

פרק ג - מודל האטום של בוהר

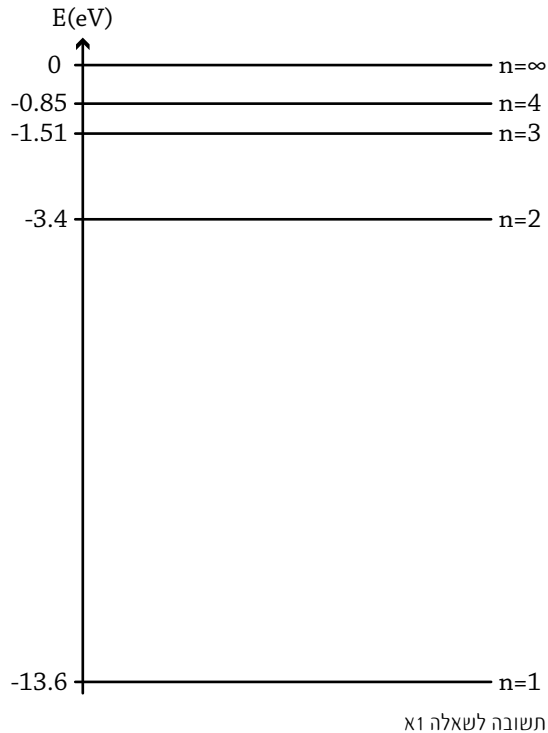
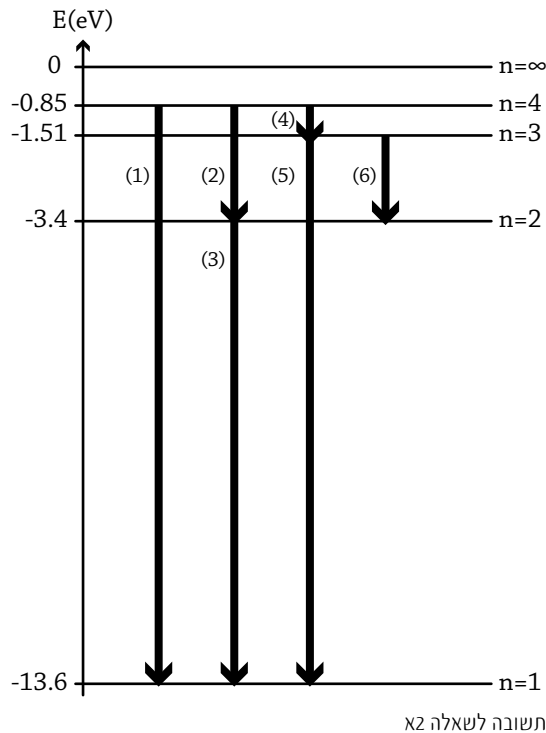
1. א. את רמות האנרגיה של אטום המימן אפשר לחשב באמצעות הקשר: $E_n = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2}$. כאשר מציבים בקשר זה את הערכים $n = 1, 2, 3, 4$ מתקבלים ערכי האנרגיה: $E_1 = -13.6 \text{ eV}$, $E_2 = -3.4 \text{ eV}$, $E_3 = -1.51 \text{ eV}$, $E_4 = -0.85 \text{ eV}$ ו- $E_\infty = 0$. רמת אנרגיית היינון היא $E_\infty = 0$.

דיאגרמת רמות האנרגיה היא התרשים הימני מבין זוג התרשימים שמופיעים אחרי התשובה לשאלה הנוכחית.

ב. אנרגיית האלקטרונים המתנגשים: $\Delta E = E_2 - E_1 = (-3.4) - (-13.6) = 10.2 \text{ eV}$

ג. אורך הגל של הקרינה הנפלטת מהאטומים המעוררים כאשר הם חוזרים לרמת היסוד:

$$\lambda (\text{nm}) = \frac{1240}{\Delta E (\text{eV})} = \frac{1240}{10.2} \approx 122 \text{ nm}$$



2. א. ספקטרום הפליטה כולל 6 קווים ספקטראליים, המסומנים בתרשים השמאלי שאחרי התשובה לשאלה 1.

ב. המעבר המתאים לקו ספקטראלי שאורך הגל שלו מזערי הוא מעבר (1) בתרשים התשובה לסעיף א, כי על פי הקשר $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$, אורך גל מזערי של קרינה הנפלטת מאטום, מתאים לשינוי מרבי באנרגיית האטום, וזה מתרחש במעבר (1).

$$\lambda (\text{nm}) = \frac{1240}{E (\text{eV})} = \frac{1240}{E_4 - E_1} = \frac{1240}{(-0.85) - (-13.6)} \approx 97.3 \text{ nm}$$

3. א. אם $E_k = 4 \text{ eV}$ לא יכול להתרחש עירור אטומי כי רמת האנרגיה המעוררת הראשונה, $E_2 = 4.86 \text{ eV}$, גדולה מ- 4 eV . לכן כל אלקטרון יצא מאזור אדי הכספית עם האנרגיה המקורית שלו - 4 eV .

ב. אם $E_k = 8 \text{ eV}$ האלקטרונים יכולים לעורר את הרמות $n = 2$ ו- $n = 3$. אלקטרון שמעורר את הרמה $n = 2$ נשאר עם אנרגיה $E_1 = 8 - 4.86 = 3.14 \text{ eV}$. אלקטרונים אלה לא יוכלו לעורר אטומי כספית נוספים, לכן הם ייצאו עם אנרגיה זו.

אלקטרון שמעורר את הרמה $n = 3$ נשאר עם אנרגיה $E_2 = 8 - 6.67 = 1.33 \text{ eV}$. גם אלקטרונים אלה לא יוכלו לעורר אטומי כספית נוספים, לכן הם ייצאו עם אנרגיה זו.

אלקטרונים שלא יעוררו אף אטום כספית (בגלל שלא התנגשו) ייצאו עם האנרגיה המקורית - 8 eV .

4. א. ספקטרום הבליעה כולל **2 קווים ספקטריים** המתאימים למעברים $1 \leftarrow 2$ ו- $1 \leftarrow 3$.
 ב. הקרינה האלקטרומגנטית הנפלטת כוללת **3 קווים ספקטריים**, המתאימים למעברים

$$1 \leftarrow 3, 1 \leftarrow 2 \text{ ו- } 2 \leftarrow 3$$

ג. נחשב את אורכי הגל של שלושת קווי הפליטה בעזרת נוסחה $\lambda (\text{nm}) = \frac{1240}{E (\text{eV})}$

$$\lambda_{3 \rightarrow 1} = \frac{1240}{12.09} = 102.6 \text{ nm}$$

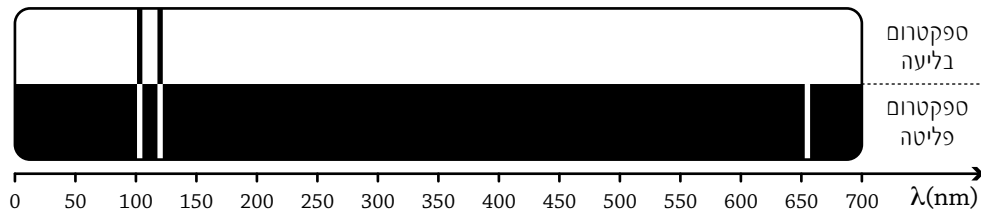
$$\lambda_{3 \rightarrow 2} = \frac{1240}{1.89} = 656.1 \text{ nm}$$

$$\lambda_{2 \rightarrow 1} = \frac{1240}{10.2} = 121.6 \text{ nm}$$

אורך הגל של קו הבליעה במעבר $3 \rightarrow 1$, שווה לאורך הגל של קו הפליטה במעבר $1 \rightarrow 3$, כלומר ל- 102.6 nm .

אורך הגל של קו הבליעה במעבר $2 \rightarrow 1$, שווה לאורך הגל של קו הפליטה במעבר $1 \rightarrow 2$, כלומר ל- 121.6 nm .

בתרשים שלהלן מוצגים ספקטרום הפליטה וספקטרום הבליעה.



5. א. אנרגיית יינון של מימן היא 13.6 eV . אורך גל מרבי של קרינה - זהו אורך הגל של קרינה בעלת אנרגיה 13.6 eV לפוטון:

$$\lambda_{\max} (\text{nm}) = \frac{1240}{E_{\min} (\text{eV})} = \frac{1240}{13.6} = 91.2 \text{ nm}$$

ב. אם באטומי המימן תפגע קרינה בעלת אורך גל קצר מ- 91.2 nm - היא תגרום ליינון אטומי מימן, אך בניגוד למצב המתואר בסעיף א, לאלקטרונים שייעקרו מאטומי המימן תהיה אנרגיה קינטית גדולה מאפס.

ג. לשם עקירת האלקטרון מאטום המימן נחוצה אנרגיה בת 13.6 eV . שאר אנרגיית האלקטרון הפוגע, בשיעור $15 - 13.6 = 1.4 \text{ eV}$ תימסר לאלקטרון המשתחרר, כאנרגיה קינטית.

6. א. לא. אילו העירור היה מתרחש, אז אנרגיית האטום לאחר העירור היתה צריכה להיות $-1.11 \text{ eV} = -6.11 + 5$, ואין לאטומי הסידן רמת אנרגיה כזו.

ב. כן. אלקטרון שמתנגש באטום סידן יכול להעביר לו אנרגיה בת $4.13 \text{ eV} = (-6.11) - (-1.98)$, וכך לעורר אותו לרמה $n = 2$.

7. האפשרות הנכונה היא (2).

8. האפשרות הנכונה היא (2).

9. האלקטרונים מעוררים את אטומי המימן לרמה $n = 2$, תוך מסירה 10.2 eV . אטומי המימן המעוררים שיוורדים לרמת היסוד פולטים פוטונים בעלי אנרגיה של 10.2 eV . פוטונים אלה יכולים לעקור אלקטרונים מלוח המתכת - אנרגיה של 2 eV משמשת לעקירת אלקטרון ויתר האנרגיה בשיעור $8.2 \text{ eV} = 10.2 - 2$ מהווה את האנרגיה הקינטית של אלקטרון שנעקר מלוח המתכת.

10. א. באמצעות מנסרה משולשת, ובאמצעות סריג עקיפה.

ב. ספקטרום בדיד.

ג. הרכב הספקטרום נקבע על ידי רמות האנרגיה של האטום.

11. א. תכונות שאפשר להסביר בעזרת מודל האטום של בוהר:

(1) גודל האטום

(2) אורכי הגל של הקווים הספקטרליים

(3) נטרליות חשמלית

(4) ערך אנרגיית היינון

ב. אי אפשר להסביר בעזרת מודל האטום של בוהר את העוצמה היחסית של הקווים הספקטראליים הנפלטים מאטומי מימן.

ג. אי אפשר להסביר בעזרת מודל האטום של בוהר את אורכי הגל של הקווים הספקטראליים של קרינה הניפלטת מגזים שונים ממימן.

12. תחילה יש לאדות את המוצק, ואחר-כך להעביר זרם חשמלי דרך האדים.

13. א. אנרגיית הפוטונים של אור שאורך הגל שלו 656.3 nm :

$$E (\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda (\text{nm})} = \frac{1240}{656.3} = 1.89 \text{ eV}$$

$$E_n = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2} \quad \text{ב. רמות האנרגיה ניתנות על ידי הקשר:}$$

$$\text{מכאן: } E_1 = -\frac{13.6 \text{ eV}}{1^2} = -13.6 \text{ eV}; \quad E_2 = -\frac{13.6 \text{ eV}}{2^2} = -3.4 \text{ eV}; \quad E_3 = -\frac{13.6 \text{ eV}}{3^2} = -1.51 \text{ eV}$$

$$E_4 = -\frac{13.6 \text{ eV}}{4^2} = -0.85 \text{ eV}$$

ג. הקו הספקטרולי שאורך הגל שלו הוא 656.3 nm, ואנרגיית הפוטון (על פי סעיף א) היא 1.89 eV, מתאים

$$\text{למעבר מ- } n = 3 \text{ ל- } n = 2. \text{ כי } E_3 - E_2 = -1.51 - (-3.4) = 1.89 \text{ eV}$$

$$\lambda_{4 \rightarrow 1}(\text{nm}) = \frac{1240}{E(\text{eV})} = \frac{1240}{E_4 - E_1} = \frac{1240}{-0.85 - (-13.6)} = 97.3 \text{ nm} \quad \text{ד.}$$

$$\lambda_{3 \rightarrow 1}(\text{nm}) = \frac{1240}{E(\text{eV})} = \frac{1240}{E_3 - E_1} = \frac{1240}{-1.51 - (-13.6)} = 102.6 \text{ nm}$$

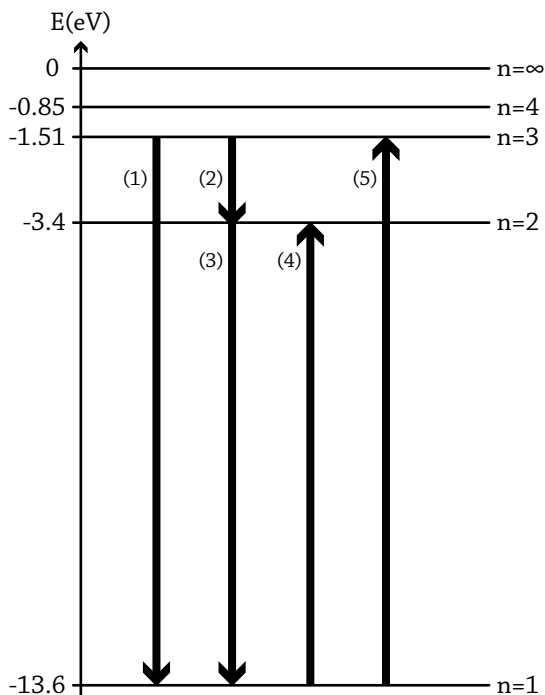
$$\lambda_{2 \rightarrow 1}(\text{nm}) = \frac{1240}{E(\text{eV})} = \frac{1240}{E_2 - E_1} = \frac{1240}{-3.4 - (-13.6)} = 121.6 \text{ nm}$$

$$\lambda_{4 \rightarrow 2}(\text{nm}) = \frac{1240}{E(\text{eV})} = \frac{1240}{E_4 - E_2} = \frac{1240}{-0.85 - (-3.4)} = 486.3 \text{ nm}$$

$$\lambda_{4 \rightarrow 3}(\text{nm}) = \frac{1240}{E(\text{eV})} = \frac{1240}{E_4 - E_3} = \frac{1240}{-0.85 - (-1.51)} = 1878.8 \text{ nm}$$

14. א. דיאגרמת 4 רמות האנרגיה הראשונות של אטום המימן מופיעות בתרשים הימני מבין שני התרשימים המופיעים לאחר התשובה לשאלה 1.

ב. (1) האלקטרונים יכולים לעבור אטומי מימן לרמה $n = 2$, שגבוהה מרמת היסוד ב- 10.2 eV. לכן, האנרגיה



שנשארת לאלקטרון באלומה, לאחר שהוא גורם לעירור, היא $11 - 10.2 = 0.8 \text{ eV}$.

(2) האלקטרונים באלומה יכולים לעבור את אטומי המימן לרמות $n = 2$ ו- $n = 3$. ספקטרום הפליטה יכול לכולל 3 קווים ספקטראליים המתאימים למעברי רמות האנרגיה $1 \rightarrow 2$, $1 \rightarrow 3$ ו- $2 \rightarrow 3$, כמתואר על ידי החצים (1), (2) ו- (3), המצביעים כלפי מטה ומופיעים בתרשים שבצד שמאל.

(3) אלקטרונים אלה יכולים ליינן אטומי מימן על ידי כך שאנרגיה השווה ל- 13.6 eV או גדולה ממנה תעבור מאלקטרוני האלומה לאטום. לכן לאלקטרונים שגרמו ליינון יכולה להיות אנרגיה E בתחום $0 \leq E \leq 1.4 \text{ eV}$.

ג. (1) לא. אילו היה מתרחש עירור אטומי, הפוטון היה צריך להיבלע, כלומר האטום היה צריך לעלות לרמת אנרגיה $11 - 13.6 = -2.6 \text{ eV}$, אך אין לאטום רמת אנרגיה כזו.

(2) ספקטרום הבליעה יכול לכולל 2 קווים ספקטראליים, המתאימים למעברים $1 \rightarrow 2$ ו- $1 \rightarrow 3$, כמתואר על ידי החצים (4) ו- (5) המכוונים כלפי מעלה והמופיעים בתרשים.

$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})} = \frac{1240}{588} = 2.11 \text{ eV} \quad \text{15. א.}$$

ב. כאשר האטום בולע קרינה במעבר מ- $n = 2$ ל- $n = 4$, אנרגיית הפוטון הנבלע היא:

$$E = E_4 - E_2 = -1.52 - (-3.63) = 2.11 \text{ eV}$$

וזה מתאים לקו הבליעה הנתון בשאלה.

ג. אנרגיית היינון של אטום הליום הנמצא ברמה $n = 2$:

$$E = E_\infty - E_2 = 0 - (-3.63) = 3.63 \text{ eV}$$

אורך הגל של הפוטון האנרגטי ביותר בתחום הנראה הוא 400 nm , האנרגיה שלו:

$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})} = \frac{1240}{400} = 3.1 \text{ eV}$$

אנרגיה זו קטנה מאנרגיית היינון, לכן אור נראה אינו יכול ליינן אטום הליום הנמצא ברמה $n = 2$.

16. בניסוי פרנק-הרץ מאיצים אלקטרונים ממנוחה בתוך השפופרת שבה נמצא הגז, ולא מעבירים אלקטרונים שכבר רכשו אנרגיה גבוהה לפני הגעתם לגז.

17. א. לא נפלטת קרינה מן השפופרת, כי האנרגיה שרוכשים האלקטרונים בתום ההאצה היא בת 3 eV , ואנרגיה זו אינה מספיקה לעירור אטומי גז הכספית.

ב. כאשר המתח 5 V , אטומי הכספית שמהם נפלטת קרינה נמצאים במקום ששיעורו בערך $9.8 \text{ cm} - 10 \text{ cm}$.

ג. כאשר המתח 10 V , אטומי הכספית שמהם נפלטת קרינה נמצאים בעיקר בשני תחומים: תחום ראשון נמצא בערך ב- $4.9 \text{ cm} - 5 \text{ cm}$, ותחום שני נמצא בערך ב- $9.8 \text{ cm} - 10 \text{ cm}$.

18. א. הפרש המתחים שצפוי להתקבל בגרף בין שתי נקודות מקסימום סמוכות הוא פער האנרגיה בין הרמה $n = 1$ לרמה $n = 2$ באטום המימן, דהיינו $10.2 \text{ eV} = (-13.6) - (-3.4)$.

ב. תיפלט קרינה כתוצאה ממעבר אטומי מרמה $n = 2$ לרמה $n = 1$, כלומר אנרגיית הפוטון תהיה 10.2 eV . אורך הגל של קרינה זו:

$$\lambda(\text{nm}) = \frac{1240}{E(\text{eV})} = \frac{1240}{10.2} = 121.6 \text{ nm}$$

ג. כאשר המתח המאין הוא 30 V , אלקטרון שנפלט מן הקתודה יכול לעורר לכל היותר 2 אטומי מימן.

הסבר: לאחר שהאלקטרון יעבור כברת דרך שהמתח בין קצותיה הוא 10.2 V (חלק מהמתח 30 V) וירכוש אנרגיה בת 10.2 eV הוא יוכל לעורר אטום מימן (זה יתרחש במקום בשפופרת הקרוב יותר לקתודה מאשר לסריג).

לאחר העירור, האלקטרון ישאר עם אנרגיה אפס, אך עדיין לפניו כברת דרך שבה יתרת מתח בשיעור של $19.8 \text{ V} = 30 - 10.2$. לאחר שיואץ שוב ממנוחה בהפרש פוטנציאלים של 10.2 V (חלק מהמתח 19.8 V) וירכוש אנרגיה בת 10.2 eV , הוא יוכל לעורר אטום מימן שני. לאחר העירור ישאר שוב עם אנרגיה קינטית אפס.

מעתה הוא מואץ על ידי מתח של $9.6 \text{ V} = 30 - 2 \cdot 10.2$. האנרגיה המרבית שהאלקטרון ירכוש תהיה בת 9.6 eV , ואנרגיה זו אינה מספיקה לעורר אטום מימן שלישי.

19. הגז צריך להיות מספיק קלוש, כך שלפני שהאלקטרון ירכוש אנרגיה שדרושה לו כדי לעורר את הרמה $n = 3$ - יהיה לו סיכוי נמוך להתנגש באטום כספית.

20. ההסתברות להתנגשות אלקטרון מואץ עם אטום כספית מעורר היא נמוכה מאוד, כי משך הזמן שבו האטום הוא מעורר - נמוך מאוד - מסדר גודל של 10^{-8} שנייה (זמן החיים של הרמה).

21. נפתח ביטוי לרדיוסים המותרים של האלקטרון באטום שבו הגרעין כולל Z פרוטונים, אך האטומים מיוננים, כך שנשאר להם אלקטרון אחד (נגרעו ממנו $Z-1$ אלקטרונים).

$$(1) \quad 2 \pi r_n \cdot m v_n = n h \quad \text{הנחת בוהר לגבי מסלול אלקטרון:}$$

$$(2) \quad k \frac{Ze \cdot e}{r_n^2} = \frac{m v_n^2}{r_n} \quad \text{החוק השני של ניוטון לגבי אלקטרון:}$$

$$r_n = \frac{h^2}{4\pi^2 m k e^2} \frac{n^2}{Z} \quad \text{מקשרים (1) ו-(2) מקבלים:}$$

מכאן שהרדיוס הקטן ביותר של האלקטרון היחיד בין הליום:

$$r_1 = \frac{h^2}{4\pi^2 m k e^2} \cdot \frac{1^2}{2} \quad \text{יון הליום}$$

ואילו הרדיוס הקטן ביותר שיכול להיות לאלקטרון באטום מימן:

$$r_1 = \frac{h^2}{4\pi^2 m k e^2} \cdot 1^2 \quad \text{מימן}$$

מכאן: $r_1^{\text{מימן}} < r_1^{\text{יון הליום}}$
כלומר, יון הליום שיש לו אלקטרון אחד, קטן מאטום מימן.

22. א. האנרגיה ברמת היסוד של יון זה היא $E_1 = -\frac{Z^2 \cdot 13.6}{1^2} = -13.6Z^2$. האנרגיה של רמת היינון היא $E_\infty = 0$.

מכאן שאנרגיית היינון: $E_B = E_\infty - E_1 = 0 - (-13.6Z^2) = 13.6Z^2$.

לכן: $13.6Z^2 = 54.4$. פתרון המשוואה: $Z = 2$. לכן מדובר ביונים של היסוד **הליום**.

ב. (1) נחשב את שני הערכים הגבוליים של תחום אנרגיות הפוטונים של הקרינה:

$$E_{\min}(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda_{\max}(\text{nm})} = \frac{1240}{40} = 31 \text{ eV}$$

$$E_{\max}(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda_{\min}(\text{nm})} = \frac{1240}{24} = 51.67 \text{ eV}$$

נחשב עתה את רמות האנרגיה הראשונות של יון ההליום:

$$E_3 = -\frac{2^2 \cdot 13.6}{3^2} = -6.04 \text{ eV} ; \quad E_2 = -\frac{2^2 \cdot 13.6}{2^2} = -13.6 \text{ eV} ; \quad E_1 = -\frac{2^2 \cdot 13.6}{1^2} = -54.4 \text{ eV}$$

$$E_5 = -\frac{2^2 \cdot 13.6}{5^2} = -2.18 \text{ eV} ; \quad E_4 = -\frac{2^2 \cdot 13.6}{4^2} = -3.4 \text{ eV}$$

למעבר מרמה $n = 1$ לרמה $n = 2$ דרושה אנרגיה בשיעור:

$$E_2 - E_1 = (-13.6) - (-54.4) = 40.8 \text{ eV}$$

הקרינה המועברת כוללת פוטונים בעלי אנרגיה זו, לכן פוטונים אלה יכולים להיבלע.

למעבר מרמה $n = 1$ לרמה $n = 3$ דרושה אנרגיה בשיעור:

$$E_3 - E_1 = (-6.04) - (-54.4) = 48.36 \text{ eV}$$

גם פוטונים בעלי אנרגיה כזו כלולים בקרינה המועברת, והם יכולים להיבלע.
למעבר מרמה $n = 1$ לרמה $n = 4$ דרושה אנרגיה בשיעור:

$$E_4 - E_1 = (-3.4) - (-54.4) = 51 \text{ eV}$$

גם פוטונים בעלי אנרגיה כזו כלולים בקרינה המועברת, והם יכולים להיבלע.
למעבר מרמה $n = 1$ לרמה $n = 5$ דרושה אנרגיה:

$$E_5 - E_1 = (-2.18) - (-54.4) = 52.22 \text{ eV}$$

פוטונים בעלי אנרגיה כזו אינם כלולים באלומה.
אורכי הגל של ספקטרום הבליעה:

$$\lambda_{1 \rightarrow 2}(\text{nm}) = \frac{1240}{E(\text{eV})} = \frac{1240}{40.8} = 30.4 \text{ nm}$$

$$\lambda_{1 \rightarrow 3}(\text{nm}) = \frac{1240}{E(\text{eV})} = \frac{1240}{48.36} = 25.6 \text{ nm}$$

$$\lambda_{1 \rightarrow 4}(\text{nm}) = \frac{1240}{E(\text{eV})} = \frac{1240}{51} = 24.3 \text{ nm}$$

(2) ספקטרום הפליטה מורכב מ-6 קווים ספקטראליים. המעברים מ- $n = 2, 3, 4$ לרמת היסוד $n = 1$ נמצאים בתחום העל-סגול, לכן ודאי שאינם נמצאים בתחום הנראה. נחשב את אורכי הגל של שלושת הקווים הספקטראליים האחרים:

$$\lambda_{4 \rightarrow 3} = \frac{1240}{E_4 - E_3} = \frac{1240}{(-3.4) - (-6.04)} = 469.7 \text{ nm}$$

קרינה זו נמצאת בתחום הנראה.

$$\lambda_{4 \rightarrow 2} = \frac{1240}{E_4 - E_2} = \frac{1240}{(-3.4) - (-13.6)} = 121.6 \text{ nm}$$

קרינה זו אינה בתחום הנראה.

$$\lambda_{3 \rightarrow 2} = \frac{1240}{E_3 - E_2} = \frac{1240}{(-6.04) - (-13.6)} = 164 \text{ nm}$$

גם קרינה זו אינה בתחום הנראה.

23. א. שלוש ההנחות של מודל האטום של בוהר רשומות בתחילת פרק ג בספר לתלמיד.
ב. המסקנה העיקרית הנובעת מניסוי פרנק-הרץ: האנרגיה של אטום מקוונטט.
ג. עקרון ההתאמה של בוהר רשום בפרק ג בספר לתלמיד (סעיף 7).

24. א. נחשב את אנרגיות הפוטונים של הקרינה שנבלעה:

$$\frac{1240}{\lambda_1(\text{nm})} = \frac{1240}{885.7} = 1.4 \text{ eV}$$

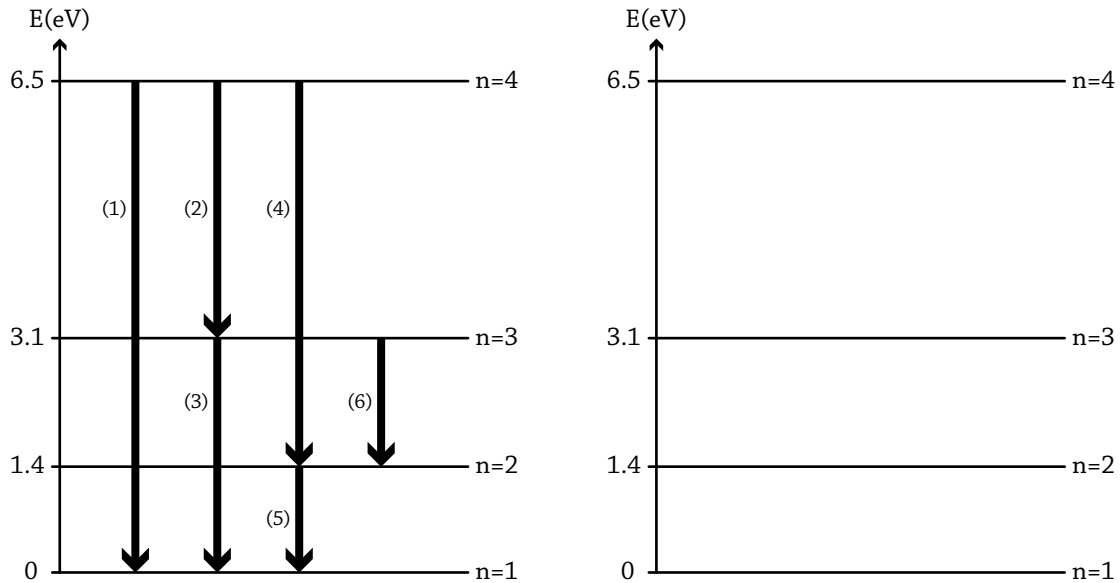
$$\frac{1240}{\lambda_2(\text{nm})} = \frac{1240}{400} = 3.1 \text{ eV}$$

$$\frac{1240}{\lambda_3(\text{nm})} = \frac{1240}{190.8} = 6.5 \text{ eV}$$

אם האנרגיה של רמת היסוד ($n = 1$) תיבחר כאפס ($E_1 = 0$) אזי ערכי האנרגיה של רמות מעוררות יהיו:

$$E_4 = 6.5 \text{ eV} \quad E_3 = 3.1 \text{ eV} \quad E_2 = 1.4 \text{ eV}$$

דיאגרמת רמות האנרגיה היא התרשים הימני:



ב. המעברים שאפשר לקבל בספקטרום הפליטה מופיעים בתרשים השמאלי לעיל.

אנרגיות הפוטונים הנפלטים במעברים אלה:

$$E_{3 \rightarrow 2} = 1.7 \text{ eV} \quad E_{2 \rightarrow 1} = 1.4 \text{ eV} \quad E_{4 \rightarrow 2} = 5.1 \text{ eV} \quad E_{3 \rightarrow 1} = 3.1 \text{ eV} \quad E_{4 \rightarrow 3} = 3.4 \text{ eV} \quad E_{4 \rightarrow 1} = 6.5 \text{ eV}$$

ג. (1) בטבלה שלפניך רשומים ערכי האנרגיה.

אנרגיית אלקטרון (eV) מתנגש				אנרגיית אלקטרון בכניסה לגז (eV)
אחרי התנגשות רביעית	אחרי התנגשות שלישית	אחרי התנגשות שנייה	אחרי התנגשות ראשונה	
0.4	1.8	3.2	4.6 (אחרי עירור ל- $n = 2$)	6
--	0.1	1.5	2.9 (אחרי עירור ל- $n = 3$)	

לכן ערכי האנרגיה של האלקטרונים ביחידה eV:

6 (אלקטרון שלא גרם לעירור), 0.1, 1.5, 2.9, 0.4, 1.8, 3.2, 4.6.

$$\lambda_{3 \rightarrow 1} = \frac{1240}{E_3 - E_1} = \frac{1240}{3.1 - 0} = 400 \text{ nm} \quad (2)$$

$$\lambda_{3 \rightarrow 2} = \frac{1240}{E_3 - E_2} = \frac{1240}{3.1 - 1.4} = 729.4 \text{ nm}$$

$$\lambda_{2 \rightarrow 1} = \frac{1240}{E_2 - E_1} = \frac{1240}{1.4 - 0} = 885.7 \text{ nm}$$

נשים לב ששניים מאורכי גל אלה שווים לאורכי גל בספקטרום הבליעה, כצפוי.

25. א. את אורכי הגל אפשר למדוד באמצעות ספקטרומטר.

ב. ספקטרום הפליטה נוצר על ידי פוטונים בעלי אנרגיות השוות להפרשים בין רמות האנרגיה של האטומים שפלטו את האור. רמות האנרגיה של האטומים מקוונטות, לכן לאנרגיות של הפוטונים ערכים בדידים ולא רציפים, לכן הספקטרום בדיד.

$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{656} = 1.89 \text{ eV} \quad \text{ג. האנרגיה המתאימה לאורך הגל 656 nm:}$$

$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{486} = 2.55 \text{ eV} \quad \text{האנרגיה המתאימה לאורך הגל 486 nm:}$$

ד.ה. התרשימים הם שני התרשימים המופיעים אחרי התשובה לשאלה 1.

ו. הקו הימני - אורך גל 656 nm ואנרגיה של 1.89 eV מתקבל כתוצאה מהמעבר $3 \leftarrow 2$ (מעבר (6) בדיאגרמה שבתשובה לסעיף ה) כי $E_3 - E_2 = 1.89 \text{ eV}$. הקו השני מימין - אורך גל 486 nm ואנרגיה של 2.55 eV מתקבל כתוצאה ממעבר $4 \leftarrow 2$ (מעבר (2) בדיאגרמה שבתשובה לסעיף ה) כי $E_4 - E_2 \approx 2.55 \text{ eV}$.

ז. הקו הימני מתאים כאמור למעבר $3 \leftarrow 2$. נחשב את הרדיוס r_3 המתאים לרמת אנרגיה $n = 3$:

$$r_n = r_1 \cdot n^2 \Rightarrow r_3 = 0.529 \cdot 3^2$$

$$r_n = r_1 \cdot n^2 \Rightarrow r_2 = 0.529 \cdot 2^2$$

נחשב את r_2 :

$$r_3 - r_2 = 0.529 \cdot 9 - 0.529 \cdot 4 = 0.529 \cdot 5 = \mathbf{2.645 \text{ \AA}}$$

26. א. אורך הגל של הקו 310 nm הוא הגדול ביותר, לכן אנרגיית פוטון של קרינה זו היא הקטנה ביותר, מכאן שהקרינה נוצרת על ידי המעבר $2 \leftarrow 1$ באטום. הקו 248 nm מתאים למעבר $3 \leftarrow 1$, הקו 225.5 nm מתאים למעבר $4 \leftarrow 1$, הקו 213.8 nm מתאים ל- $5 \leftarrow 1$.

ב. הקרינה בתחום 150 nm - 177 nm נבלעת כי היא גורמת ליינון אטומי הגז. לקרינה שאורך הגל שלה 177 nm יש בדיוק את אנרגיית היינון, כי היא בעלת אורך הגל הגדול ביותר (האנרגיה הקטנה ביותר) הגורמת ליינון. נחשב את האנרגיה של פוטון השייך לקרינה זו:

$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})} = \frac{1240}{177} \approx 7 \text{ eV}$$

כלומר אנרגיית היינון של אטומי היסוד היא 7 eV.

ג. נחשב את האנרגיה של הקו הספקטרלי שאורך הגל שלו 310 nm:

$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})} = \frac{1240}{310} = 4 \text{ eV}$$

האנרגיה של פוטון מהקו הספקטרלי 248 nm:

$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})} = \frac{1240}{248} = 5 \text{ eV}$$

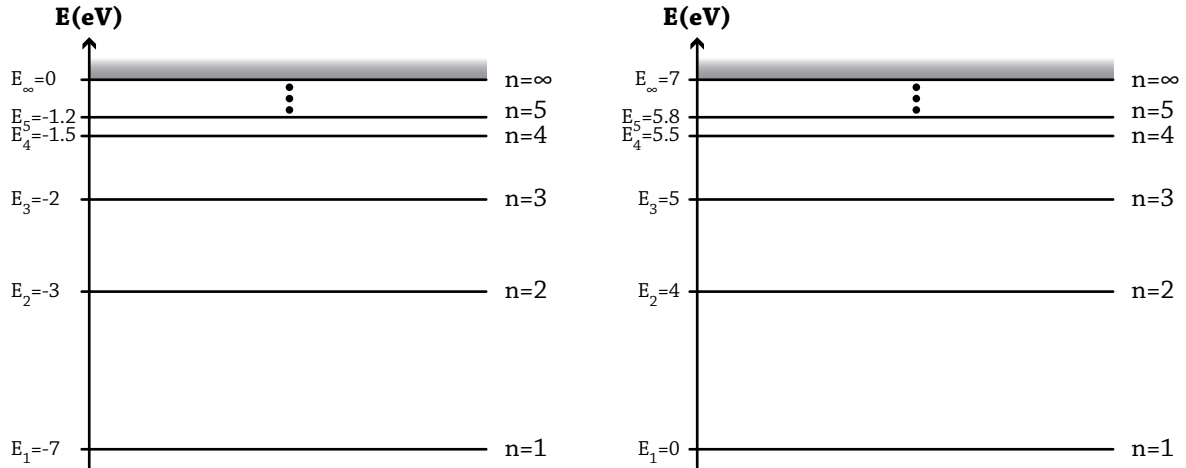
האנרגיה של פוטון מהקו הספקטרלי 225.5 nm:

$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})} = \frac{1240}{225.5} = 5.5 \text{ eV}$$

האנרגיה של פוטון מהקו הספקטרלי 213.8 nm:

$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})} = \frac{1240}{213.8} = 5.8 \text{ eV}$$

דיאגרמות רמות האנרגיה הן:



ד. נחשב את ערכי האנרגיה של פוטונים בקצות ספקטרום האור הנראה:

$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})} = \frac{1240}{700} = 1.77 \text{ eV} \quad \text{לקצה האדום:}$$

$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})} = \frac{1240}{400} = 3.1 \text{ eV} \quad \text{לקצה הסגול:}$$

במעבר מרמה $n = 5$ לרמה $n = 2$ משתחררת אנרגיה בשיעור $E_5 - E_2 = 5.8 - 4 = 1.8 \text{ eV}$ וזה נמצא בין 1.77 eV ל- 3.1 eV , כלומר אנרגיה זו מתאימה לאנרגיה של פוטונים בתחום האור הנראה. נחשב את אורך הגל המתאים לאנרגיה זו:

$$\lambda(\text{nm}) = \frac{1240}{E(\text{eV})} = \frac{1240}{1.8} \approx 689 \text{ nm}$$

ה. האנרגיה הקינטית המקסימלית של אלקטרון המשתחרר מאטום של היסוד מתקבל כתוצאה מפגיעה של פוטון שאורך הגל שלו 150 nm . נחשב את אנרגיית הפוטון:

$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})} = \frac{1240}{150} \approx 8.3 \text{ eV}$$

אנרגיית היינון היא 7 eV (ראה תשובה לסעיף ב), לכן האנרגיה הקינטית של האלקטרון היא:

$$8.3 - 7 = \mathbf{1.3 \text{ eV}}$$

ו. (1) ההפרש בין שתי נקודות מקסימום בניסוי פרנק-הרץ שווה לפער בין רמת היסוד לבין הרמה המעוררת הראשונה באטומים שבשפופרת. לכן בניסוי הנדון הפער יהיה 4 eV וולט.

$$\lambda(\text{nm}) = \frac{1240}{E(\text{eV})} = \frac{1240}{4} = 310 \text{ nm} \quad (2)$$

$$E_1 = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})} = \frac{1240}{253.1} = 4.9 \text{ eV} \quad \text{א. 27.}$$

$$E_2 = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})} = \frac{1240}{185.1} = 6.7 \text{ eV}$$

$$E_3 = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})} = \frac{1240}{140.9} = 8.8 \text{ eV}$$

ב. הפוטון שהאנרגיה שלו $E_1 = 4.9 \text{ eV}$ מתאים למעבר $1 \rightarrow 2$, הפוטון שהאנרגיה שלו $E_3 = 8.8 \text{ eV}$ מתאים למעבר $1 \rightarrow 4$, הפוטון שהאנרגיה שלו $E_2 = 6.7 \text{ eV}$ יכול להתאים רק למעבר $1 \rightarrow 3$, לכן:

$$E_3 - (-10.4) = 6.7 \Rightarrow E_3 = -3.7 \text{ eV}$$

ג. אם מאיצים אלקטרונים (מחוץ לגז) לאנרגיה של 7 eV , אז בהכנסם לגז, האלקטרונים יעוררו את הרמות $n = 3$ ו- $n = 2$ של אטומי הגז. נחשב את אורכי הגל שיפלטו:

$$\lambda_{3 \rightarrow 1} = \frac{1240}{E(\text{eV})} = \frac{1240}{E_3 - E_1} = \frac{1240}{(-3.7) - (-10.4)} \approx 185.1 \text{ nm}$$

$$\lambda_{3 \rightarrow 2} = \frac{1240}{E(\text{eV})} = \frac{1240}{E_3 - E_2} = \frac{1240}{(-3.7) - (-5.5)} \approx 688.9 \text{ nm}$$

$$\lambda_{2 \rightarrow 1} = \frac{1240}{E(\text{eV})} = \frac{1240}{E_2 - E_1} = \frac{1240}{(-5.5) - (-10.4)} \approx 253.1 \text{ nm}$$

ד. המתח המזערי שבו יש להאיץ אלקטרונים ממנוחה, כדי שתיפלט קרינה מהגז, הוא המתח שיקנה לאלקטרונים אנרגיה לעורר את אטומי הגז לרמה השנייה, כלומר האנרגיה של $4.9 \text{ eV} = (-10.4) - (-5.5)$. לכן יש להאיץ אותם ממנוחה במתח של 4.9 וולט.

ה. אם דרך הגז תעבור אלומת פוטונים בעלי אנרגיה של 7 eV , הפוטונים לא ייבלעו, כי אילו הם היו נבלעים, האטום היה עולה לאנרגיה $7 = (-10.4) - E$ כלומר $E = -3.4 \text{ eV}$, אך לאטומים אלה אין רמת אנרגיה כזו.

28. א. ההנחות של המודל של בוהר רשומות בספר הלימוד בתחילת פרק ג.

ב+ג. חישוב רמות האנרגיה ודיאגרמת רמות האנרגיה מופיעים בתשובה לשאלה 1.

ספקטרום הפליטה של המימן הוא קווי, כי אור נפלט מהאטום כאשר האטום עובר מרמת אנרגיה גבוהה לרמת אנרגיה נמוכה, אך רמות האנרגיה של האטום אינן רציפות, אלא בדידות.

ד. אנרגיית הפוטון, E , שווה לתוספת האנרגיה של האטום:

$$E = (-3.4) - (-13.6) = 10.2 \text{ eV}$$

ה. כאשר אטום המימן חוזר לרמת היסוד הוא מאבד אנרגיה בשיעור $10.2 \text{ eV} = (-13.6) - (-3.4)$, וזו גם האנרגיה של הפוטון. אורך הגל של הפוטון:

$$\lambda(\text{nm}) = \frac{1240}{E(\text{eV})} = \frac{1240}{10.2} = 121.6 \text{ nm}$$

ו. אורך הגל המרבי קשור לאנרגיה המזערית, אנרגיה מזערית של פוטון היא של פוטון הנוצר בעת מעבר באטום מהרמה $n = 3$, שבה האנרגיה היא $E_3 = -1.51 \text{ eV}$ לרמה $n = 2$, שבה האנרגיה היא $E_2 = -3.4 \text{ eV}$. מכאן שאנרגיית הפוטון, E , היא:

$$E = E_3 - E_2 = (-1.51) - (-3.4) = 1.89 \text{ eV}$$

נחשב את אורך הגל של הפוטון:

$$\lambda (\text{nm}) = \frac{1240}{E (\text{eV})} = \frac{1240}{1.89} = 656.1 \text{ nm}$$

ז. נחשב את האנרגיה של פוטון שאורך הגל שלו 85 nm:

$$E (\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda (\text{nm})} = \frac{1240}{85} \approx 14.6 \text{ eV}$$

אנרגיה זו גדולה מאנרגיית היינון של אטום המימן שהיא 13.6 eV.

29. א. נחשב את שני ערכי האנרגיה הגבוליים של הקרינה:

$$E_{\min} (\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda_{\max} (\text{nm})} = \frac{1240}{150} = 8.27 \text{ eV}$$

$$E_{\max} (\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda_{\min} (\text{nm})} = \frac{1240}{100} = 12.4 \text{ eV}$$

האנרגיה הדרושה לעורר את הרמות הראשונות של אטום המימן.

האנרגיה הדרושה (eV)	הרמה
$-3.4 - (-13.6) = 10.2$	$n = 2$
$-1.51 - (-13.6) = 12.09$	$n = 3$
$-0.85 - (-13.6) = 12.75$	$n = 4$

מכאן שהקרינה עוררה את הרמות $n = 2$ ו- $n = 3$.

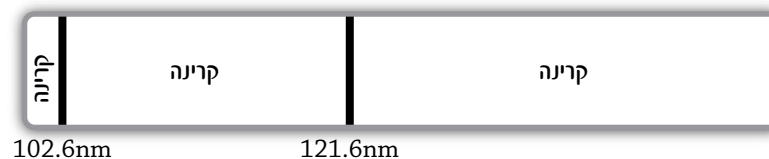
ב. (1) כאשר מצבים את הספקטרומטר בכיוון התפשטותה של הקרינה האלקטרומגנטית (לאחר שהיא חלפה דרך גז המימן), הספקטרום המתקבל הוא ספקטרום בליעה, כלומר ספקטרום של האלומה שבו מופיעים שני קווי בליעה.

(2) נחשב את אורכי הגל שנבלעו:

$$\lambda_{1 \rightarrow 2} (\text{nm}) = \frac{1240}{E (\text{eV})} = \frac{1240}{10.2} = 121.6 \text{ nm}$$

$$\lambda_{1 \rightarrow 3} (\text{nm}) = \frac{1240}{E (\text{eV})} = \frac{1240}{12.09} = 102.6 \text{ nm}$$

ספקטרום הבליעה נראה כך:



ג. האנרגיה של רמת היסוד של אטום המימן היא $E_1 = -13.6 \text{ eV}$, וזו של רמת היינון היא $E_\infty = 0$, לכן אנרגיית היינון, E_B , היא:

$$E_B = E_\infty - E_1 = 0 - (-13.6) = 13.6 \text{ eV}$$

ד. נחשב את המספר הקוונטי, n , של רמת האנרגיה הגבוהה ביותר שהאלקטרון יכול לעבור:

$$E_n - E_1 \leq 13 \Rightarrow -\frac{13.6}{n^2} - (-13.6) \leq 13$$

$$-0.6n^2 \geq -13.6 \Rightarrow n^2 \leq \frac{13.6}{0.6} = 22.67$$

$$n \leq 4.76 \quad \text{לכן:}$$

$$n = 4 \quad \text{ומכאן:}$$

$$E_4 = -\frac{13.6}{4^2} = -0.85 \text{ eV} \quad \text{רמת האנרגיה היא:}$$

כדי לעבור אטום מרמת היסוד לרמה E_4 נדרשת אנרגיה בשיעור:

$$E_4 - E_1 = (-0.85) - (-13.6) = 12.75 \text{ eV}$$

לכן האנרגיה הקינטית של האלקטרון לאחר הפגיעה: $13 - 12.75 = 0.25 \text{ eV}$.

ה. בספקטרום הפליטה הנוצר, כאשר אלומת האלקטרונים בעלי אנרגיה של 13 eV תעבור דרך הגז, יהיו 6 קווים ספקטרליים, המתאימים למעברים $4 \leftarrow 1, 4 \leftarrow 2, 3 \leftarrow 3, 3 \leftarrow 1, 2 \leftarrow 2, 1 \leftarrow 1$.

30. האור נפלט מאטומי הגז לכל הכיוונים, לכן עוצמת אור זה בכיוון התפשטות האלומה המקורית היא קטנה מאוד.

31. קו (1) מבין שלושת הקווים הספקטראליים מתאים למעבר $1 \rightarrow 3$. זהו הקו בעל האנרגיה הגדולה ביותר מבין שלושת הקווים. נחשב את הפער הגדול ביותר של הרמה $n = 3$ מעל הרמה $n = 1$ כדי שהקו יהיה עדיין בתחום האור הנראה.

נבחר את האנרגיה ברמת היסוד כאפס: $E_1 = 0$. לכן הערך של E_3 :

$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})} \Rightarrow E_3 = \frac{1240}{400} = 3.1 \text{ eV}$$

אם הערך של E_3 יהיה גבוה מ- 3.1 eV אז אורך הגל יהיה קטן מ- 400 nm , כלומר לא בתחום הנראה. אם $E_3 < 3.1 \text{ eV}$ אז מעבר (2) מ- $n = 3$ ל- $n = 2$ או מעבר (3) מ- $n = 2$ ל- $n = 1$ יהיה עם אנרגיה קטנה, ואז אורך הגל יהיה גדול, כך שהוא עלול לעבור את 700 nm .

אם את הרמה E_2 נבחר בדיוק באמצע בין E_1 ל- E_3 , זה מבטיח שאף אחד מאורכי הגל של מעברים (2) ו- (3) לא יהיה גדול מדי.

$$E_2 = \frac{3.1}{2} = 1.55 \text{ eV} \quad \text{כלומר נבחר:}$$

$$\lambda(\text{nm}) = \frac{1240}{1.55} = 800 \text{ nm} \quad \text{נחשב את אורך הגל:}$$

אך זה חורג מהתחום הנראה.

אם הרמה E_2 אינה באמצע בין E_1 ל- E_3 , רק אחד מהמעברים (2) ו- (3) יכול ליצור אורך גל בתחום הנראה.

32. פתרון בעזרת קומבינטוריקה:

אם האטומים עוררו לרמה n אז כל מעבר מיוצג בדיאגרמת האנרגיה על ידי חץ שיוצא מרמה גדולה או שווה ל-2 וקטנה או שווה ל- n , לרמה יותר נמוכה. מספר הקווים הספקטראליים הוא כמספר החצים. במילים אחרות, מספר הקווים הספקטראליים הוא כמספר הפעמים שאפשר לבחור 2 רמות מתוך n הרמות, כאשר אין חשיבות לסדר, כלומר בחירה של רמה 2 ורמה 5 זהה לבחירה של רמה 5 ורמה 2. מספר האפשרויות הוא:

$$\binom{n}{2} = \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{n(n-1)}{2}$$

הוכחה בדרך האינדוקציה:

שלב א - נראה נכונות הביטוי עבור $n = 2$: עבור רמה זו יש רק אפשרות אחת, והיא $2 \leftarrow 1$. ערכו של הביטוי:

$$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{2(2-1)}{2} = 1$$

כלומר הביטוי נכון ל $n = 2$.

שלב ב - נניח נכונות הביטוי למספר טבעי k כלשהו, כלומר נניח שאם אטום מעורר לרמה k , אז מספר הקווים

$$\frac{k(k-1)}{2}$$

שלב ג - על סמך ההנחה נוכיח שאם אטום מעורר לרמה $k+1$, אז מספר הספקטראליים יהיה

$$(1) \quad \frac{k(k+1)}{2}$$

אם אטום מעורר לרמה $k+1$, אז קווים ספקטראליים התקבלו מהמעברים לכל אחת מהרמות הנמוכות מ- $k+1$,

כלומר יש k אפשרויות, ובנוסף לכך כל המעברים האחרים, שמספרים, על פי הנחת האינדוקציה הוא $\frac{k(k-1)}{2}$.

כלומר סה"כ המעברים האפשריים הוא

$$k + \frac{k(k-1)}{2} = \frac{2k + k(k-1)}{2} = \frac{k(2+k-1)}{2} = \frac{k(k+1)}{2}$$

ובזאת הוכחנו את (1).

על פי האינדוקציה המתמטית, אם אטומים מעוררים לרמה n , אז מספר הקווים הספקטראליים יהיה $\frac{n(n-1)}{2}$ לכל n .

$$33. \text{ א. אנרגיית הפוטון הנפלט: } E = E_3 - E_1 = -1.51 - (-13.6) = 12.09 \text{ eV}$$

ב. לפני פליטת הפוטון, התנע של אטום המימן שווה לאפס. על פי חוק שימור התנע, לאחר שהפוטון נפלט,

התנע של מערכת האטום יחד עם הפוטון צריך להיות שווה לאפס. כיוון שלפוטון יש תנע (גודלו $p = h/\lambda$) כפי

שנובע מניסוי קומפטון, לכן אחרי פליטת הפוטון, לאטום המימן צריך להיות תנע מנוגד לתנע של הפוטון,

ושווה לו בגודלו. מכאן שהאטום צריך להירתע.

$$0 = \frac{h}{\lambda} - mv$$

ג. חלק מהאנרגיה $E_3 - E_1$ מומרת לאנרגיית הרתיעה של האטום, ורק השאר מומר לאנרגיית הפוטון. לכן אנרגיית

הפוטון תהיה קטנה מזו שחישבנו בסעיף א.