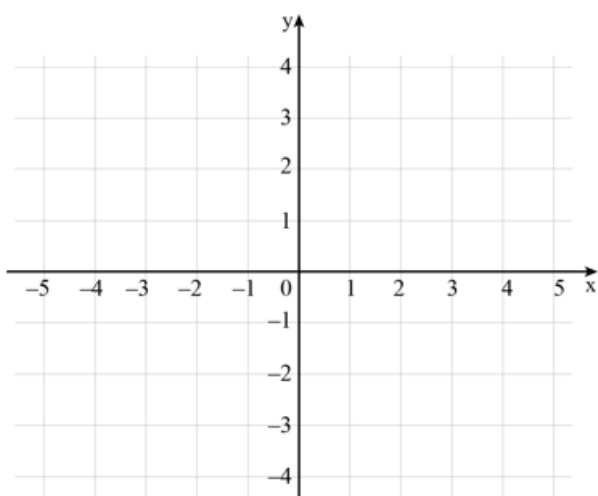
## משימה 3: שרטוט גרף

### משימה 3: שרטוט גרף

א. שרטטו במערכת הצירים שלפניכם שני גרפים אפשריים של פונקציה שהיא חיובית ועולה בתחום  $-5 < x < -1$



ב. שרטטו במערכת הצירים שלפניכם שני גרפים אפשריים של פונקציה שהיא שלילית ועולה בתחום  $0 < x < 3$ .



[למשימה 3 מוגשת](#)

## הערכת תוצרי תלמידים

לצורך הערכת תוצרי התלמידים ומיון התשובות שלהם ניתן להיעזר בטבלה הבאה:

שם התלמיד/ה	כל התשובות נכונות	טעו בקישור בין גרף ובין תחומי עלייה, ירידה, חיוביות ושליליות	הערות
<a href="#">תלמיד 1</a>	√		
<a href="#">תלמיד 2</a>		√	
<a href="#">תלמיד 3</a>		√	
סך-הכול			

לבדיקת תוצרי התלמידים ניתן להיעזר בפתרון המשימות שלהלן.

פתרון משימה 1: **עולה? יורדת? חיובית? שלילית?**

א. 1. בתחום  $-2 < x < 2$  הפונקציה יורדת ושלילית.

2. בתחום  $x < -12$  הפונקציה עולה ושלילית.

3. בתחום  $-8 < x < -2$  הפונקציה יורדת וחיובית.

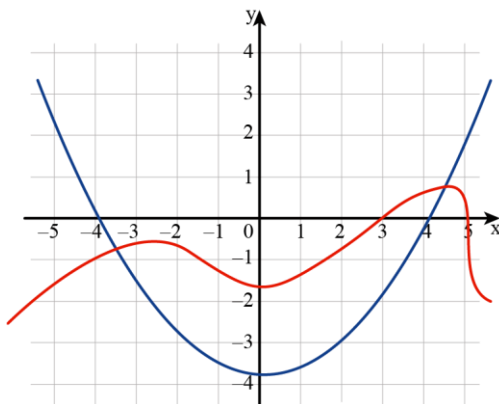
ב. 1.  $-2 < x < 8$  ,  $x < -12$

2.  $-2 < x < 4$

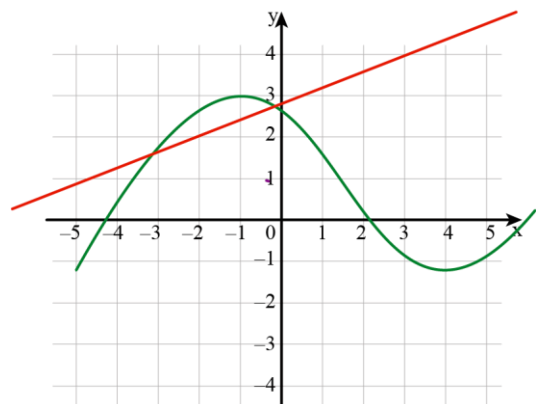
3.  $4 < x < 8$  ,  $x < -12$

פונקציות המקיימות את התכונה	התכונה	
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $0 < x < 3$ הפונקציה שלילית	דוגמה:
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $-2 < x < -1$ הפונקציה חיובית	א.
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $2 < x < 4$ הפונקציה עולה	ב.
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $-1 < x < 1$ הפונקציה שלילית	ג.
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $-1 < x < 1$ הפונקציה יורדת	ד.
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $1 < x < 2$ הפונקציה חיובית ויורדת	ה.
$g(x)$ $k(x)$ $h(x)$ $f(x)$	בתחום $-4 < x < -3$ הפונקציה שלילית ועולה	ו.

ב. דוגמאות



א. דוגמאות



## פעילות בעקבות ההערכה

להלן מוצעת פעילות שמטרתה לסייע למורה לתת מענה לקשיים שונים שהתגלו בניתוח תוצרי התלמידים.



### פעילות: מה קורה בתחום?

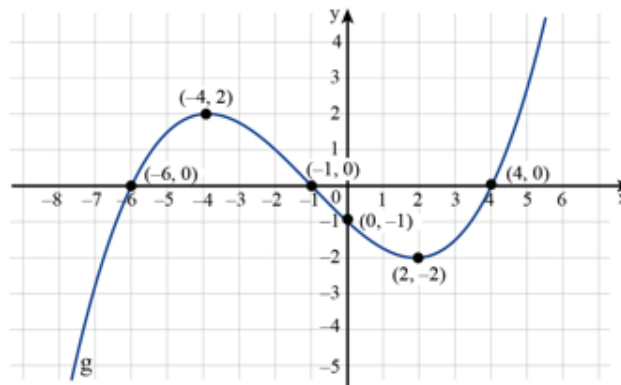
#### שלבי הפעילות

1. עבודה על דף הפעילות: **מה קורה בתחום? – חלק א'.**
2. דיון.
3. עבודה על דף הפעילות: **מה קורה בתחום? – חלק ב'.**
4. דיון.
5. עבודה על דף הפעילות: **מה קורה בתחום? – חלק ג'.**

עבודה על דף הפעילות: מה קורה בתחום? – חלק א'

דף הפעילות: מה קורה בתחום? – חלק א'

לפניכם גרף הפונקציה  $g(x)$ .



1. המורה ביקשה לרשום את התחום שבו הפונקציה  $g(x)$  שלילית.

**שושי** רשמה: הפונקציה שלילית בתחום  $-1 < x < 4$

**יונית** רשמה: הפונקציה שלילית בתחום:  $-6 < x < -1$

**אבנר** רשם: הפונקציה שלילית בתחום:  $x < -6$ ,  $-1 < x < 4$

**דור** רשם: הפונקציה שלילית בתחום:  $-4 < x < 2$

מי צודק/ת?  שושי  יונית  אבנר  דור

**שערו:** מה גרם לכל אחת מהטעויות שזיהיתם?

---



---

2. המורה ביקשה לקבוע אם הפונקציה  $g(x)$  חיובית או שלילית בתחום  $-1 < x < 4$ , ולנמק.

**אסתר** אמרה: הפונקציה חיובית כי המספרים על ציר ה-x בתחום הזה חיוביים.

**ריבה** אמרה: הפונקציה שלילית כי שיעורי  $y$  של הנקודות בתחום הזה שליליים.

**בוריס** אמר: הפונקציה חיובית כי היא חלק של פרבולה חיובית

**יוסף** אמר: הפונקציה שלילית וגם חיובית כי היא יורדת ועולה.

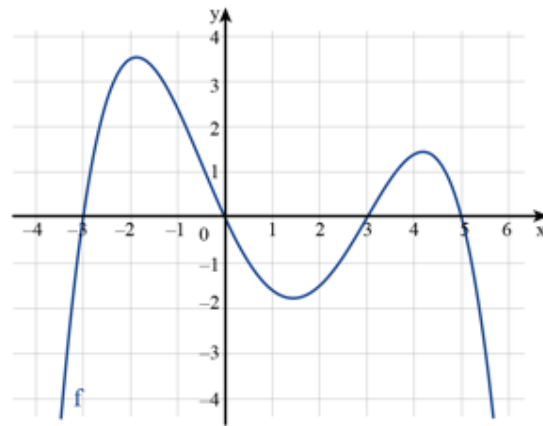
**דנה** אמרה: הפונקציה שלילית כי הגרף שלה נמצא מתחת לציר ה-x בתחום הזה.

**גיל** אמר: הפונקציה חיובית וגם שלילית כי חלק מהגרף נמצא מימין לציר ה-y וחלק משמאל.

הקיפו את שמות התלמידים/ ות שבחרו תכונה נכונה, ונימקו נכון.

אסתר      ריבה      בוריס      יוסף      דנה      גיל

3. לפניכם גרף הפונקציה  $f(x)$ .



סמנו נכון או לא נכון.

- |                                     |                |
|-------------------------------------|----------------|
| בתחום $0 < x < 3$ הפונקציה חיובית   | נכון / לא נכון |
| בתחום $x > 5$ הפונקציה שלילית.      | נכון / לא נכון |
| בתחום $-3 < x < 0$ הפונקציה חיובית. | נכון / לא נכון |
| בתחום $-1 < x < 0$ הפונקציה שלילית. | נכון / לא נכון |
| בתחום $0 < x < 1$ הפונקציה שלילית.  | נכון / לא נכון |

4. פתחו את היישומן: **חיובית או שלילית.**

עליכם לגרור את הנקודה A ולעקוב אחרי שיעורי y של הנקודות על הגרף בתחומים השונים. קבעו את התחומים שבהם הפונקציה חיובית ואת התחומים שבהם הפונקציה שלילית.

[לפעילות חלק א מוגשת](#)

**דיון**

לסיכום דנים בהיבטים הבאים:

תפקיד שיעורי הנקודות על הגרף בקביעת התחומים בהם הפונקציה חיובית או שלילית.

- שיעורי ה-y קובעים אם הפונקציה חיובית או שלילית או אפס, כי שיעורי ה-y הם ערכי הפונקציה.
- שיעורי ה-x קובעים את התחום שבו הפונקציה חיובית או שלילית או אפס.

קביעת תחומי חיוביות ושליליות של פונקציה:

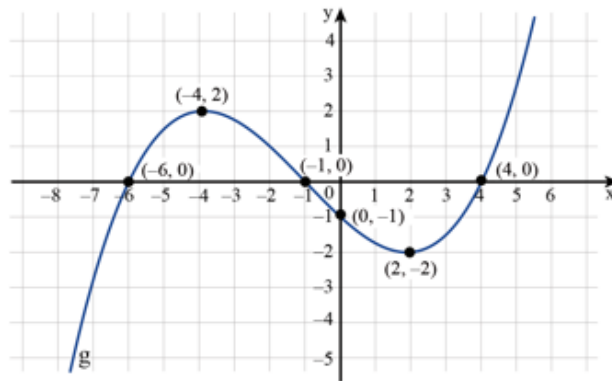
- אין קשר בין סימני המספרים בתחום מסוים לבין השאלה אם הפונקציה חיובית או שלילית באותו תחום.
- פונקציה יכולה להיות חיובית בתחום שבו מספרים חיוביים (בחלק החיובי של ציר ה-x), ויכולה להיות חיובית בתחום שבו מספרים שליליים (בחלק השלילי של ציר ה-x). כמו כן היא יכולה להיות שלילית בכל אחד מהתחומים האלה.
- התחום שבו פונקציה חיובית או שלילית יכול להיות תחום מפוצל לשני חלקים או יותר.

עבודה על דף הפעילות: מה קורה בתחום? – חלק ב'

דף הפעילות: מה קורה בתחום? – חלק ב'

לפניכם גרף הפונקציה  $f(x)$ . הפונקציה רציפה ומוגדרת ב- $\mathbb{R}$ .

כל נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים וכל נקודות הקיצון שלה מסומנות על הגרף.



קבוצת תלמידים ותלמידות התבוננו בגרף.

א. נאווה אמרה: בתחום  $-4 < x < -1$  הפונקציה יורדת וחיובית

תמי אמרה: לא ייתכן שהפונקציה יורדת וחיובית בתחום זה כי אם היא יורדת היא לא יכולה להיות חיובית.

מי צודקת?  נאווה  תמי

הסבירו: \_\_\_\_\_

ב. גלית אמרה: בתחום  $2 < x < 4$  הפונקציה חיובית ועולה

מירי אמרה: לא ייתכן שהפונקציה חיובית בתחום  $2 < x < 4$  כי הגרף בתחום זה נמצא מתחת לציר ה- $x$ .

מי צודקת?  גלית  מירי

הסבירו: \_\_\_\_\_

ג. אלכס אמר: בתחום  $x < -6$  הפונקציה שלילית ועולה

יורי אמר: לא ייתכן שפונקציה עולה יכולה להיות שלילית.

מי צודק?  אלכס  יורי

הסבירו: \_\_\_\_\_

ד. מיכאל אמר: הפונקציה שלילית רק בין  $-1$  ל- $2$ . כי שם היא יורדת.

זהבה אמרה: אין קשר בין השליליות של פונקציה לבין הירידה שלה. הפונקציה שלילית בתחומים נוספים.

מי צודקת?  מיכאל  זהבה

הסבירו: \_\_\_\_\_

[לפעילות חלק ב' מונגשת](#)

אין קשר בין התכונות עלייה וירידה של פונקציה לבין התכונות חיוביות ושליליות של הפונקציה. נקודות קיצון עוזרות במציאת התחומים שבהם הפונקציה עולה, והתחומים שבהם הפונקציה יורדת. נקודות החיתוך ונקודות ההשקה של הפונקציה עם ציר ה- $x$  מסייעות במציאת התחומים שבהם הפונקציה חיובית, ואת התחומים שבהם הפונקציה שלילית.

**דף הפעילות: מה קורה בתחום? – חלק ג'**

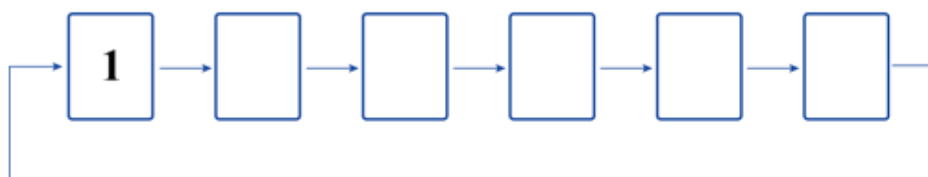
היעזרו בערכת כרטיסים לגזירה (נמצאת בקובץ נפרד), המכילה שישה כרטיסים הממוספרים מ-1 עד 6. כל כרטיס מחולק לשני חלקים: בצד שמאל משורטט גרף של פונקציה, ובצד ימין כתובה תכונה של פונקציה אחרת. גזרו את ששת הכרטיסים לאורך הקווים העבים. עליכם להתאים לכל תכונה, גרף של פונקציה המקיימת את התכונה וכך יתקבל רצף של כל הכרטיסים.

**הוראות יצירת הרצף**

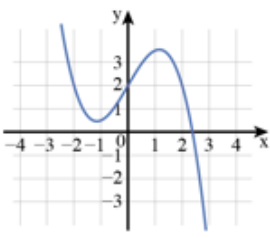

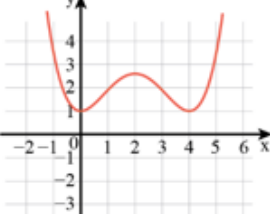
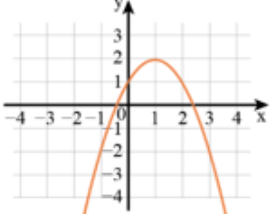
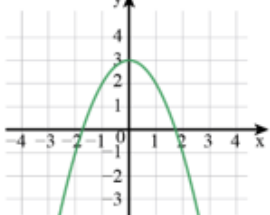
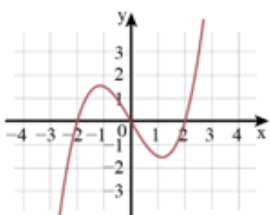
- הניחו את כרטיס מספר 1 על השולחן.
- התבוננו בתכונה שבצד ימין של הכרטיס המונח על השולחן, ומצאו מבין הכרטיסים הנותרים את הכרטיס שעליו משורטט גרף המקיים את התכונה.
- הצמידו את הכרטיס שבחרתם לכרטיס הקודם, כך שגרף הפונקציה יהיה מונח מתחת לתכונה, כמתואר בציור.
- המשיכו להתאים לכל תכונה את גרף הפונקציה המתאים עד שיתקבל רצף מכל הכרטיסים.



- בסיום התהליך אמורה להיות התאמה בין התכונה שבכרטיס האחרון לבין גרף הפונקציה א שבכרטיס הראשון.
- מלאו במשבצות הבאות את מספרי הכרטיסים לפי סדר הרצף שיצרתם.



[לפעילות חלק ג' מונגשת](#)

	<p><b>כרטיס מספר 1</b> הפונקציה חיובית בכל התחום</p>
	<p><b>כרטיס מספר 2</b> בתחום <math>0 &lt; x &lt; 1</math> הפונקציה חיובית ויורדת</p>
	<p><b>כרטיס מספר 3</b> בתחום <math>-1 &lt; x &lt; 1</math> הפונקציה יורדת</p>
	<p><b>כרטיס מספר 4</b> בתחום <math>-1 &lt; x &lt; 0</math> הפונקציה עולה ושליילית</p>
	<p><b>כרטיס מספר 5</b> בתחום <math>-1 &lt; x &lt; 0</math> הפונקציה עולה וחיובית</p>
	<p><b>כרטיס מספר 6</b> בתחום <math>x &lt; 1</math> הפונקציה עולה</p>

[לקובץ כרטיסים](#)